一、解答题

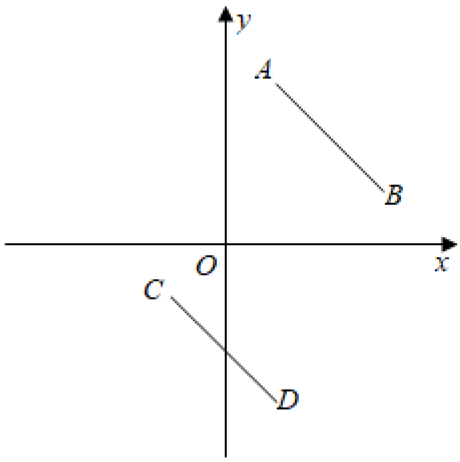
1．在如图所示的平面直角坐标系中，*A*（1，3），*B*（3，1），将线段*A*平移至CD，C（m，-1），D（1，n）

（1）m=______,n=_______

（2）点P的坐标是（c，0）

①设∠ABP=α，请写出∠BPD和∠PDC之间的数量关系（用含α的式子表示，若有多种数量关系，选择一种加以说明）

②当三角形PAB的面积不小于3且不大于10，求点p的横坐标C的取值范围（直接写出答案即可）

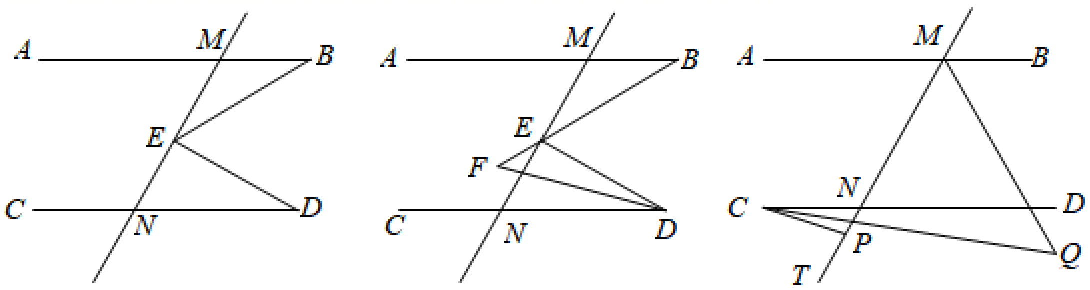


2．已知：*AB*∥*CD*，截线*MN*分别交*AB*、*CD*于点*M*、*N*．

（1）如图①，点*B*在线段*MN*上，设∠*EBM*＝α°，∠*DNM*＝β°，且满足$\sqrt{a-30}$+（β﹣60）^{2}＝0，求∠*BEM*的度数；

（2）如图②，在（1）的条件下，射线*DF*平分∠*CDE*，且交线段*BE*的延长线于点*F*；请写出∠*DEF*与∠*CDF*之间的数量关系，并说明理由；

（3）如图③，当点*P*在射线*NT*上运动时，∠*DCP*与∠*BMT*的平分线交于点*Q*，则∠*Q*与∠*CPM*的比值为___________（直接写出答案）．



图①　　　　　　图②　　　　　　图③

3．已知，$AB//CD$．点M在AB上，点N在CD上．

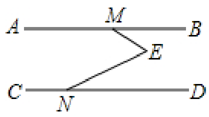


图1

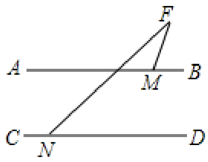


图2

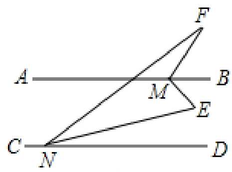


图3

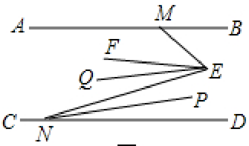


图4

（1）如图1中，$\angle BME$ 、$\angle E$ 、$\angle END$ 的数量关系为：

；（不需要证明）；如图2中，$\angle BMF$ 、$\angle F$ 、$\angle FND$ 的数量关系为：

；（不需要证明）

（2）如图

3中，NE 平分 $\angle FND$ ，MB 平分 $\angle FME$ ，且 $2\angle E+\angle F=180°$，求 $\angle FME$ 的度数；

（3）如图4中，$\angle BME=60°$，EF 平分 $\angle MEN$ ，NP 平分 $\angle END$ ，且 $EQ//NP$ ，则 $\angle FEQ$ 的大小是否发生变化，若变化，请说明理由，若不变化，求出么 $\angle FEQ$ 的度数．

4．汛期即将来临，防汛指挥部在某水域一危险地带两岸各安置了一探照灯，便于夜间查看河水及两岸河堤的情况．如图1，灯 A 射出的光束自 AM 顺时针旋转至 AN 便立即回转，灯 B 射出的光束自 BP 顺时针旋转至 BQ 便立即回转，两灯不停交叉照射巡视．若灯 A 射出的光束转动的速度是 $a°$ /秒，灯 B 射出的光束转动的速度是 $b°$ /秒，且 a 、b 满足 $|a-3b|+(a+b-4)^2=0$．假定这一带水域两岸河堤是平行的，即 $PQ//MN$ ，且 $\angle BAN=45°$．

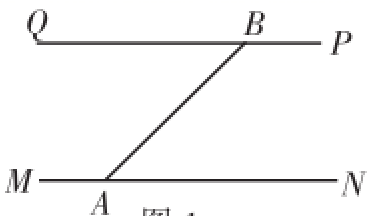


图 1

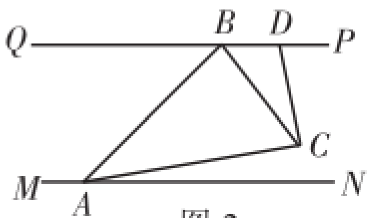


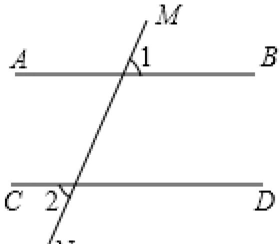
图 2

（1）求 a 、b 的值；

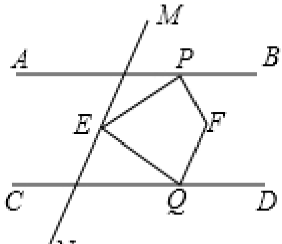
（2）如图2，两灯同时转动，在灯 A 射出的光束到达 AN 之前，若两灯射出的光束交于点 C ，过 C 作 $CD\perp AC$ 交 PQ 于点 D ，若 $\angle BCD=20°$ ，求 $\angle BAC$ 的度数；

（3）若灯 B 射线先转动30秒，灯 A 射出的光束才开始转动，在灯 B 射出的光束到达 BQ 之前，A 灯转动几秒，两灯的光束互相平行?

