

初中数学解题模型之图形认识初步（欧拉公式）

一. 选择题（共 5 小题）

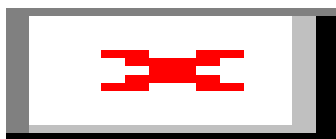
1. 将正方体的面数记为 f ，边数记为 e ，顶点数记为 v ，则 $f+v-e=$ （ ）
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 一个多面体，若顶点数为 4，面数为 4，则棱数是（ ）
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
3. 设长方体的顶点数为 v ，棱数为 e ，面数为 f ，则 $v+e+f$ 等于（ ）
A. 26 B. 2 C. 14 D. 10
4. 正多面体的面数、棱数、顶点数之间存在着一个奇妙的关系，若用 F, E, V 分别表示正多面体的面数、棱数、顶点数，则有 $F+V-E=2$ ，现有一个正多面体共有 12 条棱，6 个顶点，则它的面数 F 等于（ ）
A. 6 B. 8 C. 12 D. 20
5. （2015 秋·游仙区校级期末）欧拉公式中，多面体的面数 F ，棱数 E ，顶点数 V 之间的正确关系是（ ）
A. $F+V-E=2$ B. $F+E-V=2$ C. $E+V-F=2$ D. $E-V-F=2$

二. 填空题（共 13 小题）

6. （2018 秋·上杭县期末）简单多面体是各个面都是多边形组成的几何体，十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (V)、面数 (F) 和棱数 (E) 之间存在一个有趣的关系式，称为欧拉公式. 如表是根据左边的多面体模型列出的不完整的表：

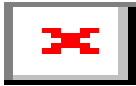
多面体	顶点数	面数	棱数
四面体	4	4	6
长方体	8	6	
正八面体		8	12

现在有一个多面体，它的每一个面都是三角形，它的面数 (F) 和棱数 (E) 的和为 30，则这个多面体的顶点数 $V=$ _____.

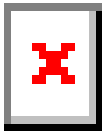


7. （2018 秋·南江县期末）阅读下面的材料：1750 年欧拉在写给哥德巴赫的信中列举了多面体的一些性质，其中一条是，如果用 V, E, F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V-E+F=2$. 这个发现就是著名的欧拉定理. 根据所阅读的材料，完成：一个多面体的面数为 12，棱数是 80，则其顶点数为_____.
8. （2013 秋·南江县校级期末）阅读下面的材料：1750 年欧拉在写给哥德巴赫的信中列举了多面体的一些性质，其中一条是：如果用 V, E, F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V-E+F=2$. 这个发现，就是著名的欧拉定理. 根据所阅读的材料，完成：一个多面体的面数为 12，棱数是 30，则其顶点数为_____.
9. （2013 秋·郸城县校级月考）一个多面体的顶点数为 12，棱数是 30，则这个多面体的面数是_____.

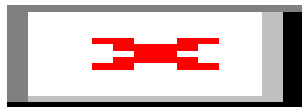
10. (2012 秋·高港区校级月考) 任意一个多面体, 它的面数记为 a , 顶点数记为 b , 棱的条数记为 c , 则 a, b, c 三者之间的关系式为 _____.
11. (2011 秋·市中区校级月考) n 棱柱的面数+顶点数 - 棱数=_____.
12. 从每个顶点出发的所有棱长相等, 所有面形状、大小完全相同的正多边形的几何体称为正多面体、其面数+顶点数 - 棱数=_____.
13. (2021 秋·南关区校级月考) 如图, 正四面体的顶点数 (4)+面数 (4) - 棱数 (6) = 2, 仔细观察后计算, 正八面体的顶点数+面数 - 棱数=_____.



14. (2018 秋·成都期中) 瑞士著名数学家欧拉发现: 简单多面体的顶点数 V 、面数 F 及棱数 E 之间满足一种有趣的关系: $V+F-E=2$, 这个关系式被称为欧拉公式. 比如: 正二十面体 (如右图), 是由 20 个等边三角形所组成的正多面体, 已知每个顶点处有 5 条棱, 则可以通过欧拉公式算出正二十面体的顶点为 _____ 个. 那么一个多面体的每个面都是五边形, 每个顶点引出的棱都有 3 条, 它是一个 _____ 面体.

