河南省驻马店高级中学2025届高三上学期12月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知复数$z=\dfrac{4-2\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^2}+a\mathrm{i}\left(a\in\mathbf{R}\right)$是实数，则$a=$（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$-\sqrt{2}$　　C．-2　　D．2

2．设$\vec{a}$，$\vec{b}$为非零向量，则“$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$”是“$\vec{a}$与$\vec{b}$共线”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知$\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{6}{5},\dfrac{\pi}{3}<\alpha<\dfrac{5\pi}{6}$，则$\cos\alpha=$（　）

A．$\dfrac{3+4\sqrt{3}}{10}$　　B．$\dfrac{3-4\sqrt{3}}{10}$

C．$\dfrac{3\sqrt{3}+4}{10}$　　D．$\dfrac{3\sqrt{3}-4}{10}$

4．已知函数$f\left(x\right)=x^3+\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$，若当$\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，$f\left(t\sin^2\theta\right)+f\left(4t-\sin\theta\right)>0$恒成立，则实数$t$的取值范围是（　）

A．$\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$　　B．$\left(-\infty,\dfrac{1}{5}\right)$　　C．$\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$　　D．$\left(\dfrac{1}{5},+\infty\right)$

5．定义在R 上的奇函数$f\left(x\right)$，且对任意实数x都有$f\left(-x\right)-f\left(\dfrac{3}{2}+x\right)=0$，$f\left(2024\right)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$．若$f\left(x\right)+f'\left(-x\right)>0$，则不等式$f\left(x+1\right)>\dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$的解集是（　）

A．$\left(3,+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,3\right)$　　C．$\left(1,+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,1\right)$

6．已知$a>0$，$b\in\mathrm{R}$，若关于x的不等式$\left(ax-2\right)\left(x^2+bx-8\right)\geq0$在$\left(0,+\infty\right)$上恒成立，则$b+\dfrac{6}{a}$的最小值是（　）

A．4　　B．$4\sqrt{2}$　　C．8　　D．$8\sqrt{2}$

7．已知圆锥PO的母线长为3，表面积为10π，O为底面圆心，AB为底面圆直径，C为底面圆周上一点，$\angle BOC=60°$，M为PB中点，则$\triangle MOC$的面积为（　）.

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

8．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=\frac{1}{2}$，$a_n-\frac{S_n}{n^2}=a_{n-1}-\frac{S_{n-1}}{n^2}\left(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*\right)$，且关于$n$的不等式$\lambda 2^n a_n\leq n(3n-1)$有且仅有4个解，则$\lambda$的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{21}{8},\frac{55}{16}\right)$　　B．$\left(2,\frac{21}{8}\right]$

C．$\left[\frac{35}{16},\frac{21}{8}\right)$　　D．$\left(\frac{119}{64},\frac{21}{8}\right]$

二、多选题

9．设$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别是a,b,c，若$a=\sqrt{3}$，且$(2b-c)\cos A=a\cos C$，则下列结论正确的是（　）

A．$A=\frac{\pi}{6}$　　B．$\triangle ABC$的外接圆的面积是π

C．$\triangle ABC$的面积的最大值是$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　D．$2b-c$的取值范围是$(-\sqrt{3},2\sqrt{3})$

10．已知函数$f(x)=|x-2024|+a|x+2024|$，其中$a\in\mathrm{R}$，则下面说法正确的有（　）

A．存在$a\in\mathrm{R}$，使得$f(x)$为偶函数　　B．存在$a\in\mathrm{R}$，使得$f(x)$为奇函数

C．若$a=2$时，函数$f(x)$的最小值2024　D．若$a=\frac{1}{2}$时，函数$f(x)$的最小值2024

11．在正三棱台$A_1B_1C_1-ABC$中，P为线段BC上一动点，$AB=AA_1=2A_1B_1=2$，则（　）

A．存在点P，使得$AA_1//PC_1$　　B．存在点P，使得$AB\perp PC_1$

C．当$BC\perp$平面A_1AP时，P为BC的中点　　D．A_1P+AP的最小值为$\sqrt{3}+\sqrt{5}$

三、填空题

12．若数列$\{a_n\}$满足$a_1=12$，$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=n^2a_n$，则$a_{2025}=$__________.