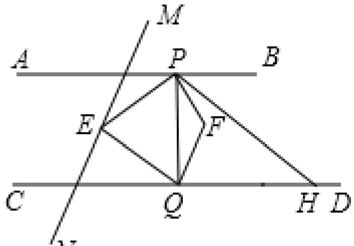
5．已知：如图（1）直线*AB*、*CD*被直线*MN*所截，∠1＝∠2．



(1)



(2)



(3)

（1）求证：*AB*//*CD*；

（2）如图（2），点*E*在*AB*，*CD*之间的直线*MN*上，*P*、*Q*分别在直线*AB*、*CD*上，连接*PE*、*EQ*，*PF*平分∠*BPE*，*QF*平分∠*EQD*，则∠*PEQ*和∠*PFQ*

之间有什么数量关系，请直接写出你的结论；

（3）如图（3），在（2）的条件下，过P点作$PH//EQ$交CD于点H，连接PQ，若PQ平分$\angle EPH$，$\angle QPF$：$\angle EQF=1$：5，求$\angle PHQ$的度数．

6．已知$AB//CD$．

（1）如图1，E为AB，CD之间一点，连接BE，DE，得到$\angle BED$．求证：$\angle BED=\angle B+\angle D$；

（2）如图，连接AD，BC，BF平分$\angle ABC$，DF平分$\angle ADC$，且BF，DF所在的直线交于点F．

①如图2，当点B在点A的左侧时，若$\angle ABC=50°$，$\angle ADC=60°$，求$\angle BFD$的度数．

②如图3，当点B在点A的右侧时，设$\angle ABC=\alpha$，$\angle ADC=\beta$，请你求出$\angle BFD$的度数．（用含有α，β的式子表示）

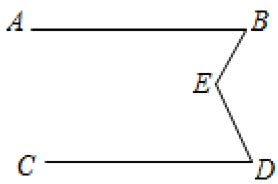


图1

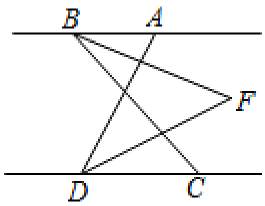


图2

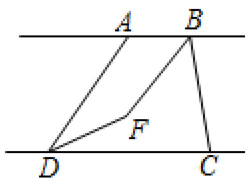


图3

7．我们知道，任意一个正整数x都可以进行这样的分解：$x=m\times n$（m，n是正整数，且$m\le n$），在x的所有这种分解中，如果m，n两因数之差的绝对值最小，我们就称$m\times n$是x的最佳分解，并规定：$f\left(x\right)=\dfrac{n}{m}$．例如：18可分解成$1\times 18$，$2\times 9$或$3\times 6$，因为$18-1>9-2>6-3$，所以$3\times 6$是18的最佳分解，所以$f\left(18\right)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

（1）填空：$f\left(6\right)=$_____；$f\left(16\right)=$_____；

（2）一个两位正整数t（$t=10a+b$，$1\le a\le b\le 9$，a，b为正整数），交换其个位上的数字与十位上的数字得到的新数减去原数所得的差为54，求出所有的两位正整数；并求$f\left(t\right)$的最大值；

（3）填空：

①$f\left(2^2\times 3\times 5\times 7\right)=$_____；②$f\left(2^4\times 3\times 5\times 7\right)=$______；

8．阅读下面的文字，解答问题：大家知道$\sqrt{2}$是无理数，而无理是无限不循环小数，因此$\sqrt{2}$的小数部分我们不可能全部写出来，于是小明用$\sqrt{2}-1$来表示$\sqrt{2}$的小数部分，事实上，小明的表示方法是有道理的，因为$\sqrt{2}$的整数部分是1，将这个数减去其整数部分，差就是$\sqrt{2}$的小数部分，又例如：$\because 2^3<\left(\sqrt{7}\right)^2<3^2$，即$2<\sqrt{7}<3$，$\therefore\sqrt{7}$的整数部分为2，小数部分为$\left(\sqrt{7}-2\right)$。

请解答

（1）$\sqrt{11}$的整数部分是______，小数部分是_______。

（2）如果$\sqrt{5}$的小数部分为a，$\sqrt{41}$的整数部分为b，求$a+b-\sqrt{5}$的值。

（3）已知x是$3+\sqrt{5}$的整数部分，y是其小数部分，直接写出$x-y$的值.

9．我们知道，任意一个正整数x都可以进行这样的分解：$x=m\times n$（m，n是正整数，且

$m \le n$），在 x 的所有这种分解中，如果 m，n 两因数之差的绝对值最小，我们就称 $m \times n$ 是 x 的最佳分解，并规定：$f\left(x\right)=\dfrac{n}{m}$．例如：18可分解成 1×18，2×9 或 3×6，因为 $18-1>9-2>6-3$，所以 3×6 是18的最佳分解，所以 $f\left(18\right)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

（1）填空：$f\left(6\right)=$_____；$f\left(16\right)=$_____；

（2）一个两位正整数 t（$t=10a+b$，$1\le a\le b\le 9$，a，b 为正整数），交换其个位上的数字与十位上的数字得到的新数减去原数所得的差为54，求出所有的两位正整数；并求 $f\left(t\right)$ 的最大值；

（3）填空：

① $f\left(2^2\times 3\times 5\times 7\right)=$_____；② $f\left(2^4\times 3\times 5\times 7\right)=$______；

10．规定：求若干个相同的有理数（均不等于0）的除法运算叫做除方，如2÷2÷2，（-3）÷（-3）÷（-3）÷（-3）等．类比有理数的乘方，我们把2÷2÷2记作2③，读作"2的圈3次方"，（-3）÷（-3）÷（-3）÷（-3）记作（-3）④，读作"-3的圈4次方"，一般地，把 $\underbrace{a\div a\div \cdots \div a}_{n个a}$（a≠0）记作aⓝ，读作"a的圈 n次方"．

（初步探究）

（1）直接写出计算结果：2③=___，（$\frac{1}{2}$）⑤=___；

（2）关于除方，下列说法错误的是___

A．任何非零数的圈2次方都等于1；

B．对于任何正整数n，1ⓝ=1；

C．3④=4③；

D．负数的圈奇数次方结果是负数，负数的圈偶数次方结果是正数．

（深入思考）

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

（1）试一试：仿照上面的算式，将下列运算结果直接写成幂的形式．

（-3）④=___；5⑥=___；（-$\frac{1}{2}$）⑩=___．

（2）想一想：将一个非零有理数a的圈n次方写成幂的形式等于___；

（3）算一算：$12^2\div(-\frac{1}{3})$④$\times(-2)$⑤$-(-\frac{1}{3})$⑥$\div 3^3$

11．（阅读材料）

数学家华罗庚在一次出国访问途中，看到飞机上邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题：求59319的立方根．华罗庚脱口而出："39"．邻座的乘客十分惊奇，忙问其中计算的奥妙．你知道怎样迅速准确的计算出结果吗？请你按下面的步骤试一试：

第一步：$\because \sqrt[3]{1000}=10$，$\sqrt[3]{1000000}=100$，$1000<59319<1000000$，

$\therefore 10<\sqrt[3]{59319}<100$．

∴能确定59319的立方根是个两位数.

第二步：∵59319的个位数是9，$9^3=729$

∴能确定59319的立方根的个位数是9.

第三步：如果划去59319后面的三位319得到数59，

而$\sqrt[3]{27}<\sqrt[3]{59}<\sqrt[3]{64}$，则$3<\sqrt[3]{59}<4$，可得$30<\sqrt[3]{59319}<40$，

由此能确定59319的立方根的十位数是3，因此59319的立方根是39.

（解答问题）

根据上面材料，解答下面的问题

（1）求110592的立方根，写出步骤.

（2）填空：$\sqrt[3]{21952}=$__________.

12．如图1，把两个边长为1的小正方形沿对角线剪开，所得的4个直角三角形拼成一个面积为2的大正方形．由此得到了一种能在数轴上画出无理数对应点的方法.

