专题08 数列专题（新定义）

一、单选题

1．（2023春·甘肃张掖·高二高台县第一中学校考阶段练习）对于正项数列$\{a_n\}$中，定义：

$G_n=\frac{a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n}{n}$为数列$\{a_n\}$的“匀称值”已知数列$\{a_n\}$的“匀称值”为$G_n=n+2$，则该数列中的$a_{10}=$（　）

A．$\frac{8}{3}$　　B．$\frac{12}{5}$　　C．$\frac{9}{4}$　　D．$\frac{21}{10}$

【答案】D

【分析】确定$nG_n=n(n+2)=a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n$，取$n=10$和$\boldsymbol{n=9}$带入式子，相减得到答案.

【详解】$G_n=\frac{a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n}{n}=n+2$，即$nG_n=n(n+2)=a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n$，

故$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+10a_{10}=10\times(10+2)$；$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+9a_9=9\times(9+2)$；

两式相减得$10a_{10}=21$，所以$a_{10}=\frac{21}{10}$.

故选：D

2．（2023春·浙江·高三开学考试）对任意正整数对(h,k)，定义函数$f(h,k)$如下：$f(1,j)=1$，

$(i+1)f(i+1,j)=(j-i)f(i,j),i\le j$，则（　）

A．$f(j+1,j)=1$　　B．$f(i,j)=2\mathrm{C}_j^{i-1}$

C．$\sum\limits_{i=1}[j^2\cdot f(i,j)]=j\cdot(2^j-1)$　　D．$\sum\limits_{j=1}\sum\limits_{i=1}[j\cdot f(i,j)]=2^n+n-2$

【答案】C

【分析】根据新定义得$\frac{f(i+1,j)}{f(i,j)}=\frac{j-i}{i+1}$，令$i=j$即可判断A，根据

$\frac{f(2,j)}{f(1,j)}=\frac{j-1}{2},\frac{f(3,j)}{f(2,j)}=\frac{j-2}{3},\frac{f(4,j)}{f(3,j)}=\frac{j-3}{4},\cdots$累乘可判断B，利用二项式定理求得

$\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^n=2^n-1$，结合$\sum\limits_{i=1}[j^2\cdot f(i,j)]=j\sum\limits_{i=1}C_j^i=j(2^j-1)$判断C，$\sum\limits_{j=1}\sum\limits_{i=1}[j\cdot f(i,j)]=\sum\limits_{j=1}(2^j-1)$，结合等比数列的前$n$项和公式判断D.

【详解】$\because(i+1)f(i+1,j)=(j-i)f(i,j),\therefore\frac{f(i+1,j)}{f(i,j)}=\frac{j-i}{i+1}$，

令$i=j$，则$\frac{f(j+1,j)}{f(j,j)}=0$，$\therefore f(j+1,j)=0$，A 错误；

$\because \frac{f(2,j)}{f(1,j)}=\frac{j-1}{2},\frac{f(3,j)}{f(2,j)}=\frac{j-2}{3},\frac{f(4,j)}{f(3,j)}=\frac{j-3}{4},\cdots$，$\frac{f(i,j)}{f(1,j)}=\frac{j-i+1}{i}$，

累乘得：$\frac{f(i,j)}{f(1,j)}=\frac{(j-1)(j-2)(j-3)\cdots(j-i+1)}{2\times3\times4\times5\times\cdots\times i}=\frac{1}{j}\mathrm{C}_j^i$，

$\because f(1,j)=1,\therefore f(i,j)=\frac{1}{j}\mathrm{C}_j^i,(i\le j)$，令$i=1$，则 B 错误；

因为$(1+1)^n=\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^n$，所以$\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^n=2^n-1$，

$\sum\limits_{i=1}\left[j^2\cdot f(i,j)\right]=j\sum\limits_{i=1}\mathrm{C}_j^i=j\left(2^j-1\right)$，则 C 正确；

$\sum\limits_{j=1}\sum\limits_{i=1}\left[j\cdot f(i,j)\right]=\sum\limits_{j=1}\left(2^j-1\right)=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-n=2^{n+1}-n-2$，则 D 错误.

故选：C.

3.（2023 春·安徽·高二合肥市第八中学校联考开学考试）定义：对于数列$\{a_n\}$，如果存在一个常数$T\left(T\in\mathrm{N}^*\right)$，使得对任意的正整数$n\ge n_0$恒有$a_{n+T}=a_n$，则称数列$\{a_n\}$是从第$n_0$项起的周期为$T$的周期数列．已知周期数列$\{b_n\}$满足：$b_1=1$，$b_2=3$，$b_n=b_{n-1}-b_{n-2}$（$n\ge3$），则$b_{2023}=$（　）

A．-1　　B．-3　　C．-2　　D．1

【答案】D

【分析】写出周期数列$\{b_n\}$的前几项，发现周期为 6，进而求得b_{2023}的值.

【详解】写出周期数列$\{b_n\}$的前几项：

1，3，2，-1，-3，-2，1，3，2，-1，-3，-2，1，…，

发现周期数列$\{b_n\}$是周期为 6 的周期数列，

$\therefore b_{2023}=b_{337\times6+1}=b_1=1$.

故选：D.

4.（2023 秋·福建南平·高二统考期末）若数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$b_n=\frac{S_n}{n}$，则称数列$\{b_n\}$是数列$\{a_n\}$的“均值数列”．已知数列$\{b_n\}$是数列$\{a_n\}$的“均值数列”且$b_n=n$，设数列$\left\{\frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，若$\frac{1}{2}\left(m^2-m+\sqrt{3}-3\right)<T_n$对$n\in\mathbf{N}^*$恒成立，则实数$m$的取值范围为（　）

A．$[-1,2]$　　B．$(-1,2)$

C. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

【答案】B

【分析】由新定义求得S_n，然后由$a_n=S_n-S_{n-1}$求得a_n，从而可求得T_n（裂项相消法）后得T_n的最小值，解相应不等式可得结论.