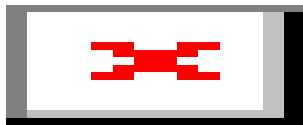


15. (2017 秋·高新区期末) 一个多面体的面数为 6, 棱数是 12, 则其顶点数为 _____.
16. (2011·南海区模拟) 十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (v)、面数 (f)、棱数 (e) 之间存在的一个有趣的关系式, 被称为欧拉公式. 请你观察下列几种简单多面体模型:



根据上面多面体模型, 你发现顶点数 (v)、面数 (f)、棱数 (e) 之间存在的关系式是 _____.

17. 正多面体共有五种, 它们是 _____、_____、_____、_____、_____, 它们的面数 f , 棱数 e 、顶点数 v 满足关系式 _____.
18. 图 1 (1)、(2)、(3) 依次表示四面体、八面体、正方体.



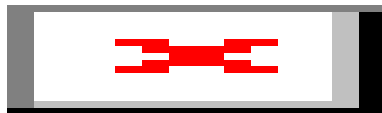
它们各自的面积数 F 、棱数 E 与顶点数 V 如下表：

	F	E	V
四面体	4	6	4
八面体	8	12	6
正方体	6	12	8

观察这些数据，可以发现 F 、 E 、 V 之间的关系满足等式：_____。

三. 解答题 (共 12 小题)

19. (2020 秋·寿阳县期中) 十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的一个有趣的关系式，被称为欧拉公式。请你观察下列几种简单多面体模型，解答下列问题：



(1) 根据上面多面体模型，完成表格中的空格：

多面体	顶点数 (V)	面数 (F)	棱数 (E)
四面体	4	4	_____
长方体	8	6	12
正八面体	_____	8	12
正十二面体	20	12	30

(2) 你发现顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的关系式是_____。

(3) 一个多面体的面数与顶点数相同，且有 12 条棱，则这个多面体的面数是_____。

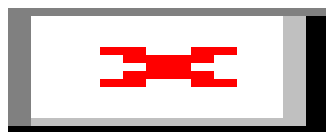
20. (2018 秋·南丰县期中) 图 1 至图 3 是将正方体截去一部分后得到的多面体。

(1) 根据要求将表格补充完整：

	面数 (f)	顶点数 (v)	棱数 (e)
图 1	_____	7	12
图 2	7	_____	13
图 3	7	10	_____

(2) 猜想 f 、 v 、 e 三个数量间有何关系；

(3) 根据猜想计算，若一个多面体有顶点数 2018 个，棱数 4035 条，试求出它的面数。

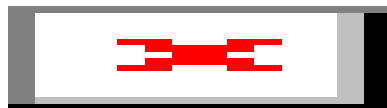


21. (2020 秋·灵石县月考) 观察下列多面体, 并把下表补充完整.

名称	三棱柱	四棱柱	五棱柱	六棱柱
图形				
顶点数 a	6	_____	10	12
棱数 b	9	12	_____	_____
面数 c	5	_____	_____	8

观察上表中的结果, 你能发现 a 、 b 、 c 之间有什么关系吗? 请写出发现的关系式.

22. (2019 秋·沈北新区期中) 十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的一个有趣的关系式, 被称为欧拉公式. 请你观察下列几种简单多面体模型, 解答下列问题:



(1) 根据上面多面体模型, 完成表格中的空格:

多面体	顶点数 (V)	面数 (F)	棱数 (E)
四面体	_____	_____	_____
长方体	_____	_____	_____
正八面体	_____	_____	_____
正十二面体	_____	_____	_____





你发现顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的关系式是_____.

(2) 一个多面体的面数比顶点数小 8, 且有 30 条棱, 则这个多面体的面数是_____.