（1）图2中*A*、*B*两点表示的数分别为__________，__________；

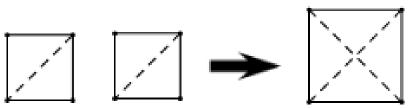


图1

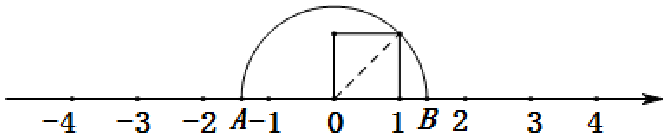


图2

（2）请你参照上面的方法：

①把图3中5×1的长方形进行剪裁，并拼成一个大正方形．在图3中画出裁剪线，并在图4的正方形网格中画出拼成的大正方形，该正方形的边长$a=$__________．（注：小正方形边长都为1，拼接不重叠也无空隙）

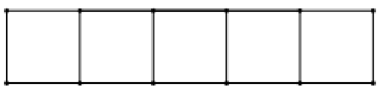


图3

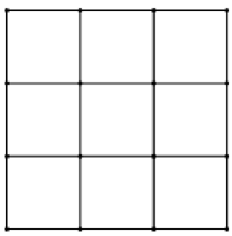
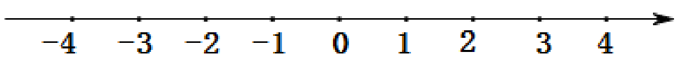
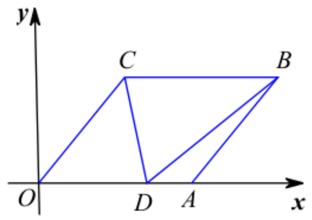


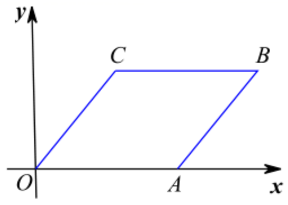
图4

②在①的基础上，参照图2的画法，在数轴上分别用点*M*、*N*表示数*a*以及$a-3$．（图中标出必要线段的长）



13．如图，在平面直角坐标系xOy中，已知$A(4,0)$，将线段OA平移至CB，点D在x轴正半轴上，$C(a,b)$，且$\sqrt{a-2}+|b-3|=0$．连接OC，AB，CD，BD.





备用图

（1）写出点 C 的坐标为__；点 B 的坐标为__；

（2）当△ODC 的面积是△ABD 的面积的3倍时，求点 D 的坐标；

（3）设 $\angle OCD=\alpha$，$\angle DBA=\beta$，$\angle BDC=\theta$，判断 α、β、θ 之间的数量关系，并说明理由．

14．如图，$MN//GH$，点A、B分别在直线MN、GH上，点O在直线MN、GH之间，若 $\angle NAO=116°$，$\angle OBH=144°$．

（1）$\angle AOB=$___°；

（2）如图2，点C、D是 $\angle NAO$、$\angle GBO$ 角平分线上的两点，且 $\angle CDB=35°$，求 $\angle ACD$ 的度数；

（3）如图3，点F是平面上的一点，连结FA、FB，E是射线FA上的一点，若 $\angle MAE=n\angle OAE$，$\angle HBF=n\angle OBF$，且 $\angle AFB=60°$，求n的值．

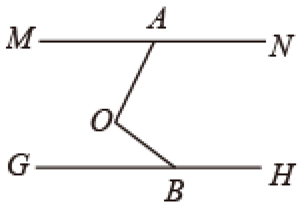


图1

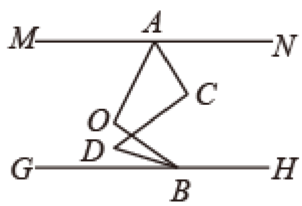


图2

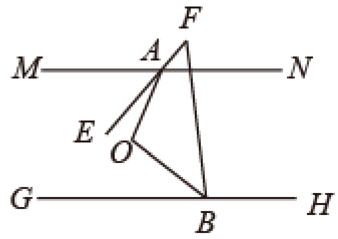
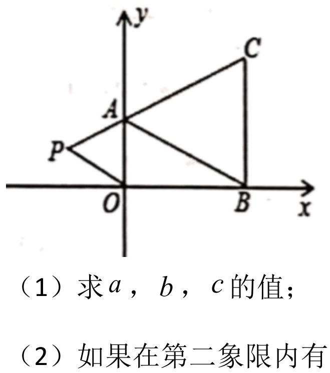


图3

15．如图，在下面直角坐标系中，已知 $A(0,a)$，$B(b,0)$，$C(b,c)$ 三点，其中 a，b，c 满足关系式 $|a-2|+\sqrt{b-3}+(c-4)^2=0$．



（1）求 a，b，c 的值；

（2）如果在第二象限内有一点 $P\left(m,\frac{1}{2}\right)$，请用含 m 的式子表示四边形 $ABOP$ 的面积；

（3）在（2）的条件下，是否存在点 P，使四边形 $ABOP$ 的面积与三角形 ABC 的面积相等？若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由．

16．阅读下列材料：

问题：已知x− y＝2，且x＞1，y＜0

解：∵$x-y=2$．∴$x=y+2$，

又∵$x>1$∴$y+2>1$

∴$y>-1$

又∵$y<0$

∴$-1<y<0$①

∴$-1+2<y+2<0+2$

即$1<x<2$②

①+②得$-1+1<x+y<0+2$

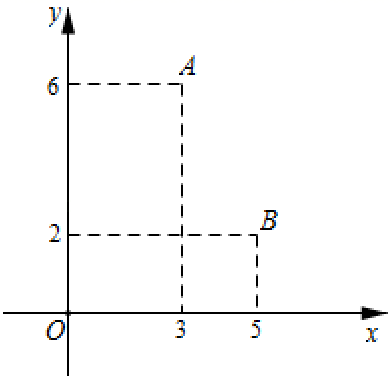
∴$x+y$的取值范围是$0<x+y<2$

请按照上述方法，完成下列问题：

（1）已知$x-y=3$，且$x>-1$，$y<0$，则x的取值范围是____；$x+y$的取值范围是____；

（2）已知$x-y=a$，且$x<-b$，$y>2b$，根据上述做法得到$-2<3x-y<10$，求a、b的值．

17．如图，在平面直角坐标系xOy中，对于任意两点A（x_1，y_1）与B（x_2，y_2）的"非常距离"，给出如下定义：若$|x_1-x_2|\geq|y_1-y_2|$，则点A与点B的"非常距离"为$|x_1-x_2|$；若$|x_1-x_2|<|y_1-y_2|$，则点A与点B的"非常距离"为$|y_1-y_2|$．



（1）填空：已知点A（3，6）与点B（5，2），则点A与点B的"非常距离"为____；

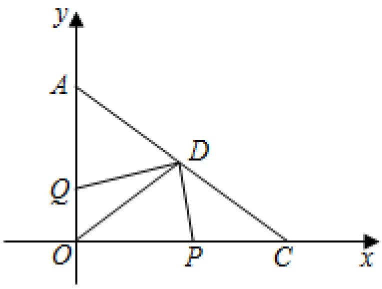
（2）已知点C（-1，2），点D为y轴上的一个动点．①若点C与点D的"非常距离"为2，求点D的坐标；②直接写出点C与点D的"非常距离"的最小值．

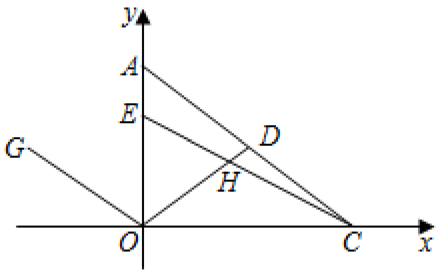
18．如图1，以直角$\triangle AOC$的直角顶点O为原点，以OC，OA所在直线为x轴和y轴建立平面直角坐标系，点$A(0,a)$，$C(b,0)$，并且满足$\sqrt{a-b+2}+|b-8|=0$．