13．已知三棱锥$P-ABC,AC=2\sqrt{2},PB=3,AB\perp BC,AB=BC$，二面角$P-AB-C$的大小为$60°$，当三棱锥$P-ABC$的体积取得最大值时，其外接球的表面积为______.

14．已知函数$f(x)=\left(x+\frac{b}{x}+a\right)\left(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}\right)$，当$x>0$时$f(x)\geq 0$恒成立，则$a$的最小值为________.

四、解答题

15．已知数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$a_1+\frac{a_2}{2^2-1}+\frac{a_3}{2^3-1}+\cdots+\frac{a_n}{2^n-1}=2^n-1$.

(1)求S_n；

(2)设$b_n=\frac{3S_n+64}{2^n}$，若数列$\left\{b_n\right\}$的最小项为b_m，求m.

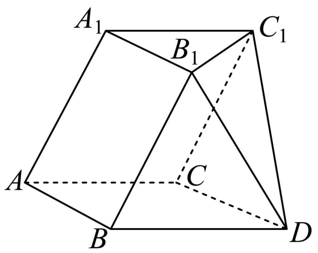
16．在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$\cos B\left(c\cos B+b\cos C\right)+\frac{1}{2}a=0$.

(1)求角B的大小；

(2)若$b=3$，求$\triangle ABC$的面积的最大值；

(3)设D是边AC上一点，BD为角平分线且$AD=2DC$，求$\cos A$的值.

17．如图，在几何体$ABDC-A_1B_1C_1$中，平面$A_1B_1C_1$//平面$ABDC$，四边形A_1ACC_1和$ABDC$是全等的菱形，且平面$A_1ACC_1\perp$平面$ABDC$，$\triangle A_1B_1C_1$是正三角形，$AB=2$，$\angle A_1AC=\angle BAC=60^\circ$.



(1)求该几何体的体积；

(2)求平面A_1ABB_1与平面B_1C_1D夹角的余弦值.

18．已知函数$f(x)=\ln x+2ax(a\in \mathrm{R})$.

(1)当$a=\mathrm{e}$时，求函数$f(x)$在$(1,f(1))$处切线方程；

(2)求函数$f(x)$的单调区间；

(3)若$g(x)=f(x)-2x^2$，不等式$g(x)\geq -1$在$[1,+\infty)$上存在实数解，求实数a的取值范围.

19．若函数$f(x)$的定义域为I，有$x_0\in I$，使$f'\left(x_0\right)=0$且$f\left(x_0\right)=0$，则对任意实数k，b，曲线$y=f(x)+kx+b$与直线$y=kx+b$总相切，称函数$y=f(x)$为恒切函数.

(1)判断函数$f(x)=x\cdot\sin x$是否为恒切函数，并说明理由；

(2)若函数$g(x)=\frac{a\mathrm{e}^x}{2}-x-pa$为恒切函数$(a,p\in \mathrm{R})$.

（i）求实数p的取值范围；

（ii）当 p 取最大值时，若函数 $h(x)=g(x)\cdot \mathrm{e}^{x+1}+2m$ 为恒切函数，记 $A=\left(-\frac{3\mathrm{e}}{32},0\right]$，证明：$m\in A$.

（注：$\mathrm{e}=2.71828\cdots$是自然对数的底数.参考数据：$\mathrm{e}^{3}\approx 20$）

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	D	C	C	C	B	BCD	ABD
题号	11									
答案	BCD									

1．D

【分析】根据复数的四则运算法则计算得到$z=-1+(a-2)\mathrm{i}$，再根据实数的定义求解即可.

【详解】$z=\dfrac{4-2\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^2}+a\mathrm{i}=\dfrac{4-2\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}-1}+a\mathrm{i}=-1+(a-2)\mathrm{i}$

因为z是实数，

所以$a-2=0$，即$a=2$.

故选：D.

