

## 2024 年山东高考数学真题及答案

本试卷共 10 页，19 小题，满分 150 分。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上。

1. 已知集合  $A = \{x | -5 < x^3 < 5\}$ ,  $B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{-1, 0\}$                       B.  $\{2, 3\}$                       C.  $\{-3, -1, 0\}$                       D.  $\{-1, 0, 2\}$
2. 若  $\frac{z}{z-1} = 1+i$ , 则  $z =$  ( )  
A.  $-1-i$                       B.  $-1+i$                       C.  $1-i$                       D.  $1+i$
3. 已知向量  $\vec{a} = (0, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, x)$ , 若  $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$ , 则  $x =$  ( )  
A.  $-2$                       B.  $-1$                       C.  $1$                       D.  $2$
4. 已知  $\cos(\alpha + \beta) = m$ ,  $\tan \alpha \tan \beta = 2$ , 则  $\cos(\alpha - \beta) =$  ( )



C.  $P(Y > 2) > 0.5$

D.  $P(Y > 2) < 0.8$

10. 设函数  $f(x) = (x-1)^2(x-4)$ , 则 ( )

A.  $x=3$  是  $f(x)$  的极小值点

B. 当  $0 < x < 1$  时,  $f(x) < f(x^2)$

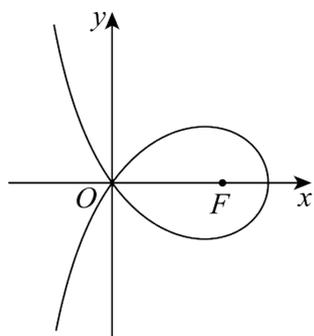
C. 当  $1 < x < 2$  时,  $-4 < f(2x-1) < 0$

D. 当  $-1 < x < 0$  时,  $f(2-x) > f(x)$

11. 造型  可以做成美丽的丝带, 将其看作图中曲线  $C$  的一部分. 已知  $C$  过坐标原点  $O$  且  $C$

上的点满足横坐标大于  $-2$ , 到点  $F(2,0)$  的距离与到定直线  $x=a(a < 0)$  的距离之积为 4,

则 ( )



A.  $a = -2$

B. 点  $(2\sqrt{2}, 0)$  在  $C$  上

C.  $C$  在第一象限的点的纵坐标的最大值为 1

D. 当点  $(x_0, y_0)$  在  $C$  上时,

$$y_0 \leq \frac{4}{x_0 + 2}$$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 设双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_2$  作平行于  $y$  轴的直线交  $C$  于  $A, B$  两点, 若  $|F_1A| = 13, |AB| = 10$ , 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

13. 若曲线  $y = e^x + x$  在点  $(0,1)$  处的切线也是曲线  $y = \ln(x+1) + a$  的切线, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 甲、乙两人各有四张卡片, 每张卡片上标有一个数字, 甲的卡片上分别标有数字 1, 3, 5, 7, 乙的卡片上分别标有数字 2, 4, 6, 8, 两人进行四轮比赛, 在每轮比赛中, 两人各自从自己持有的卡片中随机选一张, 并比较所选卡片上数字的大小, 数字大的人得 1

分, 数字小的人得 0 分, 然后各自弃置此轮所选的卡片 (弃置的卡片在此后的轮次中不能使用). 则四轮比赛后, 甲的总得分不小于 2 的概率为\_\_\_\_\_.

**四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 记  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin C = \sqrt{2} \cos B$ ,

$$a^2 + b^2 - c^2 = \sqrt{2}ab$$

(1) 求  $B$ ;

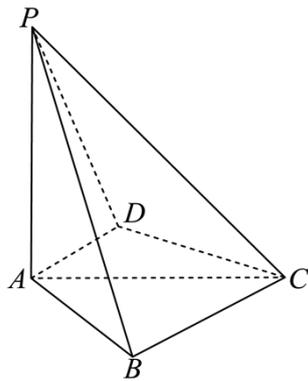
(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $3 + \sqrt{3}$ , 求  $c$ .