（1）直接写出点A，点C的坐标；

（2）如图1，坐标轴上有两动点P，Q同时出发，点P从点C出发沿x轴负方向以每秒2个单位长度的速度匀速运动，点Q从点O出发沿y轴正方向以每秒1个单位长度的速度匀速运动，当点P到达点O整个运动随之结束；线段AC的中点D的坐标是$D(4,3)$，设运动时间为t秒．是否存在t，使得$\triangle DOP$与$\triangle DOQ$的面积相等？若存在，求出t的值；若不存在，说明理由；

（3）如图2，在（2）的条件下，若$\angle DOC=\angle DCO$，点G是第二象限中一点，并且OA平分$\angle DOG$，点E是线段OA上一动点，连接CE交OD于点H，当点E在OA上运动的过程中，探究$\angle DOG$，$\angle OHC$，$\angle ACE$之间的数量关系，直接写出结论．





19．判断下面方程组$\begin{cases}3x-2y=5① \\ 2x+3y=-1②\end{cases}$的解法是否正确，如果全部正确，判断即可；如果有错误，请写出正确的解题过程．

解：①×2-②×3，得$5y=2$，解得$y=\frac{2}{5}$，

把$y=\frac{2}{5}$代入方程①，得$3x-2\times\frac{2}{5}=5$，解得$x=\frac{29}{15}$．

∴原方程组的解为$\begin{cases}x=\frac{29}{15} \\ y=\frac{2}{5}\end{cases}$

20．历史上的数学巨人欧拉最先把关于x的多项式用记号f(x)来表示．例如$f(x)=x^2+3x-5$，把x＝某数时多项式的值用f(某数)来表示．例如x＝－1时多项式x^2+3x-5的值记为$f(-1)=(-1)^2+3\times(-1)-5=-7$.

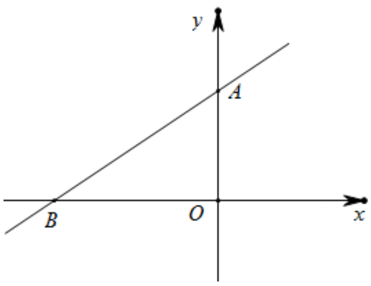
(1)已知$g(x)=-2x^2-3x+1$，分别求出g(－1)和g(－2)；

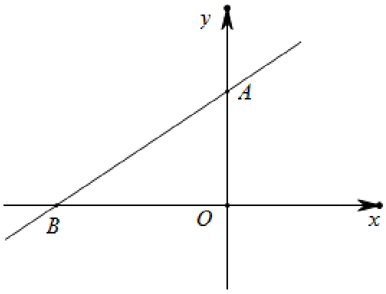
(2)已知$h(x)=ax^3+2x^2-ax-6$，当$h(\frac{1}{2})=a$，求a的值；

(3)已知$f(x)=\frac{2kx+a}{3}-\frac{x-bk}{6}-2$(a，b为常数)，当k无论为何值，总有f(1)＝0，求a，b的值

.

21．如图，已知$A(0,a)$，$B(b,0)$，且满足$|a-4|+\sqrt{b+6}=0$．





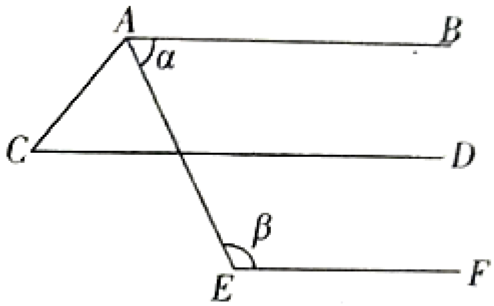
（1）求 A 、 B 两点的坐标；

（2）点 $C(m,n)$ 在线段 AB 上， m 、 n 满足 $n-m=5$ ，点 D 在 y 轴负半轴上，连 CD 交 x 轴的负半轴于点 M ，且 $S_{\Delta MBC}=S_{\Delta MOD}$ ，求点 D 的坐标；

（3）平移直线 AB ，交 x 轴正半轴于 E ，交 y 轴于 F ， P 为直线 EF 上第三象限内的点，过 P 作 $PG\perp x$ 轴于 G ，若 $A_{\Delta PAB}=20$ ，且 $GE=12$ ，求点 P 的坐标.

22．如图， $CD//EF$ ， AE 是 $\angle CAB$ 的平分线， $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 的度数满足方程组

$$\begin{cases}2\angle\alpha+\angle\beta=250^\circ \text{L L } (1)\\ 3\angle\alpha-\angle\beta=100^\circ \text{L L } (2)\end{cases},$$

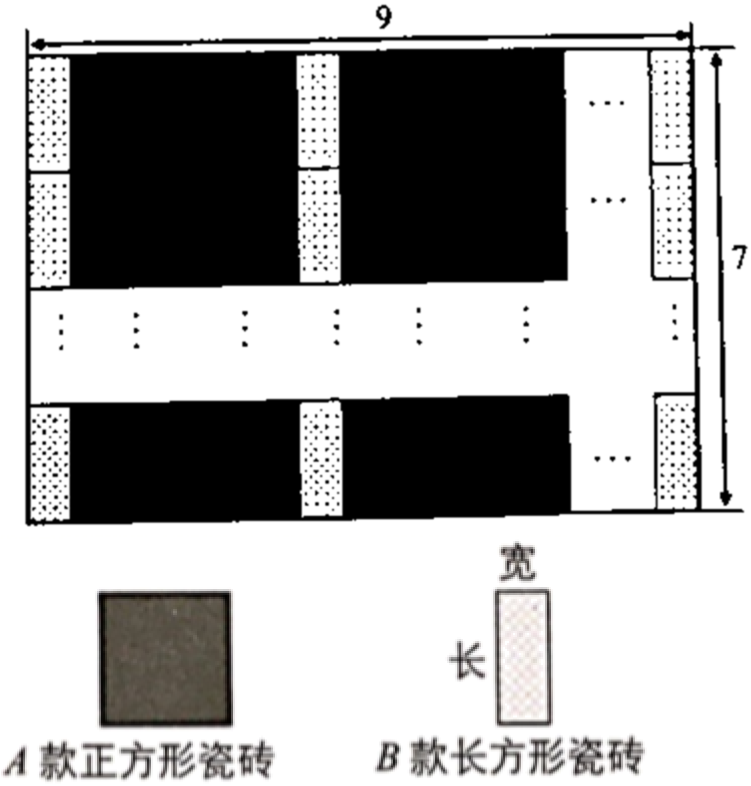


（1）求 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 的度数；

（2）求证： $AB//CD$.

（3）求 $\angle C$ 的度数.

23．李师傅要给-块长9米，宽7米的长方形地面铺瓷砖.如图，现有A和B两种款式的瓷砖，且A款正方形瓷砖的边长与B款长方形瓷砖的长相等, B款瓷砖的长大于宽.已知一块A款瓷砖和-块B款瓷砖的价格和为140元; 3块A款瓷砖价格和4块B款瓷砖价格相等.请回答以下问题:



(1)分别求出每款瓷砖的单价.

(2)若李师傅买两种瓷砖共花了1000
元，且A款瓷砖的数量比B款多，则两种瓷砖各买了多少块?

