

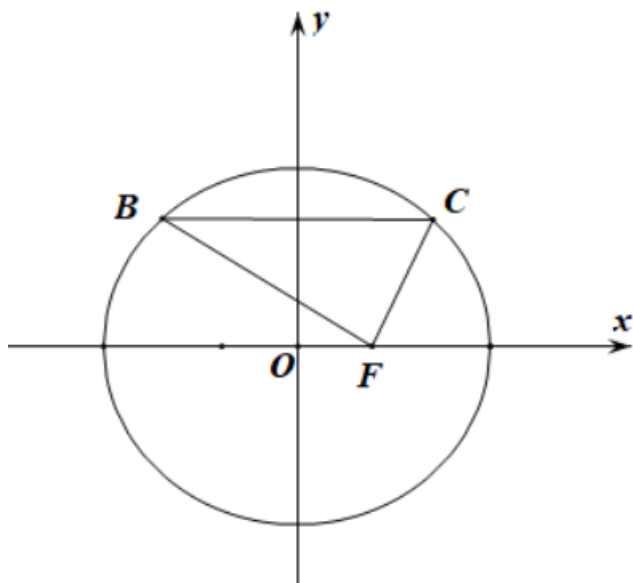
2022-2023 学年宝鸡市重点中学高三高考考前适应性测试数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

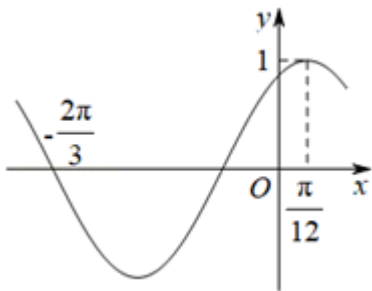
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_8 = 16$, $a_6 = 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ()
A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$
2. 函数 $f(x) = \sin(x + \theta)$ 在 $[0, \pi]$ 上为增函数, 则 θ 的值可以是 ()
A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{3\pi}{2}$
3. 已知函数 $f(x) = (e^x - a)\left(ax + \frac{1}{e}\right)$, 若 $f(x) \geq 0 (x \in R)$ 恒成立, 则满足条件的 a 的个数为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
4. 羽毛球混合双打比赛每队由一男一女两名运动员组成. 某班级从 3 名男生 A_1, A_2, A_3 和 3 名女生 B_1, B_2, B_3 中各随机选出两名, 把选出的 4 人随机分成两队进行羽毛球混合双打比赛, 则 A_1 和 B_1 两人组成一队参加比赛的概率为 ()
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{9}$
5. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x(x-2) < 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
6. 已知点 $A(2\sqrt{5}, 3\sqrt{10})$ 在双曲线 $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 上, 则该双曲线的离心率为 ()
A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{10}$
7. 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, F 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点, 直线 $y = \frac{b}{2}$ 与椭圆交于 B, C 两点, 且 $\angle BFC = 90^\circ$, 则该椭圆的离心率是 ()



- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = (\quad)$



- A. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

9. 将函数 $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向右平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 再将图像上各点的横坐标伸长到原来的 6 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图像, 若 $g(x)$ 为奇函数, 则 m 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{9}$ B. $\frac{2\pi}{9}$ C. $\frac{\pi}{18}$ D. $\frac{\pi}{24}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $(S_n + 1)(S_{n+2} + 1) = (S_{n+1} + 1)^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$), $a_1 = 1, a_2 = 2$, 则 $S_n = (\quad)$

- A. $\frac{n(n+1)}{2}$ B. 2^{n+1} C. $2^n - 1$ D. $2^{n+1} + 1$

11. 已知我市某居民小区户主人数和户主对户型结构的满意率分别如图和如图所示, 为了解该小区户主对户型结构的满意程度, 用分层抽样的方法抽取 30% 的户主进行调查, 则样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数分别为

