

第三章 概率的进一步认识

专题5 概率的综合问题



目录

CONTENTS



专题解读



典例讲练

01

专题解读



◎问题综述

概率问题在历年的中考中都有出现，常结合统计、代数、几何等相关知识综合考查.概率问题一般不困难，但部分较烦琐，在做此类题目时，关键在于理解题意，能清晰地写出解答过程.

◎要点归纳

1. 把刻画随机事件 A 发生的可能性大小的数值，称为随机事件 A 发生的概率，其计算由理论计算和试验估值两种方式.
2. 根据获得概率的方式，我们遇到的概率问题大致分为三类：

(1) 第一类问题，它没有理论概率，只能通过多次试验，用频率估计概率；

(2) 第二类问题，它有理论概率，但理论概率计算很困难，这时也可以通过多次试验，用频率估计概率；

(3) 第三类问题，它是简单的古典概型，有理论概率，且理论概率的计算较为简单，我们就通过公式 $P(A) =$

$\frac{\text{发生事件}A\text{的结果数}}{\text{所有可能的结果数}}$ 来计算得到概率.

3. 常用的计算概率的基本方法.

(1) 利用等可能事件的概率计算公式计算涉及一步试验的古典概型及可化为古典概型的几何概型的概率;

(2) 计算涉及两步试验的等可能事件概率的两种方法——画树状图和列表.

注: 当涉及两步试验时, 用列表法较为简便, 也可用画树状图法; 当涉及三步及三步以上试验时, 应选用画树状图法.

02

典例讲练



类型一 概率与频率的综合问题

例1 一个不透明的袋子中装有4个小球，分别标有数字2，3，4， x ，这些球除数字外都相同. 甲、乙两人每次同时从袋中各随机摸出1个小球，并计算摸出的这两个小球上的数字之和. 记录后都将小球放回袋中搅匀，进行重复试验，试验数据如下表：

摸球总次数	“和为7”出现的频数	“和为7”出现的频率
10	1	0.10
20	9	0.45
30	14	0.47
60	24	0.40
90	26	0.29

摸球总次数	“和为7”出现的频数	“和为7”出现的频率
120	37	0.31
180	58	0.32
240	79	0.33
330	109	0.33

根据表中数据，解答下列问题：

(1) 若试验继续进行下去，出现“和为7”的频率将稳定在它的概率附近，试估计出现“和为7”的概率为0.33 (答案不唯一)；

(2) 根据(1)，若 x 是不等于2, 3, 4的自然数，试求 x 的值.

【思路导航】 (1) 观察表格中的数据，利用概率与频率之间的关系，即可得出结论； (2) 利用(1)得到事件“和为7”的概率，即可列表、列式求解 x 的值.

(1) 【解析】出现“和为7”的概率为0.33（或0.31, 0.32, 0.34均正确）.故答案为0.33（答案不唯一）.

(2) 解：列表如下：

甲 \ 乙	2	3	4	x
2		5	6	$2+x$
3	5		7	$3+x$
4	6	7		$4+x$
x	$2+x$	$3+x$	$4+x$	

由表可知，一共有12种等可能的结果. 又由(1)知，出现“和为7”的概率约为0.33， \therefore “和为7”出现的次数约为 $0.33 \times 12 = 3.96 \approx 4$ （用另外三个概率估计值说明亦可）.

若 $2 + x = 7$ ，则 $x = 5$. 此时 $P(\text{和为7}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 0.33$ ，符合题意；

若 $3 + x = 7$ ，则 $x = 4$ ，不符合题意；

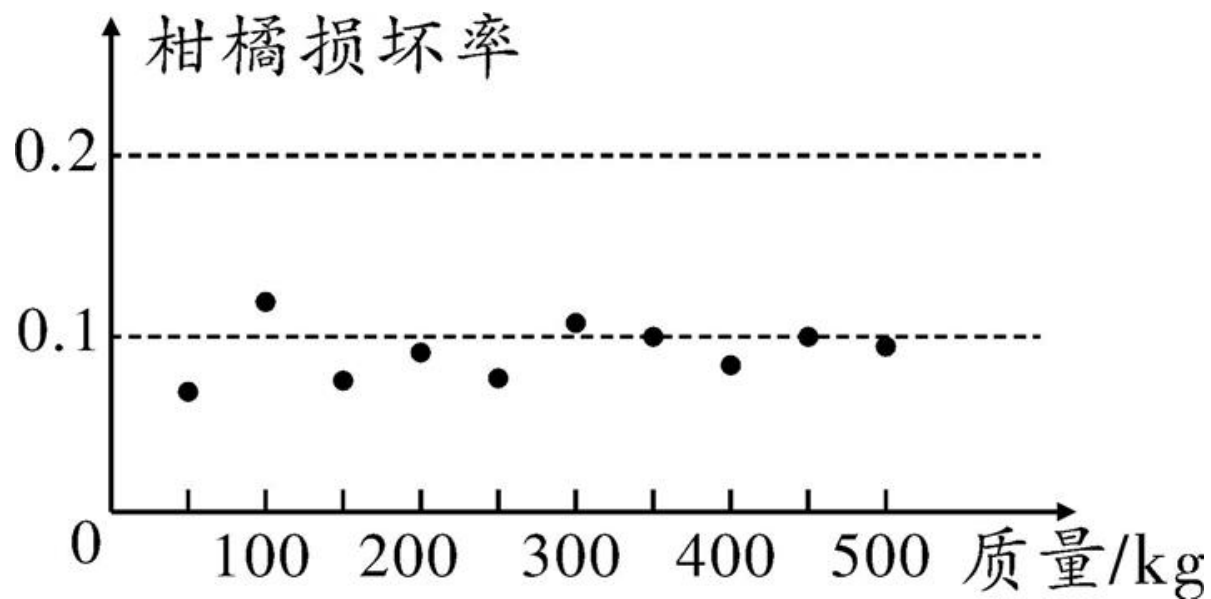
若 $4 + x = 7$ ，则 $x = 3$ ，不符合题意.