(3)李师傅打算按如下设计图的规律进行铺瓷砖.若A款瓷砖的用量比B款瓷砖的2倍少14块，且恰好铺满地面，则B款瓷砖的长和宽分别为_____米(直接写出答案).

24．学校组织270名同学和7名教师参加校外学习交流活动现打算选租大、小两种客车，大客车载客量为45人/辆，小客车载客量为30人/辆

（1）学校准备租用7辆客车，有几种租车方案?

（2）在（1）的条件下，若大客车租金为400元/辆，小客车租金为300元/辆，哪种租车方案最省钱?

（3）学校临时增加10名学生和4名教师参加活动，每辆大客车有2名教师带队，每辆小客车至少有1名教师带队.同学先坐满大客车，再依次坐满小客车，最后一辆小客车至少要有20人，请你帮助设计租车方案

25．若任意一个代数式，在给定的范围内求得的最大值和最小值恰好也在该范围内，则称这个代数式是这个范围的“湘一代数式”．例如：关于x的代数式x^2，当$-1\le x\le 1$时，代数式x^2在x=±1时有最大值，最大值为1；在x=0时有最小值，最小值为0，此时最值1，0均在$-1\le x\le 1$这个范围内，则称代数式x^2是$-1\le x\le 1$的“湘一代数式”.

（1）若关于x的代数式$|x|$，当$1\le x\le 3$时，取得的最大值为___，最小值为___，所以代数式$|x|$___（填“是”或“不是”）$1\le x\le 3$的“湘一代数式”.

（2）若关于x的代数式$\dfrac{a}{|x|+2}-1$是$-2\le x\le 2$的“湘一代数式”，求a的最大值与最小值.

（3）若关于x的代数式$|x-2|$是$m \le x \le 4$的“湘一代数式”，求m的取值范围．

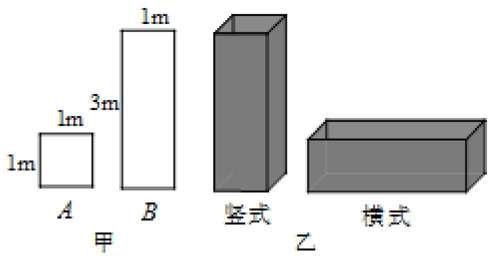
26．某数码专营店销售A，B两种品牌智能手机，这两种手机的进价和售价如表所示：

	A	B
进价（元/部）	3300	3700
售价（元/部）	3800	4300

（1）该店销售记录显示，三月份销售A、B两种手机共34部，且销售A种手机的利润恰好是销售B种手机利润的2倍，求该店三月份售出A种手机和B种手机各多少部？

（2）根据市场调研，该店四月份计划购进这两种手机共40部，要求购进B种手机数不低于A种手机数的$\frac{3}{5}$，用于购买这两种手机的资金低于140000元，请通过计算设计所有可能的进货方案．

27．某工厂准备用图甲所示的A型正方形板材和B型长方形板材，制作成图乙所示的竖式和横式两种无盖箱子．



（1）若现有A型板材150张，B型板材300张，可制作竖式和横式两种无盖箱子各多少个？

（2）若该工厂准备用不超过24000元资金去购买A、B两种型号板材，制作竖式、横式箱子共100个，已知A型板材每张20元，B型板材每张60元，问最多可以制作竖式箱子多少个？

（3）若该工厂新购得65张规格为$3\text{m}\times3\text{m}$的C型正方形板材，将其全部切割成A型或B型板材（不计损耗），用切割的板材制作两种类型的箱子，要求竖式箱子不少于10个，且材料恰好用完，则最多可以制作竖式箱子多少个？

28．在平面直角坐标系中，点A，B，C的坐标分别为$(a,0)$，$(2,-4)$，$(c,0)$，且a，c满足方程$(2a-4)x^{c-4}+y^{a^2-3}=0$为二元一次方程．

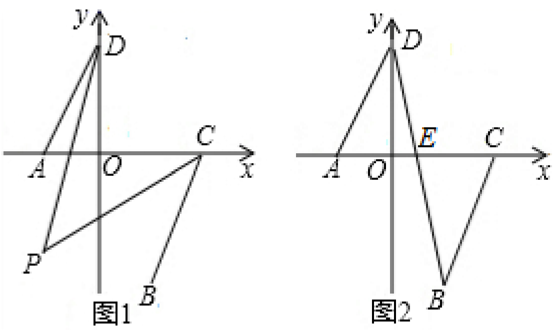


图1　　图2

（1）求A，C的坐标．

（2）若点D为y轴正半轴上的一个动点．

①如图1，当 $AD//BC$ 时，$\angle ADO$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P，求 $\angle P$ 的度数；

②如图2，连接 BD，交 x 轴于点 E．若 $S_{\triangle ADE} \leq S_{\triangle BCE}$ 成立．设动点 D 的坐标为 $(0,d)$，求 d 的取值范围．

29．对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和图形 G 上的任意点 P（x，y），给出如下定义：将点 P（x，y）平移到 P'（$x+t$，$y-t$）称为将点 P 进行“t 型平移”，点 P' 称为将点 P 进行“t 型平移”的对应点；将图形 G 上的所有点进行“t 型平移”称为将图形 G 进行“t 型平移”．例如，将点 P（x，y）平移到 P'（$x+1$，$y-1$）称为将点 P 进行“l 型平移”，将点 P（x，y）平移到 P'（$x-1$，$y+1$）称为将点 P 进行“$-l$ 型平移”．

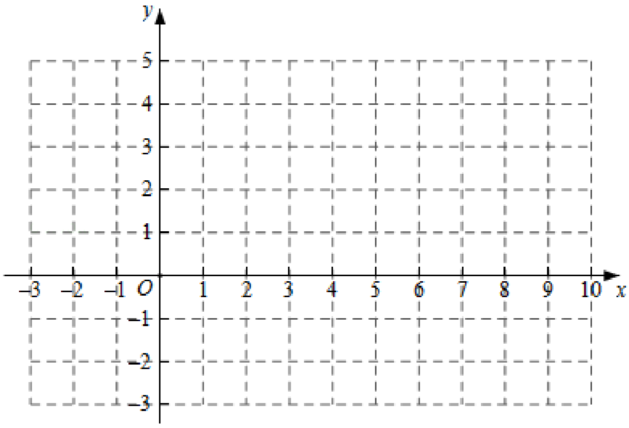
已知点 A（2，1）和点 B（4，1）．

（1）将点 A（2，1）进行“l 型平移”后的对应点 A' 的坐标为______．

（2）①将线段 AB 进行“$-l$ 型平移”后得到线段 $A'B'$，点 P_1（1.5，2），P_2（2，3），P_3（3，0）中，在线段 $A'B'$ 上的点是______．

②若线段 AB 进行“t 型平移”后与坐标轴有公共点，则 t 的取值范围是______．

（3）已知点 C（6，1），D（8，﹣1），点 M 是线段 CD 上的一个动点，将点 B 进行“t 型平移”后得到的对应点为 B'，当 t 的取值范围是______时，$B'M$ 的最小值保持不变．



30．某生态柑橘园现有柑橘21吨，计划租用 A，B 两种型号的货车将柑橘运往外地销售．已知满载时，用2辆 A 型车和3辆 B 型车一次可运柑橘12吨；用3辆 A 型车和4辆 B 型车一次可运柑橘17吨．