【详解】由题意$\frac{S_n}{n}=n$,即$S_n=n^2$,

$\therefore n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$,

又$a_1=S_1=1$，$\therefore n\in\mathbf{N}^*$时，$a_n=2n-1$,

$$\frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}=\frac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}}=\frac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}}{2},$$

$$T_n=\frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}+\cdots+\frac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}}{2}=\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2},$$

易知$\{\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}\}$是递增数列，$\therefore\{\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}\}$的最小值是$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$（$n=1$时取得），

由题意$\frac{1}{2}(m^2-m+\sqrt{3}-3)<\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，解得$-1<m<2$.

故选：B.

5.（2023秋·山西长治·高三校联考阶段练习）对于一个n项数列$A:a_1,a_2,\cdots,a_n,S_k=a_1+a_2+\cdots+a_k\ (1\leq k\leq n,k\in\mathbf{N}^*)$，记A的“*Cesaro*平均值”为$\frac{1}{n}(S_1+S_2+\cdots+S_n)$，若数列$a_1,a_2,\cdots,a_{1010}$的“*Cesaro*平均值”为2022，数列$x,a_1,a_2,\cdots,a_{1010}$的“*Cesaro*平均值”为2046，则$x=$（　）

A．24　　B．26　　C．1036　　D．1541

【答案】B

【分析】先求出$S_1+S_2+\cdots+S_{1010}$的值，再根据*Cesaro*平均值的求法列出等式，即可求出x的值.

【详解】因为数列$a_1,a_2,\cdots,a_{1010}$的“*Cesaro*平均值”为$\frac{S_1+S_2+\ldots+S_{1010}}{1010}=2022$,

所以$S_1+S_2+\cdots+S_{1010}=2022\times1010$.

因为$x,a_1,a_2,\cdots,a_{1010}$的“*Cesaro*平均值”为$\frac{x+(x+S_1)+(x+S_2)+\ldots+(x+S_{1010})}{1011}=2046$,

所以$\frac{1011x+2022\times1010}{1011}=2046$，所以$x+2020=2046$，解得$x=26$,

故选:B.

6. （2023春·湖北咸宁·高二校考开学考试）等比数列$\{a_n\}$中$a_1=512$，公比$q=-\frac{1}{2}$，用$\Pi_n=a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n$表示它的前$n$项之积，则$\Pi_1$，$\Pi_2$，…，$\prod_n$中最大的是（　）

A．Π_{11}　　B．Π_{10}　　C．Π_9　　D．Π_8

【答案】C

【分析】根据题意分析$a_n,\prod_n$的符号，结合前n项之积的性质运算求解.

【详解】$\because a_1>0,q=-\frac{1}{2}<0$，则当$n$为奇数时，$a_n>0$，当$n$为偶数时，$a_n<0$，

$\therefore$当$n=4k-3\left(k\in N_*\right)$或$n=4k\left(k\in N_*\right)$时，$\prod_n>0$，

当$n=4k-2\left(k\in N_*\right)$或$n=4k-1\left(k\in N_*\right)$时，$\prod_n<0$，

由题意可得：$a_n=512\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，令$\left|a_n\right|=512\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\geq1$，解得$n\leq10$，

若$\prod_n$取到最大，则$k=3$，$\boldsymbol{n=9}$，即$\left\{\prod_n\right\}$中最大的是Π_9.

故选：C.

7. （2022秋·北京·高二北京二中校考期末）如果数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=k$（$k$为常数），那么数列$\{a_n\}$叫做等比差数列，$k$叫做公比差．下列四个结论中所有正确结论的序号是（　）

①若数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{a_n}=2n$，则该数列是等比差数列；

②数列$\left\{n\cdot2^n\right\}$是等比差数列；

③所有的等比数列都是等比差数列；

④存在等差数列是等比差数列.

A．①②③　　B．①③④　　C．①②④　　D．②③④

【答案】B

【分析】根据比等差数列的定义$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=k$（$k$为常数），逐一判断①②③④是否是等比差数列即可可得到答案.

【详解】①数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{a_n}=2n$，则$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=2(n+1)-2n=2$，

满足等比差数列的定义，故①正确；

②数列$\{n\cdot2^n\}$，

$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+2)\cdot 2^{n+2}}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}-\frac{(n+1)\cdot 2^{n+1}}{n\cdot 2^n}$

$=\frac{n\cdot(n+2)\cdot 2-(n+1)^2\cdot 2}{n\cdot(n+1)}=-\frac{2}{n\cdot(n+1)}$,

不满足等比差数列的定义，故②错误；

③设等比数列的公比为q，则$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=q-q=0$，

满足等比差数列，故③正确；

④设等差数列的公差为d，

则$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_n+2d}{a_n+d}-\frac{a_n+d}{a_n}=\frac{-d^2}{a_n(a_n+d)}$，

故当$d=0$时，满足$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=0$，故存在等差数列是等比差数列，即④正确；

故答案为：①③④

故选：B.

8．（2019 秋·北京·高三 101 中学校考阶段练习）定义在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的函数$f(x)$，如果对于任意给定的等比数列$\{a_n\}$，$\{f(a_n)\}$仍是等比数列，则称$f(x)$为“保等比数列函数”．现有定义在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的如下函数：①$f(x)=x^2$；②$f(x)=2^x$；③$f(x)=\frac{1}{x}$；④$f(x)=\ln|x|$，其中是“保等比数列函数”的序号为（　）

A．①②　　　　B．③④　　　　C．①③　　　　D．②④

【答案】C

【分析】根据新定义，结合等比数列性质$a_na_{n+2}=a_{n+1}^2$，一一加以判断，即可得到结论．通过积的乘方，即可判断①；通过指数的幂的运算，即可判断②；通过积的运算即可判断③；由对数的运算法则，即可判断④．

【详解】设$\{a_n\}$是等比数列，由等比数列性质知$a_na_{n+2}=a_{n+1}^2$，

对于①，$f(a_n)f(a_{n+2})=a_n^2a_{n+2}^2=(a_{n+1}^2)^2=f^2(a_{n+1})$，即$\{f(a_n)\}$仍是等比数列，故正确；

对于②，$f(a_n)f(a_{n+2})=2^{a_n}2^{a_{n+2}}=2^{a_n+a_{n+2}}\neq 2^{2a_{n+1}}=f^2(a_{n+1})$，

即$\{f(a_n)\}$不是等比数列，故不正确；

对于③，$f(a_n)f(a_{n+2})=\frac{1}{a_n}\cdot\frac{1}{a_{n+2}}=\frac{1}{a_{n+1}^2}=f^2(a_{n+1})$，即$\{f(a_n)\}$是等比数列，故正确；

对于④，$f\left(a_n\right)f\left(a_{n+2}\right)=\ln\left|a_n\right|\ln\left|a_{n+2}\right|\neq\left(\ln\left|a_{n+1}\right|\right)^2=f^2\left(a_{n+1}\right)$，

即$\left\{f\left(a_n\right)\right\}$不是等比数列，故不正确；

故选：C.