16. 已知  $A(0, 3)$  和  $P\left(3, \frac{3}{2}\right)$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  上两点.

(1) 求  $C$  的离心率;

(2) 若过  $P$  的直线  $l$  交  $C$  于另一点  $B$ , 且  $\triangle ABP$  的面积为 9, 求  $l$  的方程.

17. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PA = AC = 2$ ,  $BC = 1, AB = \sqrt{3}$ .



(1) 若  $AD \perp PB$ , 证明:  $AD \parallel$  平面  $PBC$ ;

(2) 若  $AD \perp DC$ , 且二面角  $A-CP-D$  的正弦值为  $\frac{\sqrt{42}}{7}$ , 求  $AD$ .

18. 已知函数  $f(x) = \ln \frac{x}{2-x} + ax + b(x-1)^3$

(1) 若  $b = 0$ , 且  $f'(x) \geq 0$ , 求  $a$  的最小值;

(2) 证明: 曲线  $y = f(x)$  是中心对称图形;

(3) 若  $f(x) > -2$  当且仅当  $1 < x < 2$ , 求  $b$  的取值范围.

19. 设  $m$  为正整数, 数列  $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$  是公差为  $d$  的等差数列, 若从中删去两项  $a_i$  和  $a_j (i < j)$  后剩余的  $4m$  项可被平均分为  $m$  组, 且每组的 4 个数都能构成等差数列, 则称数列  $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$  是  $(i, j)$ -可分数列.

(1) 写出所有的  $(i, j)$ ,  $1 \leq i < j \leq 4m+2$ , 使数列  $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$  是  $(i, j)$ -可分数列;

(2) 当  $m \geq 3$  时, 证明: 数列  $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$  是  $(2, 13)$ -可分数列;

(3) 从  $1, 2, \dots, 4m+2$  中一次任取两个数  $i$  和  $j (i < j)$ , 记数列  $a_1, a_2, \dots, a_{4m+2}$  是  $(i, j)$ -可分数列的概率为  $P_m$ , 证明:  $P_m > \frac{1}{8}$ .

### 参考答案

本试卷共 10 页, 19 小题, 满分 150 分.

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
3. 填空题和解答题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上。

1. 已知集合  $A = \{x | -5 < x^3 < 5\}$ ,  $B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{-1, 0\}$                       B.  $\{2, 3\}$                       C.  $\{-3, -1, 0\}$                       D.  $\{-1, 0, 2\}$

【答案】A

【解析】

【分析】化简集合 A，由交集的概念即可得解。

【详解】因为  $A = \{x | -\sqrt[3]{5} < x < \sqrt[3]{5}\}$ ,  $B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$ , 且注意到  $1 < \sqrt[3]{5} < 2$ , 从而  $A \cap B = \{-1, 0\}$ .

故选：A.

2. 若  $\frac{z}{z-1} = 1+i$ , 则  $z =$  ( )

- A.  $-1-i$                       B.  $-1+i$                       C.  $1-i$                       D.  $1+i$

【答案】C

【解析】

【分析】由复数四则运算法则直接运算即可求解。

【详解】因为  $\frac{z}{z-1} = \frac{z-1+1}{z-1} = 1 + \frac{1}{z-1} = 1+i$ , 所以  $z = 1 + \frac{1}{i} = 1-i$ .

故选：C.

3. 已知向量  $\vec{a} = (0, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, x)$ , 若  $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$ , 则  $x =$  ( )

- A.  $-2$                       B.  $-1$                       C.  $1$                       D.  $2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据向量垂直的坐标运算可求  $x$  的值.

【详解】因为  $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$ , 所以  $\vec{b} \cdot (\vec{b} - 4\vec{a}) = 0$ ,

所以  $\vec{b}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  即  $4 + x^2 - 4x = 0$ , 故  $x = 2$ ,

故选: D.