(3) 某个玻璃饰品的外形是简单多面体, 它的外表面是由三角形和八边形两种多边形拼接而成, 且有 24 个顶点, 每个顶点处都有 3 条棱, 设该多面体外表面三角形的个数为 x 个, 八边形的个数为 y 个, 求 $x+y$ 的值.

23. (2018·凉山州模拟) 观察下列多面体, 并把如表补充完整.

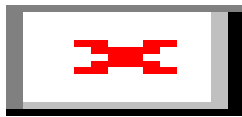
名称	三棱柱	四棱柱	五棱柱	六棱柱
----	-----	-----	-----	-----

图形				
顶点数 a	6		10	12
棱数 b	9	12		
面数 c	5			8

观察表中的结果，你能发现 a 、 b 、 c 之间有什么关系吗？请写出关系式。

24. (2014 秋·海陵区期末) 回答下列问题：

(1) 如图所示的甲、乙两个平面图形能折什么几何体？



(2) 由多个平面围成的几何体叫做多面体。若一个多面体的面数为 f ，顶点个数为 v ，棱数为 e ，分别计算第 (1) 题中两个多面体的 $f+v-e$ 的值？你发现什么规律？

(3) 应用上述规律解决问题：一个多面体的顶点数比面数大 8，且有 50 条棱，求这个几何体的面数。

25. (2013 秋·泉港区期末) 设棱锥的顶点数为 V ，面数为 F ，棱数为 E 。

(1) 观察与发现：三棱锥中， $V_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $F_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

五棱锥中， $V_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $F_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

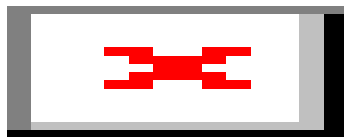
(2) 猜想：①十棱锥中， $V_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $F_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

② n 棱锥中， $V_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $F_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；（用含有 n 的式子表示）

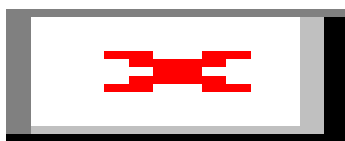
(3) 探究：①棱锥的顶点数 (V) 与面数 (F) 之间的等量关系： $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

②棱锥的顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间的等量关系： $E = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(4) 拓展：棱柱的顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间是否存在某种等量关系？若存在，试写出相应的等式；若不存在，请说明理由。



26. (2020 秋·兴庆区校级月考) 如图 1 至图 3 是将正方体截去一部分后得到的多面体。



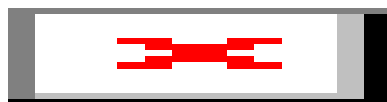
(1) 根据要求填写表格:

	面数 (f)	顶点数 (v)	棱数 (e)
图 1	_____	_____	_____
图 2	_____	_____	_____
图 3	_____	_____	_____

(2) 猜想 f 、 v 、 e 三个数量间有何关系;

(3) 根据猜想计算, 若一个多面体有顶点数 2018 个, 棱数 4036 条, 试求出它的面数.

27. (2016 秋·雁塔区校级月考) 十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的一个有趣的关系式, 被称为欧拉公式, 请你观察下列几种简单多面体模型, 解答下列问题:



(1) 根据上面多面体模型, 完成表格中的空格:

多面体	顶点数 (V)	面数 (F)	棱数 (E)
四面体	4	4	
长方体	8	6	12
正八面体		8	12
正十二面体	20	12	30

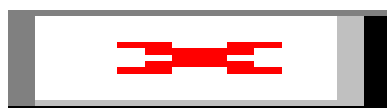
你发现顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的关系式是_____.

(2) 正十二面体有 12 个面, 那它有_____条棱;

(3) 一个多面体的面数比顶点数小 8, 且有 30 条棱, 则这多面体的顶点数是_____;

(4) 某个玻璃饰品的外形是简单多面体, 它的外表是由三角形和八边形两种多边形拼接而成, 且有 48 个顶点, 每个顶点处都有 3 条棱, 设该多面体表面三角形的个数为 x 个, 八边形的个数为 y 个, 求 $x+y$ 的值.