9．（2023秋·吉林·高二吉林一中校考期末）若数列$\left\{a_n\right\}$满足$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{2}{a_n}=0$，则称$\left\{a_n\right\}$为“必会数列”，已知正项数列$\left\{a_n\right\}$为“必会数列”，若$a_4+a_5=3$，则$a_2+a_3=$（　）.

A．$\frac{1}{9}$　　　　B．1　　　　C．6　　　　D．12

【答案】D

【分析】根据数列新定义可得数列$\left\{a_n\right\}$是以$q=\frac{1}{2}$为公比的等比数列，利用等比数列通项公式，即可求得答案.

【详解】由题意数列$\left\{a_n\right\}$满足$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{2}{a_n}=0$，可得$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n$，

故正项数列$\left\{a_n\right\}$是以$q=\frac{1}{2}$为公比的等比数列，

则$a_4+a_5=q^2(a_2+a_3)=\frac{1}{4}(a_2+a_3)=3,\therefore a_2+a_3=12$，

故选：D

10．（2022秋·陕西渭南·高二统考期末）设$\left\{a_n\right\}$是无穷数列，若存在正整数k，使得对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，均有$a_{n+k}>a_n$，则称$\left\{a_n\right\}$是间隔递增数列，k是$\left\{a_n\right\}$的间隔数.若$\left\{b_n\right\}$是间隔递增数列，则数列$\left\{b_n\right\}$的通项**不可能**是（　）

A．$b_n=2n-\frac{9}{n}$　　　　B．$b_n=3^n+1$

C．$b_n=1-\frac{1}{3^n}$　　　　D．$b_n=-n\left(-2\right)^n$

【答案】D

【分析】根据间隔递增数列的定义求解即可.

【详解】对于A：$b_{n+k}-b_n=2\left(n+k\right)-\frac{9}{\left(n+k\right)}-2n+\frac{9}{n}$，

化简得：$b_{n+k}-b_n=k\left[2+\frac{9}{n\left(n+k\right)}\right]>0$，

存在正整数k，使得对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，$b_{n+k}-b_n>0$恒成立，

所以$\{b_n\}$是间隔递增数列；

对于 B：$b_{n+k}-b_n=3^{n+k}+1-3^n-1=\left(3^k-1\right)3^n$，

因为k为正整数且$n\in\mathbf{N}^*$，所以$\left(3^k-1\right)3^n>0$，

所以$b_{n+k}-b_n>0$，所以$\{b_n\}$是间隔递增数列；

对于 C：$b_{n+k}-b_n=1-\dfrac{1}{3^{n+k}}-1+\dfrac{1}{3^n}=\dfrac{1}{3^n}\left(1-\dfrac{1}{3^k}\right)$，

因为k为正整数且$n\in\mathbf{N}^*$，所以$\dfrac{1}{3^n}\left(1-\dfrac{1}{3^k}\right)>0$，

所以$b_{n+k}-b_n>0$，所以$\{b_n\}$是间隔递增数列；

对于 D：$b_{n+k}-b_n=-(n+k)(-2)^{n+k}+n(-2)^n$

$=(-2)^n\left[n-(n+k)(-2)^k\right]$，

当$k\in$正奇数，$n\in\mathbf{N}^*$时，$n-(n+k)(-2)^k>0$，

$(-2)^n$的正负由n的奇偶性决定，此时$b_{n+k}-b_n>0$不恒成立，

不符合间隔递增数列的定义；

当$k\in$正偶数，$n\in\mathbf{N}^*$时，$n-(n+k)(-2)^k<0$，

$(-2)^n$的正负由n的奇偶性决定，此时$b_{n+k}-b_n>0$不恒成立，

不符合间隔递增数列的定义；

故选：D.

11.（2023·全国·高三专题练习）对于数列$\{a_n\}$，若存在正整数$k(k\geq 2)$，使得$a_k<a_{k-1}$，$a_k<a_{k+1}$，则称a_k是数列$\{a_n\}$的“谷值”，k是数列$\{a_n\}$的“谷值点”．在数列$\{a_n\}$中，若$a_n=\left|n+\dfrac{9}{n}-8\right|$，则数列$\{a_n\}$的“谷值点”为（　）

A．2　　　B．7　　　C．2，7　　　D．2，5，7

【答案】C

【分析】先求出$a_1=2$，$a_2=\dfrac{3}{2}$，$a_3=2$，$a_4=\dfrac{7}{4}$，$a_5=\dfrac{6}{5}$，$a_6=\dfrac{1}{2}$，$a_7=\dfrac{2}{7}$，$a_8=\dfrac{9}{8}$，再得到$n\geq 7$，$n\in\mathrm{N}$，$n+\dfrac{9}{n}-8>0$，结合数列的单调性以及谷值点的定义即可得求解.

【详解】因为$a_n=\left|n+\frac{9}{n}-8\right|$，

所以$a_1=2$，$a_2=\frac{3}{2}$，$a_3=2$，$a_4=\frac{7}{4}$，$a_5=\frac{6}{5}$，$a_6=\frac{1}{2}$，$a_7=\frac{2}{7}$，$a_8=\frac{9}{8}$，

当$n\geq 7$，$n\in N$，$n+\frac{9}{n}-8>0$，所以$a_n=\left|n+\frac{9}{n}-8\right|=n+\frac{9}{n}-8$，

因为函数$y=x+\frac{9}{x}-8$在$[7,+\infty)$上单调递增，

所以$n\geq 7$时，数列$a_n=n+\frac{9}{n}-8$为单调递增数列，

所以$a_2<a_1$，$a_2<a_3$，$a_7<a_6$，$a_7<a_8$，

所以数列$\{a_n\}$的"谷值点"为2，7．

故选：C.