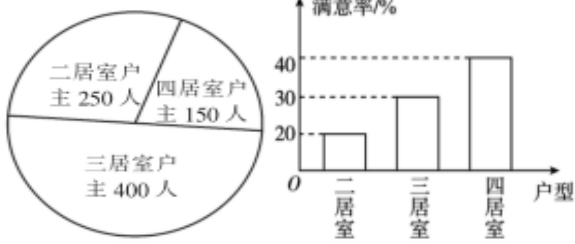
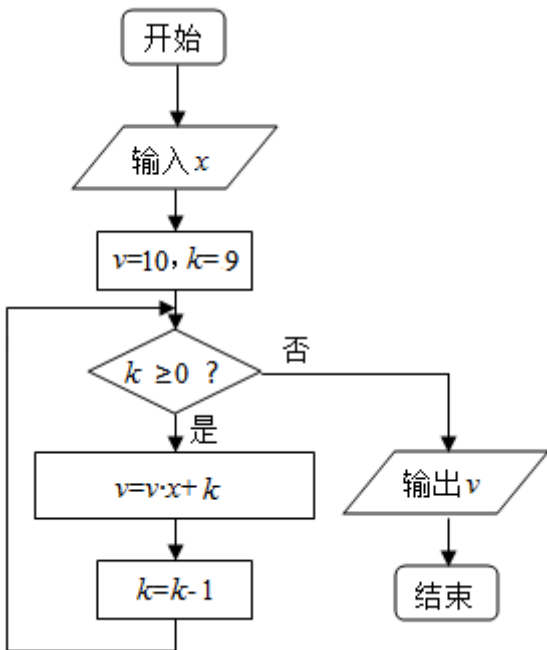


图 1

图 2

- A. 240, 18 B. 200, 20
C. 240, 20 D. 200, 18

12. 秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法。如图的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入 x 的值为 2，则输出的 v 值为（ ）



- A. $9 \times 2^{10} - 2$ B. $9 \times 2^{10} + 2$ C. $9 \times 2^{11} + 2$ D. $9 \times 2^{11} - 2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，向量 $\vec{a} = (4, -n)$ ， $\vec{b} = (S_n, n+3)$ 。若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则数列 $\{\frac{1}{na_n}\}$ 前 2020 项和为 _____

14. 在 $\triangle ABC$ 中， B 、 C 的坐标分别为 $(-2\sqrt{2}, 0)$ ， $(2\sqrt{2}, 0)$ ，且满足 $\sin B - \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin A$ ， O 为坐标原点，

若点 P 的坐标为 $(4, 0)$ ，则 $\vec{AO} \cdot \vec{AP}$ 的取值范围为 _____。

15.

甲、乙、丙、丁四人参加冬季滑雪比赛，有两人获奖.在比赛结果揭晓之前，四人的猜测如下表，其中“√”表示猜测某人获奖，“×”表示猜测某人未获奖，而“○”则表示对某人是否获奖未发表意见.已知四个人中有且只有两个人的猜测是正确的，那么两名获奖者是_____.

	甲获奖	乙获奖	丙获奖	丁获奖
甲的猜测	√	×	×	√
乙的猜测	×	○	○	√
丙的猜测	×	√	×	√
丁的猜测	○	○	√	×

16. 李明自主创业，在网上经营一家水果店，销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃，价格依次为 60 元/盒、65 元/盒、80 元/盒、90 元/盒. 为增加销量，李明对这四种水果进行促销：一次购买水果的总价达到 120 元，顾客就少付 x 元. 每笔订单顾客网上支付成功后，李明会得到支付款的 80%.

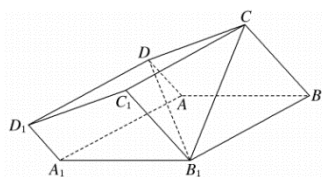
①当 $x=10$ 时，顾客一次购买草莓和西瓜各 1 盒，需要支付_____元；

②在促销活动中，为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折，则 x 的最大值为_____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 如图所示，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为梯形， $AD \parallel BC$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ，

$$AB = BC = BB_1 = 2, AD = 1, CD = \sqrt{3}, \angle ABB_1 = 60^\circ.$$

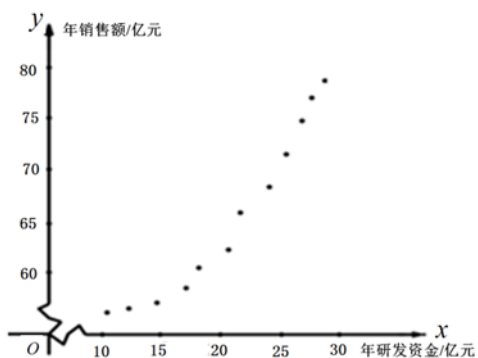


(1) 求证： $AB \perp B_1C$ ；

(2) 若平面 $ABCD \perp$ 平面 ABB_1A_1 ，求二面角 $D-B_1C-B$ 的余弦值.

18. (12 分) 某芯片公司为制定下一年的研发投入计划，需了解年研发资金投入量 x (单位：亿元) 对年销售额 y (单位：亿元) 的影响. 该公司对历史数据进行对比分析，建立了两个函数模型：① $y = a + bx^2$ ，② $y = e^{bx+c}$ ，其中

a, b, c, x 均为常数， e 为自然对数的底数.