28. (2015 秋·龙岩校级月考) 十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的一个有趣的关系式, 被称为欧拉公式. 请你观察下列几种简单多面体模型, 解答下列问题:



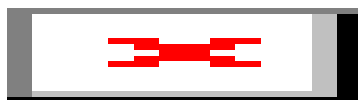
(1) 根据上面多面体模型，完成表格中的空格：

多面体	顶点数 (V)	面数 (F)	棱数 (E)
四面体	4	4	_____
长方体	8	6	12
正八面体	_____	8	12
正十二面体	20	_____	30

(2) 你发现顶点数 (V)、面数 (F)、棱数 (E) 之间存在的关系式是_____。

(3) 一个多面体的面数比顶点数大 8，且有 30 条棱，则这个多面体的面数是_____。

29. (2017 秋·太原期中) 在对第一章“丰富的图形世界”复习前，老师让学生整理正方体截面的形状并探究多面体（由若干个多边形所围成的几何体）的棱数、面数、顶点数之间的数量关系，如图是小颖用平面截正方体后剩余的多面体，请解答下列问题：



(1) 根据上图完成下表：

多面体	V (顶点数)	F (面数)	E (棱数)
(1)	_____	7	15
(3)	6	_____	9
(5)	8	6	_____

(2) 猜想：一个多面体的 V (顶点数)， F (面数)， E (棱数) 之间的数量关系是_____；

(3) 计算：已知一个多面体有 20 个面、30 条棱，那么这个多面体有_____个顶点。

30. (2017 秋·吉安期中) 观察下列多面体，并把表补充完整。

名称	三棱柱	四棱柱	五棱柱	六棱柱
图形				
顶点数 a	6	_____	10	12
棱数 b	9	12	_____	_____

面数 c	5	6	_____	8
--------	---	---	-------	---

- (1) 完成表中的数据；
- (2) 若某个棱柱由 28 个面构成，则这个棱柱为 _____ 棱柱；
- (3) 根据表中的规律判断， n 棱柱共有 _____ 个面，共有 _____ 个顶点，共有 _____ 条棱；
- (4) 观察表中的结果，你发现棱柱顶点数、棱数、面数之间有什么关系吗？请直接写出来。

初中数学解题模型之图形认识初步（欧拉公式）

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 5 小题）

1. 将正方体的面数记为 f ，边数记为 e ，顶点数记为 v ，则 $f+v-e=$ ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】欧拉公式.

【分析】根据正方体的概念和特性进行分析计算即解.

【解答】解：正方体的顶点数 $v=8$ ，棱数 $e=12$ ，面数 $f=6$.

故 $f+v-e=8+6-12=2$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了欧拉公式，解决本题的关键是明白正方体的构造特征为：正方体有 6 个面，8 个顶点，12 条棱.

2. 一个多面体，若顶点数为 4，面数为 4，则棱数是 ()

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【考点】欧拉公式.

【分析】根据欧拉公式，简单多面体的顶点数 V 、面数 F 及棱数 E 间的关系为： $V+F-E=2$ ，代入求出棱数.

【解答】解：根据欧拉公式： $V+F-E=2$ ，

可得 $4+4-E=2$ ，

解得 $E=6$.

故选：C.

【点评】本题主要考查欧拉公式： $V+F-E=2$ ，属于基础题.

3. 设长方体的顶点数为 v ，棱数为 e ，面数为 f ，则 $v+e+f$ 等于 ()

A. 26 B. 2 C. 14 D. 10

【考点】欧拉公式.

【专题】计算题.

【分析】根据长方体的概念和特性进行分析计算即解.

【解答】解：长方体的顶点数 $v=8$ ，棱数 $e=12$ ，面数 $f=6$. 故 $v+e+f=8+12+6=26$.

故选：A.

【点评】解决本题的关键是明白长方体的构造特征为：长方体有 6 个面，8 个顶点，12 条棱.

4. 正多面体的面数、棱数、顶点数之间存在着一个奇妙的关系，若用 F ， E ， V 分别表示正多面体的面数、棱数、顶点数，则有 $F+V-E=2$ ，现有一个正多面体共有 12 条棱，6 个顶点，则它的面数 F 等于 ()

A. 6 B. 8 C. 12 D. 20

【考点】欧拉公式.