12.（2023·全国·高二专题练习）若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n-1$，则称$\{a_n\}$为"对奇数列"．已知正项数列$\{b_n+1\}$为"对奇数列"，且$b_1=2$，则$b_n=$（   ）

A．$2\times 3^{n-1}$　　B．2^{n-1}　　C．2^{n+1}　　D．2^n

【答案】D

【分析】根据题意可得$b_{n+1}+1=2(b_n+1)-1$，进而可得$\{b_n\}$为等比数列，再求得通项公式即可.

【详解】由题意得$b_{n+1}+1=2(b_n+1)-1$，所以$b_{n+1}=2b_n$，又$b_1=2$，所以$\{b_n\}$是首项为2，公比为2的等比数列，所以$b_n=2\times 2^{n-1}=2^n$．

故选：D.

13．（2022春·辽宁葫芦岛·高二校联考阶段练习）设$\Omega(a_n)$表示落在区间$[n,a_n]$内的偶数个数.在等比数列$\{a_n-n\}$中，$a_1=4$，$a_2=11$，则$\Omega(a_4)=$（   ）

A．21　　B．20　　C．41　　D．40

【答案】C

【分析】设$\{a_n-n\}$的公比为q，根据a_1和a_2求出q，从而得a_n和a_4，再根据$\Omega(a_n)$的定义可求出结果.

【详解】设$\{a_n-n\}$的公比为q，则$q=\frac{a_2-2}{a_1-1}=\frac{11-2}{4-1}=3$，

所以$a_n-n=(a_1-1)\cdot q^{n-1}=(4-1)\cdot 3^{n-1}=3^n$，则$a_n=n+3^n$，

所以$a_4=4+3^4=85$．

所以落在区间$[4,85]$内的偶数共有 41 个，故$\Omega(a_4)=41$.

故选：C

14．(2023 春·湖北·高三黄冈中学校联考开学考试) 对于数列$\{a_n\}$，定义$A_n=a_1+2a_2+\cdots+2^{n-1}a_n$为数列$\{a_n\}$的“加权和”，已知某数列$\{a_n\}$的“加权和”$A_n=n\cdot 2^{n+1}$，记数列$\{a_n+pn\}$的前 n 项和为T_n，若$T_n\le T_5$对任意的$n\in \mathrm{N}^*$恒成立，则实数 p 的取值范围为（　）

A. $\left[-\frac{12}{5},-\frac{7}{3}\right]$　　B. $\left[-\frac{16}{7},-\frac{7}{3}\right]$　　C. $\left[-\frac{5}{2},-\frac{12}{5}\right]$　　D. $\left[-\frac{16}{7},-\frac{9}{4}\right]$

【答案】A

【分析】根据A_n与a_n的关系求出a_n，再根据等差数列的求和公式求出T_n，将$T_n\le T_5$化为$(n-5)\left(p+\frac{2n+16}{n+6}\right)\le 0$对任意的$n\in N^*$恒成立，分类讨论$n$可求出结果.

【详解】由$A_n=a_1+2a_2+\cdots+2^{n-1}a_n=n\cdot 2^{n+1}$,

$\therefore n\ge 2$时，$a_1+2a_2+\cdots+2^{n-2}a_{n-1}=(n-1)\cdot 2^n$,

$\therefore 2^{n-1}\cdot a_n=n\cdot 2^{n+1}-(n-1)\cdot 2^n$，$\therefore a_n=2n+2$,

$n=1$时，$a_1=4$也成立，$\therefore a_n=2n+2$,

$\therefore$数列$\{a_n+pn\}$的前 n 项和为：$T_n=a_1+a_2+\cdots+a_n+p(1+2+\cdots+n)$

$=\frac{n(4+2n+2)}{2}+p\cdot\frac{n(1+n)}{2}=n^2+3n+p\cdot\frac{n(1+n)}{2}$,

$\because T_n\le T_5$对任意的$n\in N^*$恒成立，$\therefore n^2+3n+p\cdot\frac{n(1+n)}{2}\le T_5=5^2+3\times 5+p\times\frac{5\times 6}{2}$,

即$n^2-5^2+3n-3\times 5+\frac{p}{2}n(n+1)-\frac{p}{2}\times 5\times(5+1)\le 0$,

即$n^2-5^2+3n-3\times 5+\frac{p}{2}(n^2-5^2)+\frac{p}{2}(n-5)\le 0$,

即$(n-5)(n+5+3+\frac{pn}{2}+\frac{5p}{2}+\frac{p}{2})\le 0$,

即$(n-5)(n+8+\frac{p(n+6)}{2})\le 0$,

即$(n-5)\left(p+\frac{2n+16}{n+6}\right)\le 0$对任意的$n\in N^*$恒成立，

当$1\le n\le 4$时，$-p\le\frac{2n+16}{n+6}=2+\frac{4}{n+6}$对任意的$n\in N^*$恒成立，

因为$2+\frac{4}{n+6}\ge 2+\frac{4}{4+6}=\frac{12}{5}$，$\therefore -p\le\frac{12}{5}$，所以$p\ge-\frac{12}{5}$,

当 $n=5$ 时，$(n-5)\left(p+\dfrac{2n+16}{n+6}\right)=0$ 恒成立，$p\in\mathrm{R}$，

当 $n\geq 6$ 时，$-p\geq\dfrac{2n+16}{n+6}=2+\dfrac{4}{n+6}$ 对任意的 $n\in N^{*}$ 恒成立，

因为 $2+\dfrac{4}{n+6}\leq 2+\dfrac{4}{6+6}=\dfrac{7}{3}$，$\therefore -p\geq\dfrac{7}{3}$，所以 $p\leq-\dfrac{7}{3}$，

综上可得：实数 p 的取值范围为 $\left[-\dfrac{12}{5},-\dfrac{7}{3}\right]$.