4. 已知  $\cos(\alpha + \beta) = m$ ,  $\tan \alpha \tan \beta = 2$ , 则  $\cos(\alpha - \beta) =$  ( )

- A.  $-3m$                       B.  $-\frac{m}{3}$                       C.  $\frac{m}{3}$                       D.  $3m$

【答案】A

【解析】

【分析】根据两角和的余弦可求  $\cos \alpha \cos \beta, \sin \alpha \sin \beta$  的关系, 结合  $\tan \alpha \tan \beta$  的值可求前者, 故可求  $\cos(\alpha - \beta)$  的值.

【详解】因为  $\cos(\alpha + \beta) = m$ , 所以  $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = m$ ,

而  $\tan \alpha \tan \beta = 2$ , 所以  $\sin \alpha \sin \beta = 2 \cos \alpha \cos \beta$ ,

故  $\cos \alpha \cos \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta = m$  即  $\cos \alpha \cos \beta = -m$ ,

从而  $\sin \alpha \sin \beta = -2m$ , 故  $\cos(\alpha - \beta) = -3m$ ,

故选: A.

5. 已知圆柱和圆锥的底面半径相等, 侧面积相等, 且它们的高均为  $\sqrt{3}$ , 则圆锥的体积为

( )

- A.  $2\sqrt{3}\pi$                       B.  $3\sqrt{3}\pi$                       C.  $6\sqrt{3}\pi$                       D.  $9\sqrt{3}\pi$

【答案】B

【解析】

【分析】设圆柱的底面半径为  $r$ , 根据圆锥和圆柱的侧面积相等可得半径  $r$  的方程, 求出解后可求圆锥的体积.

【详解】设圆柱的底面半径为  $r$ ，则圆锥的母线长为  $\sqrt{r^2+3}$ ，

而它们的侧面积相等，所以  $2\pi r \times \sqrt{3} = \pi r \times \sqrt{3+r^2}$  即  $2\sqrt{3} = \sqrt{3+r^2}$ ，

故  $r=3$ ，故圆锥的体积为  $\frac{1}{3}\pi \times 9 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}\pi$ 。

故选：B.

6. 已知函数为  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2ax - a, & x < 0 \\ e^x + \ln(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ ，在  $\mathbf{R}$  上单调递增，则  $a$  取值的范围是 ( )

A.  $(-\infty, 0]$                       B.  $[-1, 0]$                       C.  $[-1, 1]$                       D.

$[0, +\infty)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据二次函数的性质和分界点的大小关系即可得到不等式组，解出即可。

【详解】因为  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增，且  $x \geq 0$  时， $f(x) = e^x + \ln(x+1)$  单调递增，

则需满足  $\begin{cases} -\frac{-2a}{2 \times (-1)} \geq 0 \\ -a \leq e^0 + \ln 1 \end{cases}$ ，解得  $-1 \leq a \leq 0$ ，

即  $a$  的范围是  $[-1, 0]$ 。

故选：B.

7. 当  $x \in [0, 2\pi]$  时，曲线  $y = \sin x$  与  $y = 2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$  的交点个数为 ( )

A. 3                      B. 4                      C. 6                      D. 8

【答案】C

【解析】

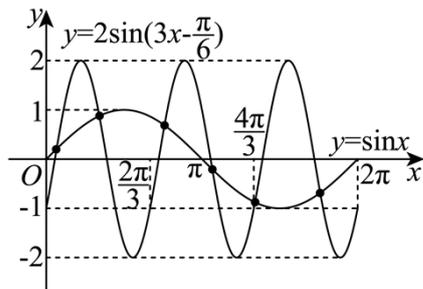
【分析】画出两函数在  $[0, 2\pi]$  上的图象，根据图象即可求解

【详解】因为函数  $y = \sin x$  的最小正周期为  $T = 2\pi$ ，

函数  $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$  的最小正周期为  $T = \frac{2\pi}{3}$ ,

所以在  $x \in [0, 2\pi]$  上函数  $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$  有三个周期的图象,

在坐标系中结合五点法画出两函数图象, 如图所示:



由图可知, 两函数图象有 6 个交点.