【专题】计算题.

【分析】根据题意中的公式 $F+V-E=2$ ，将 E, V 代入即解.

【解答】解： \because 正多面体共有 12 条棱，6 个顶点，

$$\therefore E=12, V=6,$$

$$\therefore F=2-V+E=2-6+12=8.$$

故选：B.

【点评】解决本题的关键是正确的审题，合理利用题目中给出的公式解答.

5. (2015 秋·游仙区校级期末) 欧拉公式中，多面体的面数 F ，棱数 E ，顶点数 V 之间的正确关系是 ()

A. $F+V-E=2$ B. $F+E-V=2$ C. $E+V-F=2$ D. $E-V-F=2$

【考点】欧拉公式.

【专题】应用意识.

【分析】根据欧拉公式进行解答即可.

【解答】解：凸多面体的面数 F 、顶点数 V 和棱数 E 满足如下关系： $V+F-E=2$

故选：A.

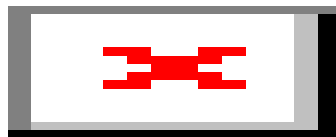
【点评】本题由几个特殊多面体，观察它们的顶点数、面数和棱数，归纳出一般结论，得到欧拉公式，着重考查了归纳推理和凸多面体的性质等知识，属于基础题.

二. 填空题 (共 13 小题)

6. (2018 秋·上杭县期末) 简单多面体是各个面都是多边形组成的几何体，十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数 (V)、面数 (F) 和棱数 (E) 之间存在一个有趣的关系式，称为欧拉公式. 如表是根据左边的多面体模型列出的不完整的表：

多面体	顶点数	面数	棱数
四面体	4	4	6
长方体	8	6	
正八面体		8	12

现在有一个多面体，它的每一个面都是三角形，它的面数 (F) 和棱数 (E) 的和为 30，则这个多面体的顶点数 $V=$ 8 .



【考点】欧拉公式；数学常识.

【专题】图表型；运算能力.

【分析】直接利用 V, E, F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，欧拉公式为 $V-E+F=2$ ，求出答案.

【解答】解： \because 现在有一个多面体，它的每一个面都是三角形，它的面数 (F) 和棱数 (E) 的和为 30，

$$\therefore \text{这个多面体的顶点数 } V=2+E-F,$$

\because 每一个面都是三角形，

∴每相邻两条边重合为一条棱，

$$\therefore E = \frac{1}{2} F,$$

$$\because E + F = 30,$$

$$\therefore F = 12,$$

$$\therefore E = 18,$$

$$\therefore V = \frac{1}{2}(2 + E - F) = 8,$$

故答案为 8.

【点评】此题主要考查了欧拉公式，正确应用公式是解题关键.

7. (2018 秋·南江县期末) 阅读下面的材料：1750 年欧拉在写给哥德巴赫的信中列举了多面体的一些性质，其中一条是，如果用 V , E , F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V - E + F = 2$. 这个发现就是著名的欧拉定理. 根据所阅读的材料，完成：一个多面体的面数为 12，棱数是 80，则其顶点数为 70.

【考点】欧拉公式；列代数式.

【专题】新定义；符号意识.

【分析】直接利用欧拉公式 $V - E + F = 2$ ，求出答案.

【解答】解：∵用 V , E , F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V - E + F = 2$.

$$\therefore V = E - F + 2,$$

∵一个多面体的面数为 12，棱数是 80，

$$\therefore \text{其顶点数为：} 80 - 12 + 2 = 70.$$

故答案为：70.

【点评】此题主要考查了欧拉公式，正确应用公式是解题关键.

8. (2013 秋·南江县校级期末) 阅读下面的材料：1750 年欧拉在写给哥德巴赫的信中列举了多面体的一些性质，其中一条是：如果用 V , E , F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V - E + F = 2$. 这个发现，就是著名的欧拉定理. 根据所阅读的材料，完成：一个多面体的面数为 12，棱数是 30，则其顶点数为 20.