故选：A.

15．（2023·全国·高三专题练习）若数列 $\{b_n\}$ 满足：若 $b_m=b_n\ (m,n\in\mathbf{N}^{*})$，则 $b_{m+1}=b_{n+1}$，则称数列 $\{b_n\}$ 为"等同数列". 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5=5$，且 $a_n=n(a_{n+1}-a_n)$，若"等同数列" $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $b_1=a_1=b_4$，$b_2=a_2$，$S_5=a_{10}$，则 $S_{2022}=$（　）

A．4711　　　　B．4712　　　　C．4714　　　　D．4718

【答案】D

【分析】先对已知关系式变形，求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，再利用"等同数列"的定义与已知条件得 $\{b_n\}$ 是周期数列，即可得 S_{2022}.

【详解】由 $a_n=n(a_{n+1}-a_n)$ 得 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}$，则 $\dfrac{a_n}{n}=\dfrac{a_{n-1}}{n-1}=\dfrac{a_{n-2}}{n-2}=\cdots=\dfrac{a_5}{5}=1$，

故 $a_n=n$,所以 $b_1=a_1=1$，$b_2=a_2=2$，$b_4=a_1=1$，

所以 $b_4=b_1$，所以 $b_5=b_2=2$，因为 $S_5=a_{10}=10$，

所以 $1+2+b_3+1+2=10$，解得 $b_3=4$，同理得 $b_6=b_3=4$，

$b_7=b_4=1$，$b_8=b_5=2$，…，故数列 $\{b_n\}$ 是以 3 为周期的数列，

所以 $S_{2022}=S_{674\times3}=(1+2+4)\times674=4718$，

故选:D.

16．（2022·全国·高三专题练习）设数列 $\{a_n\}$，若存在常数 t，对任意小的正数 s，总存在正整数 n_0，当 $n\geq n_0$ 时，$|a_n-t|<s$，则数列 $\{a_n\}$ 为收敛数列．下列关于收敛数列说法正确的是（　）

A．若等比数列 $\{a_n\}$ 是收敛数列，则公比 $q\in(0,1)$

B．等差数列不可能是收敛数列

C．设公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n\ (S_n\neq0)$，则数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 一定是收敛数列

D．设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$a_1=1$，$S_{n+1}=a_n+1$，则数列$\{a_n\}$是收敛数列

【答案】C

【分析】根据题中定义，结合特殊的等差数列和等比数列、数列的周期性、等差数列前n项和公式逐一判断即可．

【详解】当数列为常数列（不为零），因此该数列是等差数列又是等比数列，显然该数列是收敛数列，因此选项AB不正确；

选项C：设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$，

所以$\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{na_1+\frac{1}{2}n(n-1)d}$，当$d\neq 0$时，当$n\to+\infty$时，$\dfrac{1}{S_n}\to 0$，

所以数列$\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$一定是收敛数列，因此本选项正确；

选项D：因为$a_1=1$，$S_{n+1}=a_n+1$，所以可得$a_2=1$，

当$n\geq 2, n\in N^*$时，由$S_{n+1}=a_n+1\Rightarrow S_n=a_{n-1}+1$，两式相减，得$a_{n+1}=a_n-a_{n-1}$，

所以$a_3=0,a_4=-1,a_5=-1,a_6=0,a_7=1$，所以该数列的周期为$6$，该数列不可能是收敛数列，因此本选项说法不正确，

故选：C

【点睛】关键点睛：利用数列的周期性、常数列的性质是解题的关键．

17．（2022春·安徽亳州·高三蒙城县第六中学校联考开学考试）设数列$\{A_m\}$：a_1，a_2，…，$a_m$$(m\geq 2)$，若存在公比为$q$的等比数列$\{B_{m+1}\}$：$b_1$，$b_2$，…，$b_{m+1}$，使得$b_k<a_k<b_{k+1}$，其中$k=1$，2，…，$m$，则称数列$\{B_{m+1}\}$为数列$\{A_m\}$的"等比分割数列".若数列$\{A_{10}\}$的通项公式为$a_n=2^n(n=1,2,\cdots,10)$，其"等比分割数列"$\{B_{11}\}$的首项为1，则数列$\{B_{11}\}$的公比$q$的取值范围是（　）

A．$\left(2^{\frac{9}{10}},2\right)$　　B．$\left(2^{\frac{10}{11}},2\right)$　　C．$\left(2,2^{\frac{10}{9}}\right)$　　D．$\left(2,2^{\frac{11}{10}}\right)$

【答案】C

【分析】由题意可得，$q^{n-1}<2^n<q^n\left(n=1,2,3,\cdots,10\right)$，从而可得$q>2$且$q^{n-1}<2^n\left(n=1,2,3,\cdots,10\right)$，可得$2<q<2^{\frac{n}{n-1}}$，再根据指数函数的单调性求出$2^{\frac{n}{n-1}}$的最小值即可

【详解】由题意可得，$q^{n-1}<2^n<q^n\left(n=1,2,3,\cdots,10\right)$，

所以 $q>2$，且 $q^{n-1}<2^{n}\left(n=1,2,3,\cdots,10\right)$，

当 $n=1$ 时，$1<2$ 成立；当 $n=2$，3，…，10 时，应有 $q<2^{\frac{n}{n-1}}$ 成立，

因为 $y=2^{x}$ 在 R 上单调递增，所以 $2^{\frac{n}{n-1}}=2^{1+\frac{1}{n-1}}$ 随着 n 的增大而减小，

故 $q<2^{\frac{10}{9}}$，综上，q 的取值范围是 $\left(2,2^{\frac{10}{9}}\right)$.

故选：C.

18.（2022 春·江苏无锡·高二江苏省江阴市第一中学校考开学考试）若数列$\{an\}$满足 $a_2-\frac{1}{2}a_1<a_3-\frac{1}{2}a_2<\cdots<a_n-\frac{1}{2}a_{n-1}<\cdots\cdots$，则称数列$\{an\}$为"半差递增"数列.已知"半差递增"数列$\{cn\}$的前 n 项和 Sn 满足 $S_n+2c_n=2t-1(n\in N^*)$，则实数 t 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,\frac{1}{2})$　　　　B．$(-\infty,1)$

C．$(\frac{1}{2},+\infty)$　　　　D．$(1,+\infty)$

【答案】A

【分析】根据 $S_n+2c_n=2t-1(n\in N^*)$,利用递推公式求得数列 $\left\{c_n\right\}$的通项公式.再根据新定义的意义,代入解不等式即可求得实数 t 的取值范围.