现该公司收集了近 12 年的年研发资金投入量 x_{α} 和年销售额 y_{α} 的数据, $\alpha = 1, 2, \dots, 12$, 并对这些数据作了初步处理,

得到了右侧的散点图及一些统计量的值. 令 $u_{\alpha} = x_{\alpha}^2, v_{\alpha} = \ln x_{\alpha} (\alpha = 1, 2, \dots, 12)$, 经计算得如下数据:

\bar{x}	\bar{y}	$\sum_{\alpha=1}^{12} (x_{\alpha} - \bar{x})^2$	$\sum_{\alpha=1}^{12} (y_{\alpha} - \bar{y})^2$	\bar{u}	\bar{v}
20	66	770	200	460	4.20
$\sum_{\alpha=1}^{12} (x_{\alpha} - \bar{x})^2$		$\sum_{\alpha=1}^{12} (x_{\alpha} - \bar{x})(x_{\alpha} - \bar{x})$		$\sum_{\alpha=1}^{12} (x_{\alpha} - \bar{x})^2$	
3125000		21500		0.308	

(1) 设 $\{x_{\alpha}\}$ 和 $\{y_{\alpha}\}$ 的相关系数为 r_1 , $\{x_{\alpha}\}$ 和 $\{u_{\alpha}\}$ 的相关系数为 r_2 , 请从相关系数的角度, 选择一个拟合程度更好的模型;

(2) (i) 根据 (1) 的选择及表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程 (系数精确到 0.01);

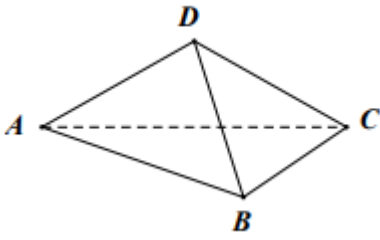
(ii) 若下一年销售额 y 需达到 90 亿元, 预测下一年的研发资金投入量 x 是多少亿元?

附: ① 相关系数 $r = \frac{\sum_{\alpha=1}^n (x_{\alpha} - \bar{x})(y_{\alpha} - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{\alpha=1}^n (x_{\alpha} - \bar{x})^2 \sum_{\alpha=1}^n (y_{\alpha} - \bar{y})^2}}$, 回归直线 $\hat{y} = a + bx$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$b = \frac{\sum_{\alpha=1}^n (x_{\alpha} - \bar{x})(y_{\alpha} - \bar{y})}{\sum_{\alpha=1}^n (x_{\alpha} - \bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x};$$

② 参考数据: $308 = 4 \times 77, \sqrt{90} \approx 9.4868, e^{4.4998} \approx 90.$

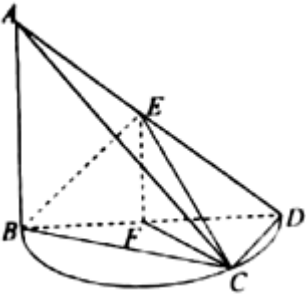
19. (12 分) 如图, 在四面体 $DABC$ 中, $AB \perp BC, DA = DC = DB.$



(1) 求证:平面 $ABC \perp$ 平面 ACD ;

(2) 若 $\angle CAD = 30^\circ$, 二面角 $C-AB-D$ 为 60° , 求异面直线 AD 与 BC 所成角的余弦值.

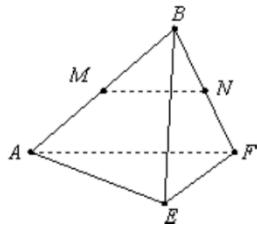
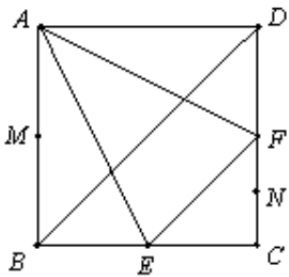
20. (12分) 如图,直角三角形 ABD 所在的平面与半圆弧 \widehat{BD} 所在平面相交于 BD , $AB = BD = 2$, E, F 分别为 AD , BD 的中点, C 是 \widehat{BD} 上异于 B, D 的点, $EC = \sqrt{2}$.



(1) 证明:平面 $CEF \perp$ 平面 BCD ;

(2) 若点 C 为半圆弧 \widehat{BD} 上的一个三等分点(靠近点 D)求二面角 $A-CE-B$ 的余弦值.

21. (12分) 在边长为 6cm 的正方形 $ABCD$, E, F 分别为 BC, CD 的中点, M, N 分别为 AB, CF 的中点, 现沿 AE, AF, EF 折叠, 使 B, C, D 三点重合, 构成一个三棱锥.