故选: C

8. 已知函数为  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x) > f(x-1) + f(x-2)$ , 且当  $x < 3$  时  $f(x) = x$ , 则

下列结论中一定正确的是 ( )

- A.  $f(10) > 100$
- B.  $f(20) > 1000$
- C.  $f(10) < 1000$
- D.  $f(20) < 10000$

**【答案】** B

**【解析】**

**【分析】** 代入得到  $f(1) = 1, f(2) = 2$ , 再利用函数性质和不等式的性质, 逐渐递推即可判断.

**【详解】** 因为当  $x < 3$  时  $f(x) = x$ , 所以  $f(1) = 1, f(2) = 2$ ,

又因为  $f(x) > f(x-1) + f(x-2)$ ,

则  $f(3) > f(2) + f(1) = 3, f(4) > f(3) + f(2) > 5$ ,

$f(5) > f(4) + f(3) > 8, f(6) > f(5) + f(4) > 13, f(7) > f(6) + f(5) > 21$ ,

$f(8) > f(7) + f(6) > 34, f(9) > f(8) + f(7) > 55, f(10) > f(9) + f(8) > 89$ ,

$$f(11) > f(10) + f(9) > 144, f(12) > f(11) + f(10) > 233, f(13) > f(12) + f(11) > 377$$

$$f(14) > f(13) + f(12) > 610, f(15) > f(14) + f(13) > 987,$$

$$f(16) > f(15) + f(14) > 1597 > 1000, \text{ 则依次下去可知 } f(20) > 1000, \text{ 则 B 正确;}$$

且无证据表明 ACD 一定正确.

故选: B.

**【点睛】** 关键点点睛: 本题的关键是利用  $f(1)=1, f(2)=2$ , 再利用题目所给的函数性质  $f(x) > f(x-1) + f(x-2)$ , 代入函数值再结合不等式同向可加性, 不断递推即可.

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分, 部分选对的得部分分, 选对但不全的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 为了解推动出口后的亩收入 (单位: 万元) 情况, 从该种植区抽取样本, 得到推动出口后亩收入的样本均值  $\bar{x} = 2.1$ , 样本方差  $s^2 = 0.01$ , 已知该种植区以往的亩收入  $X$  服从正态分布  $N(1.8, 0.1^2)$ , 假设推动出口后的亩收入  $Y$  服从正态分布  $N(\bar{x}, s^2)$ , 则 ( ) (若随机变量  $Z$  服从正态分布  $N(u, \sigma^2)$ ,  $P(Z < u + \sigma) \approx 0.8413$ )

A.  $P(X > 2) > 0.2$

B.  $P(X > 2) < 0.5$

C.  $P(Y > 2) > 0.5$

D.  $P(Y > 2) < 0.8$

**【答案】** BC

**【解析】**

**【分析】** 根据正态分布的  $3\sigma$  原则以及正态分布的对称性即可解出.

**【详解】** 依题可知,  $\bar{x} = 2.1, s^2 = 0.01$ , 所以  $Y: N(2.1, 0.1)$ ,

故  $P(Y > 2) = P(Y > 2.1 - 0.1) = P(Y < 2.1 + 0.1) \approx 0.8413 > 0.5$ , C 正确, D 错误;

因为  $X: N(1.8, 0.1)$ , 所以  $P(X > 2) = P(X > 1.8 + 2 \times 0.1)$ ,

因为  $P(X < 1.8 + 0.1) \approx 0.8413$ , 所以  $P(X > 1.8 + 0.1) \approx 1 - 0.8413 = 0.1587 < 0.2$ ,

而  $P(X > 2) = P(X > 1.8 + 2 \times 0.1) < P(X > 1.8 + 0.1) < 0.2$ , B 正确, A 错误,

故选: BC.

10. 设函数  $f(x) = (x-1)^2(x-4)$ , 则 ( )

A.  $x=3$  是  $f(x)$  的极小值点

B. 当  $0 < x < 1$  时,  $f(x) < f(x^2)$

C. 当  $1 < x < 2$  时,  $-4 < f(2x-1) < 0$

D. 当  $-1 < x < 0$  时,  $f(2-x) > f(x)$

【答案】ACD

【解析】

【分析】求出函数  $f(x)$  的导数, 得到极值点, 即可判断 A; 利用函数的单调性可判断 B;

根据函数  $f(x)$  在  $(1, 3)$  上的值域即可判断 C; 直接作差可判断 D.