【考点】欧拉公式.

【分析】直接把面数、棱数代入公式，即可求得顶点数.

【解答】解：由题意可得， $V - 30 + 12 = 2$,

解得 $V = 20$.

故答案为：20

【点评】此题考查欧拉公式的应用，直接代入计算即可.

9. (2013 秋·郸城县校级月考) 一个多面体的顶点数为 12，棱数是 30，则这个多面体的面数是 20.

【考点】欧拉公式.

【分析】根据常见几何体的结构特征进行判断.

【解答】解：∵顶点数记为 V ，棱数记为 E ，面数记为 F ，

$$V + F - E = 2,$$

$$\therefore 12 + F - 30 = 2,$$

解得： $F = 20$.

故答案为：20.

【点评】本题考查了欧拉公式及几何体的特征，是一道简单的基础题.

10. (2012 秋·高港区校级月考) 任意一个多面体, 它的面数记为 a , 顶点数记为 b , 棱的条数记为 c , 则 a, b, c 三者之间的关系式为 $a+b-c=2$.

【考点】欧拉公式.

【分析】简单多面体的顶点数 V 、面数 F 及棱数 E 间的关系为: $V+F-E=2$, 这个公式叫欧拉公式.

【解答】解: 由欧拉公式可得: $a+b-c=2$.

故答案为: $a+b-c=2$.

【点评】本题考查了欧拉公式, 属于基础知识的考察, 欧拉公式的内容需要同学们熟练掌握.

11. (2011 秋·市中区校级月考) n 棱柱的面数+顶点数 - 棱数 = 2.

【考点】欧拉公式.

【分析】根据欧拉公式, 得出正多面体的面数+顶点数 - 棱数的结果.

【解答】解: 从每个顶点出发的所有棱长相等, 所有面形状、大小完全相同的正多边形的几何体称为正多面体, 其面数+顶点数 - 棱数 = 2.

故答案为: 2.

【点评】本题考查了欧拉公式中多面体的顶点数, 面数, 棱数之间的关系, 灵活运用公式是解题关键.

12. 从每个顶点出发的所有棱长相等, 所有面形状、大小完全相同的正多边形的几何体称为正多面体、其面数+顶点数 - 棱数 = 2.

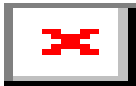
【考点】欧拉公式.

【分析】根据欧拉公式, 得出正多面体的面数+顶点数 - 棱数的结果.

【解答】解: 从每个顶点出发的所有棱长相等, 所有面形状、大小完全相同的正多边形的几何体称为正多面体, 其面数+顶点数 - 棱数 = 2. 故答案为 2.

【点评】本题考查多面体的顶点数, 面数, 棱数之间的关系及灵活运用.

13. (2021 秋·南关区校级月考) 如图, 正四面体的顶点数 (4) + 面数 (4) - 棱数 (6) = 2, 仔细观察后计算, 正八面体的顶点数+面数 - 棱数 = 2.



【考点】欧拉公式.

【专题】投影与视图; 几何直观.

【分析】只需分别找出正八面体的顶点数, 面数和棱数即可.

【解答】解: 正八面体有 6 个顶点, 12 条棱, 8 个面.

\therefore 正八面体的顶点数+面数 - 棱数 = $6+8-12=2$.

故答案为: 2.

【点评】本题考查欧拉公式, 正确找出正八面体的顶点数, 面数, 棱数是求解本题的关键.

14. (2018 秋·成都期中) 瑞士著名数学家欧拉发现: 简单多面体的顶点数 V 、面数 F 及棱数 E 之间满足一种有趣的关系: $V+F-E=2$, 这个关系式被称为欧拉公式. 比如: 正二十面体 (如右图), 是由 20 个等边三角形所组成的正多面体, 已知每个顶点处有 5 条棱, 则可以通过欧拉公式算出正二十面体的顶点为 12 个. 那么一个多面体的每个面都是五边形, 每个顶点引出的棱都有 3 条, 它是一个 12 面体.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/787155156031006142>