(1) 判别 MN 与平面 AEF 的位置关系, 并给出证明;

(2) 求多面体 $E-AFMN$ 的体积.

22. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |2x+a| - |x-2| (x \in R, a \in R)$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq -1$ 在 $x \in R$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据等差数列公式直接计算得到答案.

【详解】

依题意， $S_8 = \frac{8(a_1 + a_8)}{2} = \frac{8(a_3 + a_6)}{2} = 16$ ，故 $a_3 + a_6 = 4$ ，故 $a_3 = 3$ ，故 $d = \frac{a_6 - a_3}{3} = -\frac{2}{3}$ ，故选：D.

【点睛】

本题考查了等差数列的计算，意在考查学生的计算能力.

2、D

【解析】

依次将选项中的 θ 代入，结合正弦、余弦函数的图象即可得到答案.

【详解】

当 $\theta = 0$ 时， $f(x) = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上不单调，故 A 不正确；

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时， $f(x) = \cos x$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递减，故 B 不正确；

当 $\theta = \pi$ 时， $f(x) = -\sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上不单调，故 C 不正确；

当 $\theta = \frac{3\pi}{2}$ 时， $f(x) = -\cos x$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增，故 D 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查正弦、余弦函数的单调性，涉及到诱导公式的应用，是一道容易题.

3、C

【解析】

由不等式恒成立问题分类讨论：①当 $a = 0$ ，②当 $a < 0$ ，③当 $a > 0$ ，考查方程 $\ln a = -\frac{1}{ae}$ 的解的个数，综合①②③

得解.

【详解】

①当 $a = 0$ 时, $f(x) = e^{x-1} > 0 \dots 0$, 满足题意,

②当 $a < 0$ 时, $e^x - a > 0$, $\exists x_0 \in (-\frac{1}{ae}, +\infty)$, $ax + \frac{1}{e} < 0$, 故 $f(x) \dots 0 (x \in R)$ 不恒成立,

③当 $a > 0$ 时, 设 $g(x) = e^x - a$, $h(x) = ax + \frac{1}{e}$,

令 $g(x) = e^x - a = 0$, 得 $x = \ln a$, $h(x) = ax + \frac{1}{e} = 0$, 得 $x = -\frac{1}{ae}$,

下面考查方程 $\ln a = -\frac{1}{ae}$ 的解的个数,

设 $\varphi(a) = a \ln a$, 则 $\varphi'(a) = 1 + \ln a$

由导数的应用可得:

$\varphi(a) = a \ln a$ 在 $(0, \frac{1}{e})$ 为减函数, 在 $(\frac{1}{e}, +\infty)$ 为增函数,

则 $\varphi(a)_{\min} = -\frac{1}{e}$,

即 $\ln a = -\frac{1}{ae}$ 有一解,

又 $g(x) = e^x - a$, $h(x) = ax + \frac{1}{e}$ 均为增函数,

所以存在 1 个 a 使得 $f(x) \dots 0 (x \in R)$ 成立,

综合①②③得: 满足条件的 a 的个数是 2 个,

故选: C.

【点睛】

本题考查了不等式恒成立问题及利用导数研究函数的解得个数, 重点考查了分类讨论的数学思想方法, 属难度较大的题型.

4、B

【解析】

根据组合知识, 计算出选出的 4 人分成两队混合双打的总数为 $\frac{C_3^2 C_3^2 C_2^1 C_2^1}{A_2^2}$, 然后计算 A_1 和 B_1 分在一组的数目为 $C_2^1 C_2^1$,

最后简单计算, 可得结果.

【详解】

由题可知:

分别从 3 名男生、3 名女生中选 2 人: $C_3^2 C_3^2$

将选中 2 名女生平均分为两组: $\frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2}$

将选中 2 名男生平均分为两组： $\frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2}$

则选出的 4 人分成两队混合双打的总数为：

$$C_3^2 C_3^2 \frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2} \frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2} A_2^2 = \frac{C_3^2 C_3^2 C_2^1 C_1^1}{A_2^2} = 18$$

A_1 和 B_1 分在一组的数目为 $C_2^1 C_2^1 = 4$

所以所求的概率为 $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

故选：B

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用，对平均分组的问题要掌握公式，比如：平均分成 m 组，则要除以 A_m^m ，即 $m!$ ，审清题意，细心计算，考验分析能力，属中档题.

