

2025 届天津市东丽区第一百中学高三下学期调研数学试题

请考生注意：

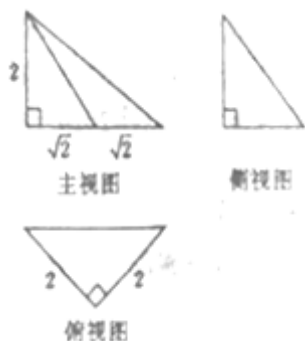
1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 α 是第二象限的角， $\tan(\pi + \alpha) = -\frac{3}{4}$ ，则 $\sin 2\alpha = (\quad)$

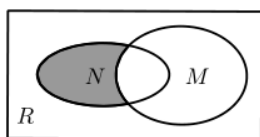
- A. $\frac{12}{25}$ B. $-\frac{12}{25}$ C. $\frac{24}{25}$ D. $-\frac{24}{25}$

2. 某几何体的三视图如右图所示，则该几何体的外接球表面积为()



- A. 12π B. 16π
 C. 24π D. 48π

3. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$ ， $N = \{x | y = \sqrt{9 - x^2}\}$ ，且 M 、 N 都是全集 R (R 为实数集) 的子集，则如图所示韦恩图中阴影部分所表示的集合为 ()

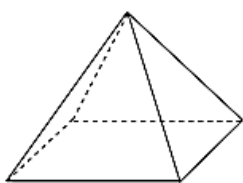


- A. $\{x | 3 < x \leq 5\}$ B. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$
 C. $\{x | -3 \leq x \leq -2\}$ D. $\{x | -3 \leq x \leq 5\}$

4. 将一块边长为 a cm 的正方形薄铁皮按如图 (1) 所示的阴影部分裁下，然后用余下的四个全等的等腰三角形加工成一个正四棱锥形容器，将该容器按如图 (2) 放置，若其正视图为等腰直角三角形，且该容器的容积为 $72\sqrt{2}\text{cm}^3$ ，则 a 的值为 ()



(1)



(2)

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

5. 已知函数 $f(x) = \ln x + \ln(3-x)$, 则 ()

- A. 函数 $f(x)$ 在 $(0,3)$ 上单调递增 B. 函数 $f(x)$ 在 $(0,3)$ 上单调递减
 C. 函数 $f(x)$ 图像关于 $x = \frac{3}{2}$ 对称 D. 函数 $f(x)$ 图像关于 $(\frac{3}{2}, 0)$ 对称

6. 已知随机变量 X 的分布列如下表:

X	-1	0	1
P	a	b	c

其中 $a, b, c > 0$. 若 X 的方差 $D(X) \leq \frac{1}{3}$ 对所有 $a \in (0, 1-b)$ 都成立, 则 ()

- A. $b \leq \frac{1}{3}$ B. $b \leq \frac{2}{3}$ C. $b \geq \frac{1}{3}$ D. $b \geq \frac{2}{3}$

7. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线为 l , 圆 $C: (x-c)^2 + y^2 = 4$ 与 l 相切于点 A , 若 $\triangle AF_1F_2$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 则双曲线 Γ 的离心率为 ()

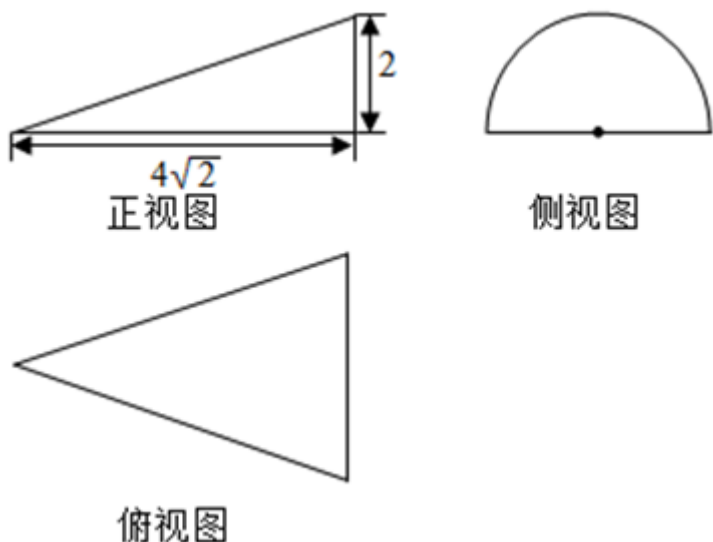
- A. 2 B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