2．A

【解析】由$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$化简得出$\theta=0$，从而得出$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，当$\vec{a}$与$\vec{b}$共线时，

$|\vec{a}+\vec{b}|=|1+\lambda|\left|\vec{b}\right|$，$|\vec{a}|+|\vec{b}|=\left(|\lambda|+1\right)\left|\vec{b}\right|$，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|,\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$不一定相等，最后由充分条件和必要条件的定义作出判断.

【详解】当$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$时，$\left|\vec{a}\right|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\right|^2+2\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|+\left|\vec{b}\right|^2$，化简得$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$，即

$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}=1$，$\theta=0$，即$\vec{a}$与$\vec{b}$共线

当$\vec{a}$与$\vec{b}$共线时，则存在唯一实数λ，使得$\vec{a}=\lambda\vec{b}$

$|\vec{a}+\vec{b}|=|1+\lambda|\left|\vec{b}\right|$，$|\vec{a}|+|\vec{b}|=\left(|\lambda|+1\right)\left|\vec{b}\right|$，$|\lambda|+1$与$|1+\lambda|$不一定相等，即$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|,\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$不一定相等

故“$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$”是“$\vec{a}$与$\vec{b}$共线”的充分不必要条件

故选：A

【点睛】关键点睛：解决本题的关键在于熟练掌握向量的数乘、数量积运算以及向量共线定理.

3．B

【分析】根据辅助角公式求得$\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{3}{5}$，结合角的范围可得$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{6})=-\dfrac{4}{5}$，继而利

用两角差的余弦公式，即可求得答案.

【详解】因为$\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{6}{5},\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{5\pi}{6}$，

故$2\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{6}{5}$，则$\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{3}{5}$，

而$\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{5\pi}{6},\therefore\frac{\pi}{2}<\alpha+\frac{\pi}{6}<\pi$，故$\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=-\frac{4}{5}$，

故$\cos\alpha=\cos\left[(\alpha+\frac{\pi}{6})-\frac{\pi}{6}\right]=\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})\cos\frac{\pi}{6}+\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})\sin\frac{\pi}{6}$

$=-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$，

故选：B

4．D

【解析】先判断$f(x)$是奇函数且在R上为增函数，所以由$f\left(t\sin^2\theta\right)+f\left(4t-\sin\theta\right)>0$可得$t\sin^2\theta-\sin\theta+4t>0$，由当$\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，得$\sin\theta\in[0,1]$，构造函数$g(x)=tx^2-x+4t$，$x\in[0,1]$，然后分$0<\frac{1}{2t}<1$，$\frac{1}{2t}<0$和$\frac{1}{2t}\geq1$三种情况求解即可

【详解】解：$f(x)$的定义域为R，

因为$f(x)+f(-x)=x^3+\lg(x+\sqrt{x^2+1})-x^3+\lg(-x+\sqrt{x^2+1})=\lg1=0$，

所以$f(x)$为奇函数，

因为函数$y=x^3,y=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$在$[0,+\infty)$上均为增函数，

所以$f(x)$在$[0,+\infty)$上为增函数，所以$f(x)$在R上为增函数，

由$f\left(t\sin^2\theta\right)+f\left(4t-\sin\theta\right)>0$得$f\left(t\sin^2\theta\right)>-f\left(4t-\sin\theta\right)$，

所以$f\left(t\sin^2\theta\right)>f\left(-4t+\sin\theta\right)$，

所以$t\sin^2\theta>-4t+\sin\theta$，即$t\sin^2\theta-\sin\theta+4t>0$，

当$\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$\sin\theta\in[0,1]$，

令$g(x)=tx^2-x+4t$，$x\in[0,1]$

当$t=0$时，$g(x)=-x\leq0$，舍去，

当$t\neq0$时，对称轴为$x=\frac{1}{2t}$，

当$0<\frac{1}{2t}<1$时，即$t>\frac{1}{2}$，则有$g(\frac{1}{2t})=4t-\frac{1}{4t}>0$，解得$t>\frac{1}{4}$，所以$t>\frac{1}{2}$，