（1）1辆 A 型车和1辆 B 型车满载时一次分别运柑橘多少吨？

（2）若计划租用 A 型货车 m 辆，B 型货车 n 辆，一次运完全部柑橘，且每辆车均为满载．

①请帮柑橘园设计租车方案；

②若 A 型车每辆需租金120元/次，B 型车每辆需租金100元/次．请选出最省钱的租车方案，并求出最少租车费．

【参考答案】*试卷处理标记，请不要删除**

一、解答题

1．（1）-1，-3．（2）①当点P在直线AB，CD之间时，$\angle BPD-\angle PDC=\alpha$．当点$P$在直线$CD$的下方时，$\angle BPD+\angle PDC=\alpha$．当点$P$在直线$AB$的上方时，$\angle BPD+\angle PDC=\alpha$；②$-6<m\le 1$或$7\le m<14$

【分析】

（1）由题意，线段AB向左平移2个单位，向下平移4个单位得到线段CD，利用平移规律求解即可．

（2）①分三种情形求解，如图1中，当点P在直线AB，CD之间时，$\angle BPD-\angle PDC=\alpha$．如图2中，当点$P$在直线$CD$的下方时，$\angle BPD+\angle PDC=\alpha$．如图3中，当点$P$在直线$AB$的上方时，同法可证$\angle BPD+\angle PDC=\alpha$．分别利用平行线的性质求解即可．

②求出点P在直线AB两侧，$\triangle PAB$的面积分别为3和10时，m的值，即可判断．

【详解】

解：（1）由题意，线段AB向左平移2个单位，向下平移4个单位得到线段CD，

∵A（1，3），B（3，1），

∴C（-1，-1），D（1，-3），

∴$m=-1$，$n=-3$．

故答案为：-1，-3．

（2）如图1中，当点P在直线AB，CD之间时，$\angle BPD-\angle PDC=\alpha$．

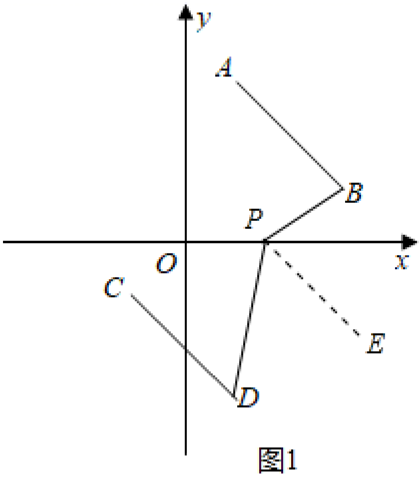


图1

理由：过点P作$PE\parallel AB$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$PE\parallel CD\parallel AB$，

∴$\angle ABP=\angle BPE$，$\angle PDC=\angle DPE$，

∴$\angle BPD-\angle PDC=\angle BPD-\angle DPE=\angle BPE=\alpha$．

如图2中，当点P在直线CD的下方时，$\angle BPD+\angle PDC=\alpha$．

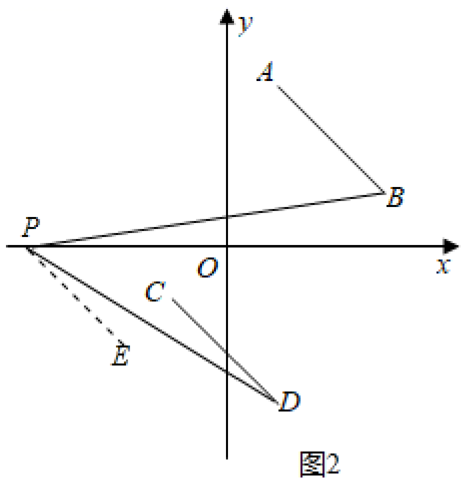


图2

理由：过点P作$PE \parallel AB$，

$\because AB \parallel CD$，

$\therefore PE \parallel CD \parallel AB$，

$\therefore \angle ABP=\angle BPE$，$\angle PDC=\angle DPE$，

$\therefore \angle BPD+\angle PDC=\angle BPD+\angle DPE=\angle BPE=\alpha$.

如图3中，当点P在直线AB的上方时，同法可证$\angle BPD+\angle PDC=\alpha$.

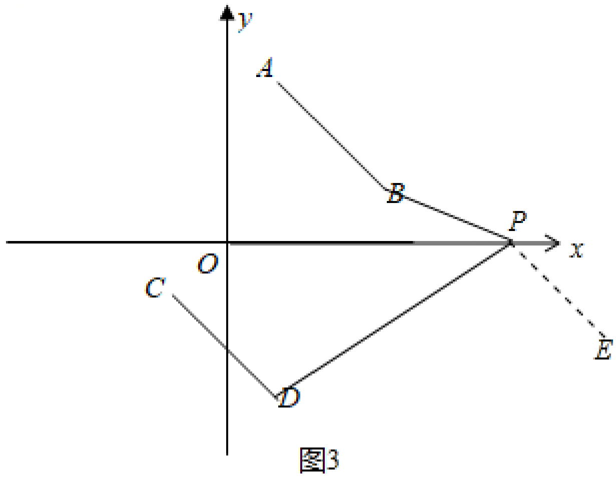


图3

（3）如图4中，过点B作$BH \perp x$轴于H，过点A作$AT \perp BH$交BH于点T，延长AB交x轴于E.

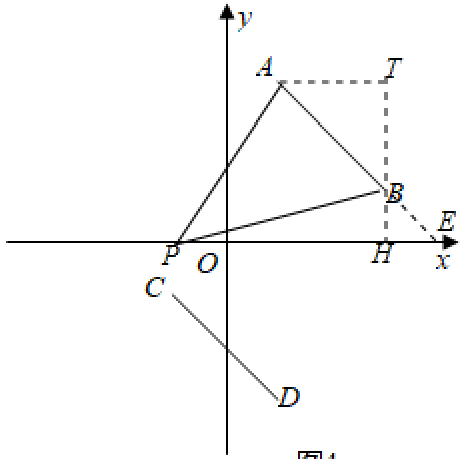


图4

当点P在直线AB的下方时，

$S_{\triangle PAB}=S_{梯形ATHP}-S_{\triangle ABT}-S_{\triangle PBH}=\frac{1}{2}$（2+3-$m$）•3-$\frac{1}{2}$×2×2-$\frac{1}{2}$•（3-$m$）•1=-$m$+4，

当△PAB的面积=3时，-m+4=3，解得m=1，

当△PAB的面积=3时，-m+4=10，解得m=-6，

∵△ABT是等腰直角三角形，

∴∠ABT=45°=∠HBE，

∴BH=EH=1，

∴E（4，0），

根据对称性可知，当点P在直线AB的右侧时，当△PAB的面积=3时，m=7，

当△PAB的面积=3时，m=14，

观察图象可知，-6＜m≤1或7≤m＜14.

【点睛】

本题属于三角形综合题，考查了三角形的面积，平行线的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用分割法求三角形面积，学会寻找特殊位置解决问题，属于中考常考题型.

2. （1）30°；（2）∠DEF+2∠CDF＝150°，理由见解析；（3）$\frac{1}{2}$

【分析】

（1）由非负性可求α，β的值，由平行线的性质和外角性质可求解；

（2）过点E作直线EH∥AB，由角平分线的性质和平行线的性质可求∠DEF＝180°﹣30°﹣2x°＝150°﹣2x°，由角的数量可求解；

（3）由平行线的性质和外角性质可求∠PMB＝2∠Q+∠PCD，∠CPM＝2∠Q，即可求解.