8. 已知 $y = ax + b$ 与函数 $f(x) = 2 \ln x + 5$ 和 $g(x) = x^2 + 4$ 都相切, 则不等式组 $\begin{cases} x - ay + 3 \geq 0 \\ x + by - 2 \geq 0 \end{cases}$ 所确定的平面区域在

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 22 = 0$ 内的面积为 ()

- A. 2π B. 3π C. 6π D. 12π

9. 一个几何体的三视图及尺寸如下图所示, 其中正视图是直角三角形, 侧视图是半圆, 俯视图是等腰三角形, 该几何体的表面积是 ()



- A. $16\sqrt{2} + 16\pi$
- B. $16\sqrt{2} + 8\pi$
- C. $8\sqrt{2} + 16\pi$
- D. $8\sqrt{2} + 8\pi$

10. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 左顶点为 A , 点 P 椭圆上, 且 $PF \perp AF$, 若 $\tan \angle PAF = \frac{1}{2}$, 则椭圆的离心率 e 为 ()

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{2}{3}$

11. 已知 $p: |x+1| > 2$, $q: x > a$, 且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 1$
- B. $a \leq -3$
- C. $a \geq -1$
- D. $a \geq 1$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, E, F 分别为 AB, AC 的中点, P 为 EF 上的任一点, 实数 x, y 满足 $\vec{PA} + x\vec{PB} + y\vec{PC} = \vec{0}$,

设 $\triangle ABC, \triangle PBC, \triangle PCA, \triangle PAB$ 的面积分别为 S, S_1, S_2, S_3 , 记 $\frac{S_i}{S} = \lambda_i (i=1, 2, 3)$, 则 $\lambda_2 \cdot \lambda_3$ 取到最大值

时, $2x+y$ 的值为 ()

- A. -1
- B. 1
- C. $-\frac{3}{2}$
- D. $\frac{3}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y \geq 2 \\ y-2 \leq 0 \\ 2x-y \leq 2 \end{cases}$, 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.

14. 函数 $f(x) = x^2 - x \ln x$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程为_____.

15. 某种圆柱形的如罐的容积为 128π 个立方单位, 当它的底面半径和高的比值为_____时, 可使得所用材料最省.

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2, & x \geq 0 \\ \frac{2}{x}, & x < 0 \end{cases}$, 则使得不等式 $f(f(a)) > 0$ 成立的 a 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{3}{2})$ 且椭圆的左、右焦点与短轴的端点构成的四边形的面积为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程:

(2) 设 A 是椭圆的左顶点, 过右焦点 F 的直线 l_1 , 与椭圆交于 P, Q , 直线 AP, AQ 与直线 $l_2: x = 4$ 交于 M, N , 线段 MN 的中点为 E .

①求证: $EF \perp PQ$;

②记 $\triangle VPQE, \triangle PME, \triangle VONE$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 求证: $\frac{S_1}{S_2 + S_3}$ 为定值.

18. (12 分) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 和抛物线 $E: y = x^2 - 2$, O 为坐标原点.

(1) 已知直线 l 和圆 O 相切, 与抛物线 E 交于 M, N 两点, 且满足 $OM \perp ON$, 求直线 l 的方程;

(2) 过抛物线 E 上一点 $P(x_0, y_0)$ 作两直线 PQ, PR 和圆 O 相切, 且分别交抛物线 E 于 Q, R 两点, 若直线 QR 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 求点 P 的坐标.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x$.

(1) 设 $g(x) = \frac{f(x)}{x^2}$, 求函数 $g(x)$ 的单调区间, 并证明函数 $g(x)$ 有唯一零点.

(2) 若函数 $h(x) = e^x - af(x-1)$ 在区间 $(1, 1+e^{-a})$ 上不单调, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+1} > a$.

20. (12 分) 某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查, 每位市民仅有一次参加机会, 通过随机抽样, 得到参与问卷调查的 100 人的得分 (满分: 100 分) 数据, 统计结果如表所示:

组别	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
男	2	3	5	15	18	12
女	0	5	10	10	7	13

(1) 若规定问卷得分不低于 70 分的市民称为“环保关注者”, 请完成答题卡中的 2×2

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/787160065032006146>