【详解】因为 $S_n+2c_n=2t-1(n\in N^*)$

所以当 $n\geq 2$ 时，$S_{n-1}+2c_{n-1}=2t-1$

两式相减可得 $c_n+2c_n-2c_{n-1}=0$,即 $\frac{c_n}{c_{n-1}}=\frac{2}{3}$,所以数列 $\left\{c_n\right\}$是以公比 $q=\frac{2}{3}$ 的等比数列

当 $n=1$ 时, $c_1=\frac{2t-1}{3}$

所以 $c_n=\frac{2t-1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，

则 $c_n-\frac{1}{2}c_{n-1}=\frac{2t-1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}-\frac{2t-1}{6}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}=\frac{2t-1}{18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$

$c_{n+1}-\frac{1}{2}c_n=\frac{2t-1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2t-1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{2t-1}{18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

由"差半递增"数列的定义可知

$\frac{2t-1}{18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}<\frac{2t-1}{18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

化简可得$2t-1<(2t-1)\times\frac{2}{3}$

解不等式可得$t<\frac{1}{2}$

即实数t的取值范围为$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$

故选：A.

19.（2022·浙江·高二学业考试）通过以下操作得到一系列数列：第 1 次，在 2，3 之间插入 2 与 3 的积 6，得到数列 2，6，3；第 2 次，在 2，6，3 每两个相邻数之间插入它们的积，得到数列 2，12，6，18，3；类似地，第 3 次操作后，得到数列：2，24，12，72，6，108，18，54，3.按上述这样操作 11 次后，得到的数列记为$\{a_n\}$，则a_{1025}的值是（　）

A．6　　　　B．12　　　　C．18　　　　D．108

【答案】A

【分析】设数列经过第n次拓展后的项数为b_n，因为数列每一次拓展是在原数列的相邻两项中增加一项，则经过第$n+1$次拓展后增加的项数为b_n-1，从而可得$b_{n+1}=b_n+b_n-1=2b_n-1$，从而可求出$b_n=2^n+1$，从而可知经过 11 次拓展后在 2 与 6 之间增加的数为$2^{10}-1$，由此可得出经过 11 次拓展后 6 所在的位置，即可得出答案.

【详解】解：设数列经过第n次拓展后的项数为b_n，因为数列每一次拓展是在原数列的相邻两项中增加一项，则经过第$n+1$次拓展后增加的项数为b_n-1，

所以$b_{n+1}=b_n+b_n-1=2b_n-1$，

即$b_{n+1}-1=2(b_n-1)$，即$\frac{b_{n+1}-1}{b_n-1}=2$，

所以数列$\{b_n-1\}$是以$b_1=2$为首项，2 为公比的等比数列，

是以$b_n-1=2^n$，所以$b_n=2^n+1$，

则经过 11 次拓展后在 2 与 6 之间增加的数为$2^{10}-1$，

所以经过 11 次拓展后 6 所在的位置为第$2^{10}-1+1+1=2^{10}+1=1025$，

所以$a_{1025}=6$.

故选：A.

二、多选题

20．（2022秋·安徽阜阳·高三安徽省临泉第一中学校联考阶段练习）若数列$\{a_n\}$满足：对任意正整数n，$\{a_{n+1}-a_n\}$为递减数列，则称数列$\{a_n\}$为“差递减数列”．给出下列数列$\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$，其中是“差递减数列”的有（　）

A．$a_n=2^n$　　　　B．$a_n=n^2$

C．$a_n=\sqrt{n}$　　　　D．$a_n=\ln n$

【答案】CD

【分析】利用差递减数列的定义及函数的单调性即可求解．

【详解】对A，若$a_n=2^n$，则$a_{n+1}-a_n=2^{n+1}-2^n=2^n$，由函数$y=2^n$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$\{a_{n+1}-a_n\}$为递增数列，故A错误；

对B，若$a_n=n^2$，则$a_{n+1}-a_n=(n+1)^2-n^2=2n+1$，由函数$y=2n+1$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$\{a_{n+1}-a_n\}$为递增数列，故B错误；

对C，若$a_n=\sqrt{n}$，则$a_{n+1}-a_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$，由函数$y=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$在$(0,+\infty)$上单调递减，所以$\{a_{n+1}-a_n\}$为递减数列，故C正确；

对D，若$a_n=\ln n$，则$a_{n+1}-a_n=\ln(n+1)-\ln n=\ln\dfrac{n+1}{n}=\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$，由函数$y=\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$在$(0,+\infty)$上单调递减，所以$\{a_{n+1}-a_n\}$为递减数列，故D正确．

故选：CD．

21．（2023春·江西新余·高二新余市第一中学校考阶段练习）若数列$\{a_n\}$满足：$\exists A,B\in\mathbf{R}$，$AB\neq0$，使得对于$\forall n\in\mathbf{N}^*$，都有$a_{n+2}=Aa_{n+1}+Ba_n$，则称$\{a_n\}$具有“三项相关性”，下列说法正确的有（　）．

A．若数列$\{a_n\}$是等差数列，则$\{a_n\}$具有“三项相关性”

B．若数列$\{a_n\}$是等比数列，则$\{a_n\}$具有“三项相关性”

C．若数列$\{a_n\}$是周期数列，则$\{a_n\}$具有“三项相关性”

D．若数列$\{a_n\}$具有正项“三项相关性”，且正数A，B满足$A+1=B$，$a_1+a_2=B$，数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=B^n$，$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n，T_n，则对$\forall n\in\mathbf{N}^*$，$S_n<T_n$恒成立

【答案】ABD

【分析】根据题目给出的“三项相关性”的定义，逐项验证即可.