【详解】对 A, 因为函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 而  $f'(x) = 2(x-1)(x-4) + (x-1)^2 = 3(x-1)(x-3)$ ,

易知当  $x \in (1, 3)$  时,  $f'(x) < 0$ , 当  $x \in (-\infty, 1)$  或  $x \in (3, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$

函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 1)$  上单调递增, 在  $(1, 3)$  上单调递减, 在  $(3, +\infty)$  上单调递增, 故  $x=3$  是函数  $f(x)$  的极小值点, 正确;

对 B, 当  $0 < x < 1$  时,  $x - x^2 = x(1-x) > 0$ , 所以  $1 > x > x^2 > 0$ ,

而由上可知, 函数  $f(x)$  在  $(0, 1)$  上单调递增, 所以  $f(x) > f(x^2)$ , 错误;

对 C, 当  $1 < x < 2$  时,  $1 < 2x-1 < 3$ , 而由上可知, 函数  $f(x)$  在  $(1, 3)$  上单调递减,

所以  $f(1) > f(2x-1) > f(3)$ , 即  $-4 < f(2x-1) < 0$ , 正确;

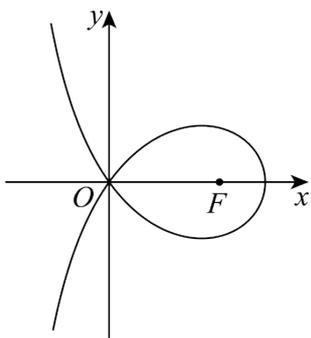
对 D, 当  $-1 < x < 0$  时,

$f(2-x) - f(x) = (1-x)^2(-2-x) - (x-1)^2(x-4) = (x-1)^2(2-2x) > 0$ ,

所以  $f(2-x) > f(x)$ , 正确;

故选：ACD.

11. 造型  可以做成美丽的丝带，将其看作图中曲线  $C$  的一部分. 已知  $C$  过坐标原点  $O$ . 且  $C$  上的点满足横坐标大于  $-2$ ，到点  $F(2,0)$  的距离与到定直线  $x=a(a < 0)$  的距离之积为 4，则 ( )



A.  $a = -2$

B. 点  $(2\sqrt{2}, 0)$  在  $C$  上

C.  $C$  在第一象限的点的纵坐标的最大值为 1

D. 当点  $(x_0, y_0)$  在  $C$  上时，

$$y_0 \leq \frac{4}{x_0 + 2}$$

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据题设将原点代入曲线方程后可求  $a$ ，故可判断 A 的正误，结合曲线方程可判断 B 的正误，利用特例法可判断 C 的正误，将曲线方程化简后结合不等式的性质可判断 D 的正误.

【详解】对于 A：设曲线上的动点  $P(x, y)$ ，则  $x > -2$  且  $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} \times |x-a| = 4$ ，

因为曲线过坐标原点，故  $\sqrt{(0-2)^2 + 0^2} \times |0-a| = 4$ ，解得  $a = -2$ ，故 A 正确.

对于 B：又曲线方程为  $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} \times |x+2| = 4$ ，而  $x > -2$ ，

$$\text{故 } \sqrt{(x-2)^2 + y^2} \times (x+2) = 4.$$

当  $x = 2\sqrt{2}, y = 0$  时， $\sqrt{(2\sqrt{2}-2)^2} \times (2\sqrt{2}+2) = 8-4=4$ ，

故  $(2\sqrt{2}, 0)$  在曲线上, 故 B 正确.

对于 C: 由曲线的方程可得  $y^2 = \frac{16}{(x+2)^2} - (x-2)^2$ , 取  $x = \frac{3}{2}$ ,

则  $y^2 = \frac{64}{49} - \frac{1}{4}$ , 而  $\frac{64}{49} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{64}{49} - \frac{5}{4} = \frac{256-245}{49 \times 4} > 0$ , 故此时  $y^2 > 1$ ,

故 C 在第一象限内点的纵坐标的最大值大于 1, 故 C 错误.