【详解】

解：（1）∵$\sqrt{\alpha-30}$+（β﹣60）^{2}＝0，

∴α＝30，β＝60，

∵AB∥CD，

∴∠AMN＝∠MND＝60°，

∵∠AMN＝∠B+∠BEM＝60°，

∴∠BEM＝60°﹣30°＝30°；

（2）∠DEF+2∠CDF＝150°.

理由如下：过点E作直线EH∥AB，

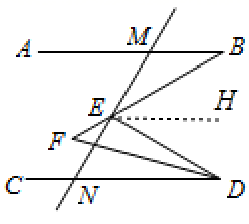


图2

∵DF平分∠CDE，

∴设∠CDF＝∠EDF＝x°；

∵EH∥AB，

∴∠DEH＝∠EDC＝2x°，

∴$\angle DEF=180°-30°-2x°=150°-2x°$；

∴$\angle DEF=150°-2\angle CDF$，

即$\angle DEF+2\angle CDF=150°$；

（3）如图3，设MQ与CD交于点E，

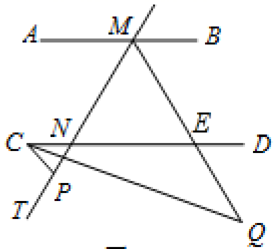


图3

∵MQ平分$\angle BMT$，QC平分$\angle DCP$，

∴$\angle BMT=2\angle PMQ$，$\angle DCP=2\angle DCQ$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle BME=\angle MEC$，$\angle BMP=\angle PND$，

∵$\angle MEC=\angle Q+\angle DCQ$，

∴$2\angle MEC=2\angle Q+2\angle DCQ$，

∴$\angle PMB=2\angle Q+\angle PCD$，

∵$\angle PND=\angle PCD+\angle CPM=\angle PMB$，

∴$\angle CPM=2\angle Q$，

∴$\angle Q$与$\angle CPM$的比值为$\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$．

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质、角平分线的性质，准确计算是解题的关键．

3．（1）$\angle BME=\angle MEN-\angle END$；$\angle BMF=\angle MFN+\angle FND$．（2）120°（3）$\angle FEQ$的大小没发生变化，$\angle FEQ=30°$．

【分析】

（1）过E作$EH\,//\,AB$，易得$EH\,//\,AB\,//\,CD$，根据平行线的性质可求解；过F作$FH\,//\,AB$，易得$FH\,//\,AB\,//\,CD$，根据平行线的性质可求解；

（2）根据（1）的结论及角平分线的定义可得2（$\angle BME+\angle END$）$+\angle BMF-\angle FND=180°$，可求解$\angle BMF=60°$，进而可求解；

（3）根据平行线的性质及角平分线的定义可推知$\angle FEQ=\frac{1}{2}\angle BME$，进而可求解．

【详解】

解：（1）过E作$EH\,//\,AB$，如图1，

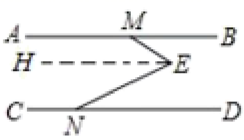


图1

∴∠*BME*＝∠*MEH*，

∵*AB*∥*CD*，

∴*HE*∥*CD*，

∴∠*END*＝∠*HEN*，

∴∠*MEN*＝∠*MEH*＋∠*HEN*＝∠*BME*＋∠*END*，

即∠*BME*＝∠*MEN*−∠*END*．

如图2，过*F*作*FH*∥*AB*，

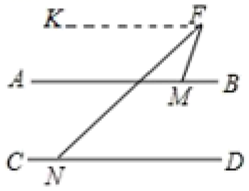


图2

∴∠*BMF*＝∠*MFK*，

∵*AB*∥*CD*，

∴*FH*∥*CD*，

∴∠*FND*＝∠*KFN*，

∴∠*MFN*＝∠*MFK*−∠*KFN*＝∠*BMF*−∠*FND*，

即：∠*BMF*＝∠*MFN*＋∠*FND*．

故答案为∠*BME*＝∠*MEN*−∠*END*；∠*BMF*＝∠*MFN*＋∠*FND*．

（2）由（1）得∠*BME*＝∠*MEN*−∠*END*；∠*BMF*＝∠*MFN*＋∠*FND*．

∵*NE*平分∠*FND*，*MB*平分∠*FME*，

∴∠*FME*＝∠*BME*＋∠*BMF*，∠*FND*＝∠*FNE*＋∠*END*，

∵2∠*MEN*＋∠*MFN*＝180°，

∴2（∠*BME*＋∠*END*）＋∠*BMF*−∠*FND*＝180°，

∴2∠*BME*＋2∠*END*＋∠*BMF*−∠*FND*＝180°，

即2∠*BMF*＋∠*FND*＋∠*BMF*−∠*FND*＝180°，

解得∠*BMF*＝60°，

∴∠*FME*＝2∠*BMF*＝120°；

（3）∠*FEQ*的大小没发生变化，∠*FEQ*＝30°．

由（1）知：∠*MEN*＝∠*BME*＋∠*END*，

∵*EF*平分∠*MEN*，*NP*平分∠*END*，

∴∠*FEN*＝$\frac{1}{2}$∠*MEN*＝$\frac{1}{2}$（∠*BME*＋∠*END*），∠*ENP*＝$\frac{1}{2}$∠*END*，

∵*EQ*∥*NP*，

∴∠*NEQ*＝∠*ENP*，

∴∠*FEQ*＝∠*FEN*−∠*NEQ*＝$\frac{1}{2}$（∠*BME*＋∠*END*）−$\frac{1}{2}$∠*END*＝$\frac{1}{2}$∠*BME*，

∵∠*BME*＝60°，

∴∠*FEQ*＝$\frac{1}{2}$×60°＝30°．

【点睛】

本题主要考查平行线的性质及角平分线的定义，作辅助线是解题的关键．

4．（1）$a=3$，$b=1$；（2）30°；（3）15秒或82.5秒

【分析】

（1）解出式子$|a-3b|+(a+b-4)^2=0$即可；

（2）根据$PQ//MN$，用含t的式子表示出$\angle BCA$，根据（2）中给出的条件得出方程式$\angle BCD=90°-\angle BCA=90°-\left[180°-(2t)°\right]=(2t)°-90°=20°$，求出$t$的值，进而求出$\angle BAC$的度数；

（3）根据灯B的要求，$t<150$，在这个时间段内A可以转3次，分情况讨论．

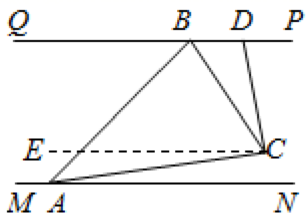
【详解】

解：（1）$\because |a-3b|+(a+b-4)^2=0$．

又$\because |a-3b|\geq 0$，$(a+b-4)^2\geq 0$．

$\therefore a=3$，$b=1$；

（2）设A灯转动时间为t秒，



如图，作$CE//PQ$，而$PQ//MN$，

$\therefore PQ//CE//MN$，

$\therefore \angle ACE=\angle CAN=180°-3t°$，$\angle BCE=\angle CBD=t°$，

$\therefore \angle BCA=\angle CBD+\angle CAN=t°+180°-(3t)°=180°-(2t)°$，

$\because \angle ACD=90°$，

$\therefore \angle BCD=90°-\angle BCA=90°-\left[180°-(2t)°\right]=(2t)°-90°=20°$，