$\therefore x = 5$.（说理方法不唯一，合理即可）

【点拨】 本例属于利用概率与频率之间的关系来解决的综合问题. 要注意如下问题: (1) 在大量重复试验中, 如果事件 A 发生的频率稳定在某个常数 P 附近, 那么这个常数 P 就是事件 A 发生的概率. 主要用于: ①不是理论概率的问题, 只能通过多次试验, 用频率来估计概率; ②虽然是理论概率的问题, 但理论概率的计算很困难, 这时也可以通过多次试验, 用频率来估计概率. (2) 利用频率估计概率时, 不能以某一次或次数较少的试验结果作为估计的概率, 试验次数越多, 用频率估计的概率也就越准确, 即用足够多次试验后的频率稳定值估计其概率.

变式训练

某水果公司以 $2\text{元}/\text{kg}$ 的成本购进 $10\,000\text{ kg}$ 柑橘，销售人员在销售过程中随机抽取柑橘进行“损坏率”统计，并绘制成如图所示的统计图.根据统计图提供的信息解答下列问题：



(1) 柑橘损坏的概率估计值为 0.1，柑橘完好的概率估计 0.9

值为 0.9。【解析】根据所给的统计图可知，柑橘损坏的概率估计值为 0.1，则柑橘完好的概率估计值为 $1 - 0.1 = 0.9$ 。故答案为 0.1，0.9。

(2) 估计这批柑橘完好的质量为 9 000 kg；

(2) 【解析】根据 (1) 知，估计这批柑橘完好的质量为 $10\,000 \times 0.9 = 9\,000$ (kg)。故答案为 9 000。

(3) 若公司希望销售这些柑橘能获得25 000元的利润, 则在出售(已去掉损坏的柑橘)时, 每千克柑橘大约定价为多少元比较合适(精确到0.01)?

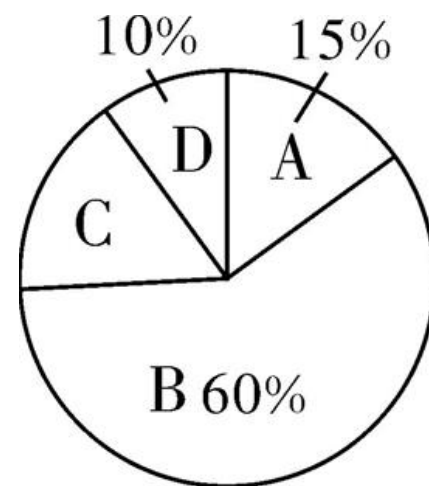
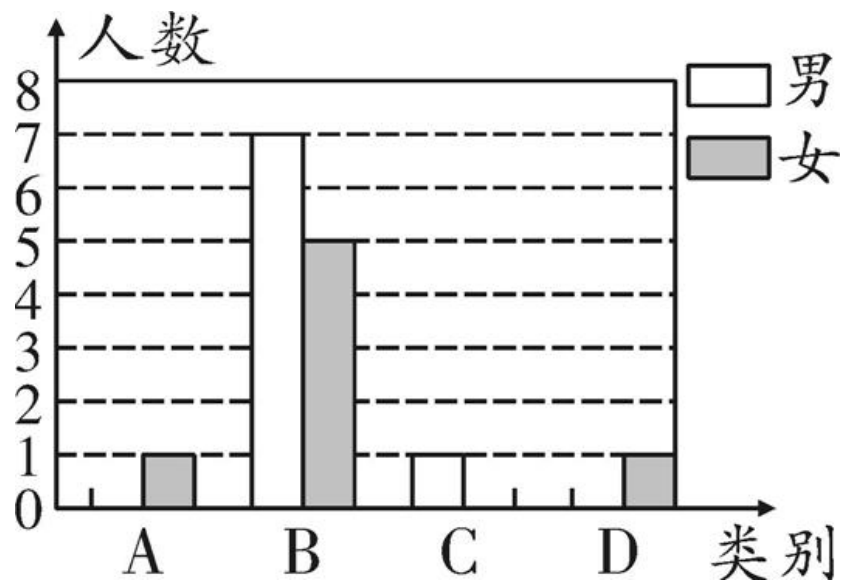
(3) 解: 设每千克柑橘大约定价为 x 元比较合适. 根据题意, 得

$$(x-2) \times 9\,000 = 25\,000, \text{ 解得 } x \approx 4.78.$$

故每千克柑橘大约定价为4.78元比较合适.

类型二 概率与统计的综合问题

例2 张老师为了了解本班学生完成数学课前预习的具体情况，对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查.他将调查结果分为四类：A. 很好；B. 较好；C. 一般；D. 较差.并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图.请你根据统计图解答下列问题：



(1) 请计算出A类男生、C类女生和D类男生的人数，并将条形统计图补充完整；

(2) 为了共同进步，张老师想从被调查的A类和D类学生中各随机选取一位同学进行“一帮一”互助学习，请用画树状图或列表的方法求出所选两位同学恰好是一男一女的概率.

【思路导航】 (1) 由B类人数及其所占百分比求得总人数，再用总人数分别乘A，C类对应的百分比求得其人数，据此结合条形统计图进一步得到答案，并补全条形统计图即可；(2) 画树状图列出所有可能的结果，从中找到所选两位同学恰好是一男一女同学的结果，利用概率公式求解即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/805144143022011240>