当$\frac{1}{2t}<0$时，即$t<0$，有$g(1)=t-1+4t>0$，得$t>\frac{1}{5}$，所以$t\in\varnothing$，

当$\frac{1}{2t}\geq 1$时，即$0<t\leq\frac{1}{2}$，有$g(1)=t-1+4t>0$，得$t>\frac{1}{5}$，所以$\frac{1}{5}<t\leq\frac{1}{2}$，

综上，$t\in(\frac{1}{5},+\infty)$，

故选：D

【点睛】关键点点睛：此题考查奇函数性质的应用，考查函数单调性的应用，考查转化思想和分类思想，解题的关键是利用函数在R上为增函数且为奇函数，将

$f\left(t\sin^2\theta\right)+f\left(4t-\sin\theta\right)>0$恒成立转化为$t\sin^2\theta-\sin\theta+4t>0$恒成立，然后构造函数，利用二次函数的性质讨论求解即可，属于中档题

5．C

【分析】由$f\left(x\right)$是奇函数，可得$f'\left(x\right)$是偶函数，得到$f\left(x\right)+f'\left(x\right)>0$，令$g\left(x\right)=e^x f\left(x\right)$，得到$g'\left(x\right)>0$，得出$g\left(x\right)$在R上单调递增，再由$f\left(-x\right)-f\left(\frac{3}{2}+x\right)=0$，求得$f\left(x\right)$的周期为3的周期函数，根据$f\left(2024\right)=\frac{1}{e}$，得到$g\left(2\right)=e$，把不等式转化为$g\left(x+1\right)>g\left(2\right)$，结合函数的单调性，即可求解.

【详解】因为$f\left(x\right)$是奇函数，可得$f'\left(x\right)$是偶函数，

又因为$f\left(x\right)+f'\left(-x\right)>0$，所以$f\left(x\right)+f'\left(x\right)>0$，

令$g\left(x\right)=e^x f\left(x\right)$，可得$g'\left(x\right)=\left[f\left(x\right)+f'\left(x\right)\right]e^x>0$，所以$g\left(x\right)$在R上单调递增，

因为$f\left(-x\right)-f\left(\frac{3}{2}+x\right)=0$且$f\left(x\right)$是奇函数，

可得$f\left(\frac{3}{2}+x\right)=f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，则$f\left(x+3\right)=f[(\frac{3}{2}+x)+\frac{3}{2}]=-f(\frac{3}{2}+x)=f\left(x\right)$，

所以$f\left(x\right)$的周期为3的周期函数，

因为$f\left(2024\right)=f\left(674\times 3+2\right)=f\left(2\right)=\frac{1}{e}$，所以$g\left(2\right)=e^2\times\frac{1}{e}=e$，

则不等式$f\left(x+1\right)>\frac{1}{e^x}$，即为$e^{x+1}f\left(x+1\right)>e$，即$g\left(x+1\right)>g\left(2\right)$，

又因为$g\left(x\right)$在R上单调递增，所以$x+1>2$，解得$x>1$，

所以不等式$f\left(x+1\right)>\frac{1}{e^x}$的解集为$\left(1,+\infty\right)$.

故选：C.

6．C

【分析】结合一次函数与二次函数的图象性质，由不等式可得两函数有共同零点$\frac{2}{a}$，由此得$\frac{2}{a}$是方程$x^2+bx-8=0$的根，可得a,b的关系，消b再利用基本不等式求解最值可得.

【详解】设$f\left(x\right)=ax-2,g\left(x\right)=x^2+bx-8$，

又$a>0$，所以$f\left(x\right)$在$(0,+\infty)$单调递增，

当$0<x<\frac{2}{a}$时，$f\left(x\right)<0$；当$x>\frac{2}{a}$时，$f\left(x\right)>0$，

由$g\left(x\right)$图象开口向上，$g\left(0\right)=-8$，可知方程$g(x)=0$有一正根一负根，

即函数$g\left(x\right)$在$(0,+\infty)$有且仅有一个零点，且为异号零点；

由题意知$f\left(x\right)g\left(x\right)\geq 0$，则当$0<x<\frac{2}{a}$时，$g\left(x\right)\leq 0$；当$x>\frac{2}{a}$时，$g\left(x\right)\geq 0$，