对于 D: 当点  $(x_0, y_0)$  在曲线上时, 由 C 的分析可得  $y_0^2 = \frac{16}{(x_0+2)^2} - (x_0-2)^2 \leq \frac{16}{(x_0+2)^2}$ ,

故  $-\frac{4}{x_0+2} \leq y_0 \leq \frac{4}{x_0+2}$ , 故 D 正确.

故选: ABD.

**【点睛】**思路点睛: 根据曲线方程讨论曲线的性质, 一般需要将曲线方程变形化简后结合不等式的性质等来处理.

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 设双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_2$  作平行于  $y$  轴的直线交  $C$  于  $A, B$  两点, 若  $|F_1A| = 13, |AB| = 10$ , 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{3}{2}$

**【解析】**

**【分析】**由题意画出双曲线大致图象, 求出  $|AF_2|$ , 结合双曲线第一定义求出  $|AF_1|$ , 即可得到  $a, b, c$  的值, 从而求出离心率.

**【详解】**由题可知  $A, B, F_2$  三点横坐标相等, 设  $A$  在第一象限, 将  $x = c$  代入  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

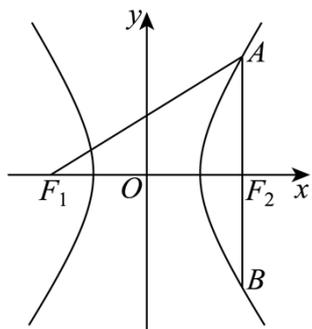
得  $y = \pm \frac{b^2}{a}$ , 即  $A\left(c, \frac{b^2}{a}\right), B\left(c, -\frac{b^2}{a}\right)$ , 故  $|AB| = \frac{2b^2}{a} = 10$ ,  $|AF_2| = \frac{b^2}{a} = 5$ ,

又  $|AF_1| - |AF_2| = 2a$ , 得  $|AF_1| = |AF_2| + 2a = 2a + 5 = 13$ , 解得  $a = 4$ , 代入  $\frac{b^2}{a} = 5$  得

$$b^2 = 20,$$

$$\text{故 } c^2 = a^2 + b^2 = 36, \text{ 即 } c = 6, \text{ 所以 } e = \frac{c}{a} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

故答案为:  $\frac{3}{2}$



13. 若曲线  $y = e^x + x$  在点  $(0,1)$  处的切线也是曲线  $y = \ln(x+1) + a$  的切线, 则

$$a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

**【答案】**  $\ln 2$

**【解析】**

**【分析】** 先求出曲线  $y = e^x + x$  在  $(0,1)$  的切线方程, 再设曲线  $y = \ln(x+1) + a$  的切点为  $(x_0, \ln(x_0+1) + a)$ , 求出  $y'$ , 利用公切线斜率相等求出  $x_0$ , 表示出切线方程, 结合两切线方程相同即可求解.

**【详解】** 由  $y = e^x + x$  得  $y' = e^x + 1$ ,  $y'|_{x=0} = e^0 + 1 = 2$ ,

故曲线  $y = e^x + x$  在  $(0,1)$  处的切线方程为  $y = 2x + 1$ ;

由  $y = \ln(x+1) + a$  得  $y' = \frac{1}{x+1}$ ,

设切线与曲线  $y = \ln(x+1) + a$  相切的切点为  $(x_0, \ln(x_0+1) + a)$ ,

由两曲线有公切线得  $y' = \frac{1}{x_0+1} = 2$ , 解得  $x_0 = -\frac{1}{2}$ , 则切点为  $\left(-\frac{1}{2}, a + \ln\frac{1}{2}\right)$ ,

切线方程为  $y = 2\left(x + \frac{1}{2}\right) + a + \ln\frac{1}{2} = 2x + 1 + a - \ln 2$ ,

根据两切线重合, 所以  $a - \ln 2 = 0$ , 解得  $a = \ln 2$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/805244113213011223>