【详解】若$\{a_n\}$为等差数列，则有$a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$，$a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n$，A 正确；

若数列$\{a_n\}$是等比数列，则$a_{n+2}=qa_{n+1}$，$a_{n+1}=qa_n$，（$q\neq 0$）,即$a_{n+2}=(q-1)a_{n+1}+qa_n$，易知$q\neq 1$，显然成立，

$q=1$时，$a_{n+2}=a_{n+1}=a_n$，取$A=B=\frac{1}{2}$，有$a_{n+2}=\frac{1}{2}a_{n+1}+\frac{1}{2}a_n$，也成立，所以 B 正确；

对周期数列：0，0，1，0，0，1，$\cdots$，所以$n=1$时，$1=A\times 0+B\times 0$，显然不成立，所以 C 错误；

对 D，$a_{n+2}=(B-1)a_{n+1}+Ba_n$，即$a_{n+2}+a_{n+1}=B(a_{n+1}+a_n)$，$a_1+a_2=B$

$\therefore a_{n+2}+a_{n+1}=B\cdot B^{n-1}=B^n$，$B>1$，易知$a_{n+2}+a_{n+1}=B(a_{n+1}+a_n)>a_n$，

即$b_n>a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，故$S_n<T_n$，D 正确；

故选：ABD

22.（2023 春·广东惠州·高三校考阶段练习）斐波那契数列又称黄金分割数列，因数学家列昂纳多·斐波那契以兔子繁殖为例子而引入，故又称为“兔子数列”．斐波那契数列用递推的方式可如下定义：用a_n表示斐波那契数列的第n项，则数列$\{a_n\}$满足：$a_1=a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$，记$\sum\limits_{i=1}a_i=a_1+a_2+\cdots+a_n$，则下列结论正确的是（　）

A．数列$\{a_n\}$是递增数列　　　　B．$2a_n=a_{n-2}+a_{n+1}\ (n\geq 3)$

C．$\sum\limits_{i=1}^{2022}a_i^2=a_{2022}\cdot a_{2023}$　　　　D．$\sum\limits_{i=1}^{2021}a_i=a_{2023}-1$

【答案】BCD

【分析】由数列的递推公式可判断 A,B；利用累加法计算可判断选项 C,D.

【详解】对 A，由$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$知，$\{a_n\}$的前 10 项依次为：1，1，2，3，5，8，13，21，34，55，

其中，第一二项相等，不满足递增性，故 A 错误；

对 B，根据递推公式$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$，得$a_n+a_n=a_{n-2}+a_{n-1}+a_n=a_{n-2}+a_{n+1}\ (n\geq 3)$，故 B 正确；

对 C，$a_1^2=a_2\cdot a_1$，

$a_2^2=a_2\cdot(a_3-a_1)=a_2\cdot a_3-a_2\cdot a_1$，

$a_3^2=a_3\cdot(a_4-a_2)=a_3\cdot a_4-a_3\cdot a_2$，

……，

$a_{2022}^2=a_{2022}\cdot(a_{2023}-a_{2021})=a_{2022}\cdot a_{2023}-a_{2022}\cdot a_{2021}$，

$\therefore a_1^2+a_2^2+\cdots a_{2022}^2=a_{2022}\cdot a_{2023}$，即$\sum_{i=1}^{2022}a_i^2=a_{2022}\cdot a_{2023}$，故 C 正确；

对 D，由递推式，得$a_3-a_2=a_1$，$a_4-a_3=a_2$，…，$a_{2023}-a_{2022}=a_{2021}$，

累加得$a_3-a_2+a_4-a_3+\cdots+a_{2023}-a_{2022}=a_1+a_2+\cdots+a_{2021}$，

$\therefore a_{2023}-a_2=a_1+a_2+\cdots+a_{2021}$，

$\therefore a_1+a_2+\cdots+a_{2021}=a_{2023}-a_2=a_{2023}-1$，

即$\sum_{i=1}^{2021}a_i=a_{2023}-1$，故 D 正确；

故选：BCD.

23．（2023 秋·河北邯郸·高二统考期末）若$\{a_n\}$不是等比数列，但$\{a_n\}$中存在互不相同的三项可以构成等比数列，则称$\{a_n\}$是局部等比数列.下列数列中是局部等比数列的是（　）

A．$\{(-2)^n+8\}$　　B．$\left\{\frac{1}{3n+7}\right\}$　　C．$\left\{\frac{7}{2^n}-\frac{1}{2^{n+1}}\right\}$　　D．$\{n^2+25\}$

【答案】ABD

【分析】对于 ABD，直接取特定项验证即可；对于 C，定义法可证为等比数列后即可判断.

【详解】对于 A：若$a_n=(-2)^n+8$，则$a_1=6$，$a_2=12$，$a_4=24$，由$12^2=6\times24$，得a_1，a_2，a_4成等比数列，因为$\{(-2)^n+8\}$不是等比数列，所以$\{(-2)^n+8\}$是局部等比数列.故 A 正确；

对于 B：若$a_n=\frac{1}{3n+7}$，则$a_1=\frac{1}{10}$，$a_{11}=\frac{1}{40}$，$a_{51}=\frac{1}{160}$，由$\left(\frac{1}{40}\right)^2=\frac{1}{10}\times\frac{1}{160}$，得$a_1$，$a_{11}$，$a_{51}$成等比数列，因为$\left\{\frac{1}{3n+7}\right\}$不是等比数列，所以$\left\{\frac{1}{3n+7}\right\}$是局部等比数列．故 B 正确；

对于 C：若$a_n=\frac{7}{2^n}-\frac{1}{2^{n+1}}=\frac{13}{2^{n+1}}$，则$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$，则$\{a_n\}$是等比数列，所以$\left\{\frac{7}{2^n}-\frac{1}{2^{n+1}}\right\}$不是局部等比数列．故 C 错误；

对于 D：若$a_n=n^2+25$，则$a_5=50$，$a_{15}=250$，$a_{35}=1250$，由$\frac{250}{50}=\frac{1250}{250}$，得$a_5$，$a_{15}$，$a_{35}$成等比数列，因为$\{n^2+25\}$不是等比数列，所以$\{n^2+25\}$是局部等比数列．故 D 正确.

故选：ABD.