$\therefore t=55$

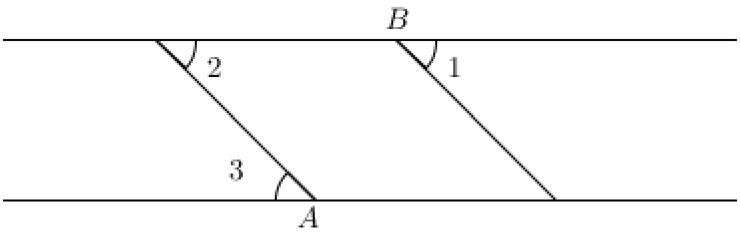
$\because \angle CAN=180°-(3t)°$，

$\therefore \angle BAC=45°-\left[180°-(3t)°\right]=(3t)°-135°=165°-135°=30°$

（3）设A灯转动t秒，两灯的光束互相平行．

依题意得$0<t<150$

①当$0<t<60$时，



两河岸平行，所以$\angle 2=\angle 3=(3t)°$

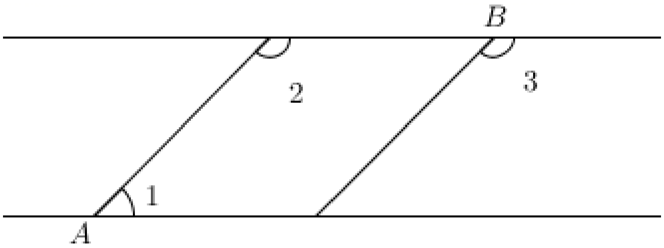
两光线平行，所以 $\angle 2=\angle 1=30+t°$

所以，$\angle 1=\angle 3$

即：$3t=30+t$，

解得 $t=15$；

②当 $60<t<120$ 时，



两光束平行，所以 $\angle 2=\angle 3=(30+t)°$

两河岸平行，所以 $\angle 1+\angle 2=180°$

$\angle 1=3t-180°$

所以，$3t-180+30+t=180$，

解得 $t=82.5$；

③当 $120<t<150$ 时，图大概如①所示

$3t-360=t+30$，

解得 $t=195>150$（不合题意）

综上所述，当 $t=15$ 秒或82.5秒时，两灯的光束互相平行．

【点睛】

这道题考察的是平行线的性质和一元一次方程的应用．根据平行线的性质找到对应角列出方程是解题的关键．

5．（1）见解析；（2）$\angle PEQ+2\angle PFQ=360°$；（3）$30°$

【分析】

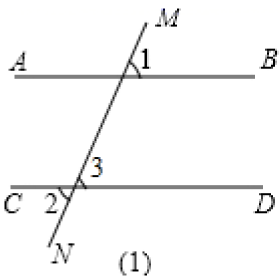
（1）首先证明 $\angle 1=\angle 3$，易证得 $AB//CD$；

（2）如图2中，$\angle PEQ+2\angle PFQ=360°$．作 $EH//AB$．理由平行线的性质即可证明；

（3）如图3中，设 $\angle QPF=y$，$\angle PHQ=x$．$\angle EPQ=z$，则 $\angle EQF=\angle FQH=5y$，想办法构建方程即可解决问题；

【详解】

（1）如图1中，



(1)

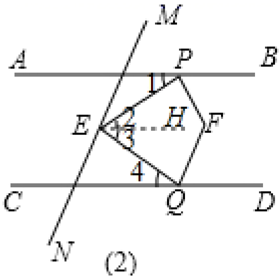
∵$\angle 2=\angle 3$，$\angle 1=\angle 2$，

∴$\angle 1=\angle 3$，

$\therefore AB // CD$.

（2）结论：如图2中，$\angle PEQ+2\angle PFQ=360°$.

理由：作$EH//AB$.



(2)

$\because AB//CD$，$EH//AB$，

$\therefore EH//CD$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，

$\therefore \angle 2+\angle 3=\angle 1+\angle 4$，

$\therefore \angle PEQ=\angle 1+\angle 4$，

同法可证：$\angle PFQ=\angle BPF+\angle FQD$，

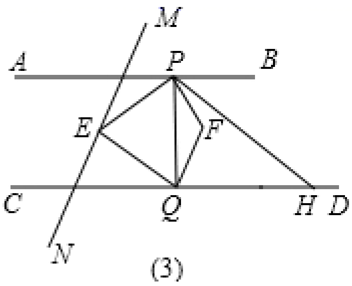
$\because \angle BPE=2\angle BPF$，$\angle EQD=2\angle FQD$，$\angle 1+\angle BPE=180°$，$\angle 4+\angle EQD=180°$，

$\therefore \angle 1+\angle 4+\angle EQD+\angle BPE=2\times 180°$，

即$\angle PEQ+2(\angle FQD+\angle BPF)=360°$，

$\therefore \angle PEQ+2\angle PFQ=360°$.

（3）如图3中，设$\angle QPF=y$，$\angle PHQ=x$．$\angle EPQ=z$，则$\angle EQF=\angle FQH=5y$，



(3)

$\because EQ//PH$，

$\therefore \angle EQC=\angle PHQ=x$，

$\therefore x+10y=180°$，

$\because AB//CD$，

$\therefore \angle BPH=\angle PHQ=x$，

$\because PF$平分$\angle BPE$，

$\therefore \angle EPQ+\angle FPQ=\angle FPH+\angle BPH$，

$\therefore \angle FPH=y+z- x$，

$\because PQ$平分$\angle EPH$，

$\therefore Z=y+y+z- x$，

$\therefore x=2y$，

$\therefore 12y=180°$，

$\therefore y=15°$，

∴x＝30°，

∴∠PHQ＝30°．

【点睛】

本题考查了平行线的判定与性质，角平分线的定义等知识．（2）中能正确作出辅助线是解题的关键；（3）中能熟练掌握相关性质，找到角度之间的关系是解题的关键．

6．（1）见解析；（2）55°；（3）$180°-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta$

【分析】

（1）根据平行线的判定定理与性质定理解答即可；

（2）①如图2，过点F作$FE//AB$，当点B在点A的左侧时，根据$\angle ABC=50°$，$\angle ADC=60°$，根据平行线的性质及角平分线的定义即可求$\angle BFD$的度数；

②如图3，过点F作$EF//AB$，当点B在点A的右侧时，$\angle ABC=\alpha$，$\angle ADC=\beta$，根据平行线的性质及角平分线的定义即可求出$\angle BFD$的度数．

【详解】

解：（1）如图1，过点E作$EF//AB$，

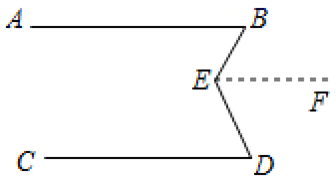


图1

则有$\angle BEF=\angle B$，

Q $AB//CD$，

$\therefore EF//CD$，

$\therefore \angle FED=\angle D$，

$\therefore \angle BED=\angle BEF+\angle FED=\angle B+\angle D$；

（2）①如图2，过点F作$FE//AB$，

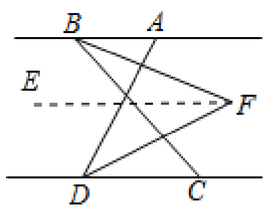


图2

有$\angle BFE=\angle FBA$．

Q $AB//CD$，

$\therefore EF//CD$．

$\therefore \angle EFD=\angle FDC$．

$\therefore \angle BFE+\angle EFD=\angle FBA+\angle FDC$．

即$\angle BFD=\angle FBA+\angle FDC$，

Q BF平分$\angle ABC$，DF平分$\angle ADC$，