所以$\frac{2}{a}$是方程$x^2+bx-8=0$的根，

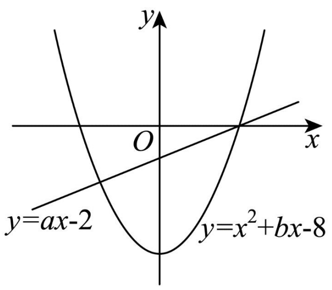
则$\frac{4}{a^2}+\frac{2b}{a}-8=0$，即$b=4a-\frac{2}{a}$，且$a>0$，

所以$b+\frac{6}{a}=4a-\frac{2}{a}+\frac{6}{a}=4a+\frac{4}{a}\geq 2\sqrt{4a\cdot\frac{4}{a}}=8$，

当且仅当$4a=\frac{4}{a}$，即$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$时，等号成立，

则$b+\frac{6}{a}$的最小值是 8，

故选：C



7．C

【分析】根据给定条件，利用圆锥底面圆半径及高，再借助线面垂直及余弦定理求出$\sin\angle MOC$，进而求出三角形面积.

【详解】设圆锥PO的底面圆半径为r，则$\pi r^2+\pi r\cdot 3=10\pi$，而$r>0$，解得$r=2$，

$PO=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

取OB的中点N，连接MN,CN，由M为PB中点，得$MN//PO$，

而$PO\perp$平面BOC，则$MN\perp$平面BOC，$CN\subset$平面BOC，于是$MN\perp CN$，

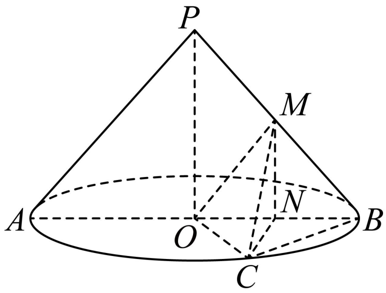
又O为AB中点，则$OM=\frac{1}{2}PA=\frac{3}{2}$，$MN=\frac{1}{2}PO=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

由$\angle BOC=60°$，得$\triangle BOC$是正三角形，$CN\perp OB$，$CN=\sqrt{3}$，$CM^2=CN^2+MN^2=\frac{17}{4}$，

在$\triangle MOC$中，由余弦定理得$\cos\angle MOC=\frac{\frac{9}{4}+4-\frac{17}{4}}{2\times\frac{3}{2}\times 2}=\frac{1}{3}$，$\sin\angle MOC=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以$\triangle MOC$的面积为$\frac{1}{2}OC\cdot OM\sin\angle MOC=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\sqrt{2}$.

故选：C



8．B

【分析】利用数列的递推关系构造出常数列，再求通项，然后分离参变量，再利用数列的单调性思想，研究不等式成立的条件.

【详解】因为$a_n-\frac{S_n}{n^2}=a_{n-1}-\frac{S_{n-1}}{n^2}\left(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*\right)$，

所以$n^2\left(a_n-a_{n-1}\right)=S_n-S_{n-1}=a_n$，所以$a_n\left(n^2-1\right)=n^2a_{n-1}$，

即$\frac{n+1}{n}a_n=\frac{n}{n-1}a_{n-1}$，

所以数列$\left\{\frac{n+1}{n}a_n\right\}$是常数列，当$n=1$时，$\frac{1+1}{1}a_1=1$，

所以$\frac{n+1}{n}a_n=1$，即$a_n=\frac{n}{n+1}$，

因为$\lambda 2^n a_n\leq n\left(3n-1\right)$，所以$\lambda\leq\frac{\left(n+1\right)\left(3n-1\right)}{2^n}$，

令$b_n=\frac{\left(n+1\right)\left(3n-1\right)}{2^n}$，

所以$b_{n+1}-b_n=\frac{\left(n+2\right)\left(3n+2\right)}{2^{n+1}}-\frac{\left(n+1\right)\left(3n-1\right)}{2^n}=\frac{-3n^2+4n+6}{2^{n+1}}$

$$=\frac{-3\left[\left(n-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{22}{9}\right]}{2^{n+1}},$$