24．（2023 春·安徽蚌埠·高二蚌埠二中校考阶段练习）已知数列$\{a_n\}$是各项均为正数且公比不等于 1 的等比

数列$(n\in\mathrm{N}^*)$，对于函数$f(x)$，若数列$\{\ln f(a_n)\}$为等差数列，则称函数$f(x)$为“保比差数列函数”，则定义在$(0,+\infty)$上的如下函数中是“保比差数列函数”的有（　）

A．$f(x)=\frac{1}{x}$为“保比差数列函数”　　B．$f(x)=x^2$为“保比差数列函数”

C．$f(x)=e^x$为“保比差数列函数”　　D．$f(x)=\sqrt{x}$为“保比差数列函数”

【答案】ABD

【分析】设数列$\{a_n\}$的公比为$q(q\neq1)$，利用保比差数列函数的定义，结合等差数列的定义逐项验证即可.

【详解】设数列$\{a_n\}$的公比为$q(q\neq1)$，

选项A：$\ln f(a_n)=\ln\frac{1}{a_n}$，

所以$\ln f(a_{n+1})-\ln f(a_n)=\ln\frac{1}{a_{n+1}}-\ln\frac{1}{a_n}=\ln\frac{a_n}{a_{n+1}}=-\ln q$是常数，

所以数列$\{\ln f(a_n)\}$为等差数列，A满足题意；

选项B：$\ln f(a_n)=\ln a_n^2$，

所以$\ln f(a_{n+1})-\ln f(a_n)=\ln a_{n+1}^2-\ln a_n^2=\ln\frac{a_{n+1}^2}{a_n^2}=\ln q^2=2\ln q$ 是常数，

所以数列$\{\ln f(a_n)\}$为等差数列，B满足题意；

选项C：$\ln f(a_n)=\ln e^{a_n}=a_n$，

所以$\ln f(a_{n+1})-\ln f(a_n)=a_{n+1}-a_n$不是常数，

所以数列$\{\ln f(a_n)\}$不为等差数列，C不满足题意；

选项D：$\ln f(a_n)=\ln\sqrt{a_n}$，

所以$\ln f(a_{n+1})-\ln f(a_n)=\ln\sqrt{a_{n+1}}-\ln\sqrt{a_n}=\frac{1}{2}\ln q$是常数，

所以数列$\{\ln f(a_n)\}$为等差数列，D满足题意；

故选：ABD

25．（2022秋·福建福州·高二校联考期末）在数列$\{a_n\}$中，若$a_n^2-a_{n-1}^2=p(n\geq2,n\in\mathbf{N}^*,p$为常数)，则称$\{a_n\}$为“平方等差数列”.下列对“平方等差数列”的判断，其中正确的为（　）

A. $\left\{(-2)^n\right\}$是平方等差数列

B. 若$\left\{a_n\right\}$是平方等差数列，则$\left\{a_n^2\right\}$是等差数列

C. 若$\left\{a_n\right\}$是平方等差数列，则$\left\{ka_n+b\right\}(k,b\in\mathbf{N}^*,k,b$为常数）也是平方等差数列

D. 若$\left\{a_n\right\}$是平方等差数列，则$\left\{a_{kn+b}\right\}(k,b\in\mathbf{N}^*,k,b$为常数）也是平方等差数列

【答案】BD

【分析】根据等差数列的定义，结合平方等差数列的定义逐一判断即可.

【详解】对于A，当n为奇数时，则$(n-1)$为偶数，所以$(-2)^n-(-2)^{n-1}=-\left(2^n+2^{n-1}\right)=-3\cdot 2^{n-1}$，

当n为偶数时，则$(n-1)$为奇数，所以$(-2)^n-(-2)^{n-1}=\left(2^n+2^{n-1}\right)=3\cdot 2^{n-1}$，

即$\left\{(-2)^n\right\}$不符合平方等差数列的定义，故错误；

对于B，若$\left\{a_n\right\}$是平方等差数列，则$a_n^2-a_{n-1}^2=p(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*,p$为常数)，即$\left\{a_n^2\right\}$是首项为$a_1^2$，公差为$p$的等差数列，故正确；

对于C，若$\left\{a_n\right\}$是平方等差数列，则$a_n^2-a_{n-1}^2=p(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*,p$为常数)，

则$\left(ka_n+b\right)^2-\left(ka_{n-1}+b\right)^2=k^2\left(a_n^2-a_{n-1}^2\right)+2kb\left(a_n-a_{n-1}\right)$，

即$\left(ka_n+b\right)^2-\left(ka_{n-1}+b\right)^2=k^2p+2kb\left(a_n-a_{n-1}\right)$，

当$\left\{a_n\right\}$为等差数列时，$a_n-a_{n-1}=d$，则$\left\{ka_n+b\right\}$为平方等差数列，

当$\left\{a_n\right\}$不为等差数列时，则$\left\{ka_n+b\right\}$不为平方等差数列，故错误；

对于D，因为$\left\{a_n\right\}$是平方等差数列，所以$a_{kn+1}^2-a_{kn}^2=a_{kn+2}^2-a_{kn+1}^2=\cdots=a_{k(n+1)}^2-a_{k(n+1)-1}^2=p$，

把以上的等式相加，得$\left(a_{kn+1}^2-a_{kn}^2\right)+\left(a_{kn+2}^2-a_{kn+1}^2\right)+\ldots+\left(a_{k(n+1)}^2-a_{k(n+1)-1}^2\right)=kp$，

$\therefore a_{k(n+1)}^2-a_{kn}^2=kp$，则$a_{k(n+1)+b}^2-a_{kn+b}^2=kp$，即数列$\left\{a_{kn+b}\right\}$是平方等差数列，故正确；

故选:BD

26. （2023秋·山西吕梁·高二统考期末）定义：在数列的每相邻两项之间插入此两项的积，形成新的数列，这样的操作叫作该数列的一次“美好成长”．将数列1，4进行“美好成长”，第一次得到数列1，4，4；第二次得到数列1，4，4，16，4，$\cdots$，设第n次“美好成长”后得到的数列为$1,x_1,x_2,\cdots,x_k,4$，并记