5、A

【解析】

先解 A、B 集合，再取交集。

【详解】

$x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$, 所以 B 集合与 A 集合的交集为 $\{1\}$ ，故选 A

【点睛】

一般地，把不等式组放在数轴中得出解集。

6、C

【解析】

将点 A 坐标代入双曲线方程即可求出双曲线的实轴长和虚轴长，进而求得离心率。

【详解】

将 $x = 2\sqrt{5}$, $y = 3\sqrt{10}$ 代入方程 $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 得 $b = 3\sqrt{10}$ ，而双曲线的半实轴 $a = \sqrt{10}$ ，所以

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 10$ ，得离心率 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{10}$ ，故选 C.

【点睛】

此题考查双曲线的标准方程和离心率的概念，属于基础题.

7、A

【解析】

联立直线方程与椭圆方程，解得 B 和 C 的坐标，然后利用向量垂直的坐标表示可得 $3c^2 = 2a^2$

，由离心率定义可得结果.

【详解】

$$\text{由} \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = \frac{b}{2} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ y = \frac{b}{2} \end{cases}, \text{所以} B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{b}{2}\right), C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{b}{2}\right).$$

$$\text{由题意知} F(c, 0), \text{所以} \overrightarrow{BF} = \left(c + \frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{b}{2}\right), \overrightarrow{CF} = \left(c - \frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{b}{2}\right).$$

因为 $\angle BFC = 90^\circ$, 所以 $BF \perp CF$, 所以

$$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{CF} = \left(c + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)\left(c - \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) + \frac{b^2}{4} = c^2 - \frac{3}{4}a^2 + \frac{a^2 - c^2}{4} = \frac{3}{4}c^2 - \frac{1}{2}a^2 = 0.$$

$$\text{所以} 3c^2 = 2a^2, \text{所以} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

故选: A.

【点睛】

本题考查了直线与椭圆的交点, 考查了向量垂直的坐标表示, 考查了椭圆的离心率公式, 属于基础题.

8、A

【解析】

先利用最高点纵坐标求出 A , 再根据 $\frac{3T}{4} = \frac{\pi}{12} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ 求出周期, 再将 $\left(\frac{\pi}{12}, 1\right)$ 代入求出 φ 的值. 最后将 $\frac{3\pi}{8}$ 代入解析

式即可.

【详解】

由图象可知 $A=1$,

$$\therefore \frac{3T}{4} = \frac{\pi}{12} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right), \text{所以} T = \pi, \therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = 2.$$

$$\therefore f(x) = \sin(2x + \varphi), \text{将} \left(\frac{\pi}{12}, 1\right) \text{代入得} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 1,$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}, \text{结合} 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = \frac{\pi}{3}.$$

$$\therefore f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$\begin{aligned} \therefore f\left(\frac{3\pi}{8}\right) &= \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{12}\right) = -\sin\frac{\pi}{12} = -\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

故选: A.

【点睛】

本题考查三角函数的据图求式问题以及三角函数的公式变换.据图求式问题要注意结合五点法作图求解.属于中档题.

9、C

【解析】

根据三角函数的变换规则表示出 $g(x)$, 根据 $g(x)$ 是奇函数, 可得 m 的取值, 再求其最小值.

【详解】

解: 由题意知, 将函数 $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{6})$ 的图像向右平移 $m(m > 0)$ 个单位长度, 得 $y = \sin\left[3(x - m) + \frac{\pi}{6}\right]$, 再将

$y = \sin\left[3x - 3m + \frac{\pi}{6}\right]$ 图像上各点的横坐标伸长到原来的 6 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图像,

$$\therefore g(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x - 3m + \frac{\pi}{6}\right),$$

因为 $g(x)$ 是奇函数,

$$\text{所以 } -3m + \frac{\pi}{6} = k\pi, k \in Z, \text{ 解得 } m = \frac{\pi}{18} - \frac{k\pi}{3}, k \in Z,$$

因为 $m > 0$, 所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{18}$.

故选: C

【点睛】

本题考查三角函数的变换以及三角函数的性质, 属于基础题.

10、C

【解析】

根据已知条件判断出数列 $\{S_n + 1\}$ 是等比数列, 求得其通项公式, 由此求得 S_n .

【详解】

由于 $(S_n + 1)(S_{n+2} + 1) = (S_{n+1} + 1)^2 (n \in N^*)$, 所以数列 $\{S_n + 1\}$ 是等比数列, 其首项为 $S_1 + 1 = a_1 + 1 = 2$, 第二项为

$$S_2 + 1 = a_1 + a_2 + 1 = 4, \text{ 所以公比为 } \frac{4}{2} = 2. \text{ 所以 } S_n + 1 = 2^n, \text{ 所以 } S_n = 2^n - 1.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/798047113043006061>