当$n>2$时，$b_{n+1}-b_n<0$，即$b_3>b_4>\cdots>b_n$，

$b_1=2$，$b_2=\frac{15}{4}$，$b_3=4$，$b_4=\frac{55}{16}$，$b_5=\frac{21}{8}$，

为了满足不等式$\lambda 2^n a_n\le n(3n-1)$有且仅有4个解，则$\lambda\in\left(2,\frac{21}{8}\right]$，

此时有$b_2=\frac{15}{4}$，$b_3=4$，$b_4=\frac{55}{16}$，$b_5=\frac{21}{8}$.

故选：B.

【点睛】方法点睛：通过数列递推关系构造出常数列，不等式恒成立或有解问题要用分离参变量方法，数列的单调性用作差或作商法来研究.

9．BCD

【分析】对于A项，由正弦定理边化角及和角公式求解即可；对于B项，由正弦定理及圆的面积公式求解即可；

对于C项，由余弦定理及重要不等式可求得bc的最大值，结合三角形面积公式求解即可；

对于D项，由正弦定理边化角可得$2b-c=2\sqrt{3}\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$，求此函数的值域即可.

【详解】对于A项，因为$(2b-c)\cos A=a\cos C$，

所以$2\sin B\cos A-\sin C\cos A=\sin A\cos C$，

所以$2\sin B\cos A=\sin A\cos C+\sin C\cos A=\sin(A+C)=\sin B$，

又因为$\sin B\ne 0$，所以$\cos A=\frac{1}{2}$，

又因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$，故A项错误.

对于B项，设$\triangle ABC$的外接圆的半径为R，由正弦定理可得$2R=\frac{a}{\sin A}=2$，

则$\triangle ABC$的外接圆的面积是$\pi R^2=\pi$，故B项正确.

对于C项，由余弦定理可得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即$b^2+c^2-bc=3$①.

因为$b^2+c^2\ge 2bc$②，当且仅当$b=c$时，等号成立，

所以由①②得$bc\le 3$，当且仅当$b=c$时，等号成立，

所以$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc\le\frac{3\sqrt{3}}{4}$，则C项正确.

对于 D 项，由正弦定理可得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2$，则 $b=2\sin B$，

$c=2\sin C=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+B\right)=\sin B+\sqrt{3}\cos B$，

所以 $2b-c=3\sin B-\sqrt{3}\cos B=2\sqrt{3}\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$.

又因为 $0<B<\frac{2\pi}{3}$，所以 $-\frac{\pi}{6}<B-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$，所以 $-\frac{1}{2}<\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)<1$，

所以 $-\sqrt{3}<2\sqrt{3}\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)<2\sqrt{3}$，即 $2b-c$ 的取值范围是 $(-\sqrt{3},2\sqrt{3})$，故 D 项正确.

故选：BCD.

10．ABD

【解析】【分 析】

取 $a=1$ 及偶函数定义可判断 A；取 $a=-1$ 及奇函数定义可判断 B；通过绝对值定义去掉绝对值符号，结合分段函数图像得到最小值，可判断 C，D.

【详解】解：对于 A，当 $a=1$ 时，$f(x)=|x-2024|+|x+2024|$，定义域为 R，

且 $f(-x)=|-x-2024|+|-x+2024|=|x-2024|+|x+2024|=f(x)$，

故 $f(x)$ 是偶函数，故 A 正确；

对于 B，当 $a=-1$ 时，$f(x)=|x-2024|-|x+2024|$，定义域为 R，

且 $f(-x)=|-x-2024|-|-x+2024|=|x+2024|-|x-2024|=-f(x)$，

故 $f(x)$ 是奇函数，故 B 正确；

对于 C，当 $a=2$ 时，$f(x)=\begin{cases}3x+2024, x>2024\\ x+6072, -2024\le x\le 2024\\ -3x-2024, x<-2024\end{cases}$，

作出图象：