期末检测卷04（冲刺满分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，满分40分）

1．在实数π，$\frac{1}{3}$，1.010010001，$\frac{22}{7}$，$\sqrt{3}$中，无理数有（　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【答案】B

【详解】解：实数π，$\frac{1}{3}$，1.010010001，$\frac{22}{7}$，$\sqrt{3}$中，无理数有π，$\sqrt{3}$共2个，

故选：B．

2．我国的“天问一号”火星探测器成功着陆火星，据测算，地球到火星的最近距离约为55000000千米，数据55000000用科学计数法表示为（　）

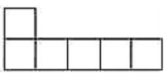
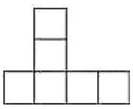
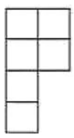
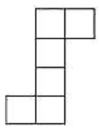
A．5.5×10^{6}　　B．55×10^{6}　　C．5.5×10^{7}　　D．5.5×10^{8}

【答案】C

【详解】解：$55000000=5.5\times10^{7}$，

故选：C．

3．下列图形中，是正方体表面展开图的是（　）

A．　B．　C．　D．

【答案】D

【详解】A、折叠后不能折成正方体，故本项不符合题意；

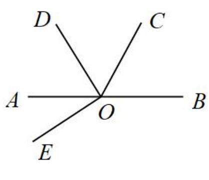
B、折叠后不能折成正方体，故本项不符合题意；

C、折叠后不能折成正方体，故本项不符合题意；

D、折叠后能折成正方体，故本项符合题意．

故选：D．

4．如图，点A，O，B在同一条直线上，OC平分$\angle DOB$，已知$\angle AOE=30°30'$，$\angle DOC=65°15'$，则$\angle DOE$的度数是（　）



A．$70°$　　B．$78°$　　C．$80°$　　D．$84°$

【答案】C

【详解】解：∵ OC 平分 $\angle DOB$，$\angle DOC=65°15'$，

∴ $\angle BOD=2\angle DOC=130°30'$，

∴ $\angle AOD=180°-130°30'=49°30'$，

∴ $\angle DOE=\angle AOD+\angle AOE=49°30'+30°30'=80°$．

故选：C．

5．将抛物线 $y=-(x+2)^2-1$ 先向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到的抛物线解析式是（　）

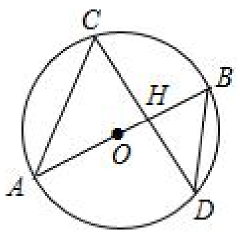
A．$y=-(x-1)^2-3$　　B．$y=-(x+5)^2-3$　　C．$y=-(x-1)^2+1$　　D．$y=-(x+5)^2+1$

【答案】B

【详解】解：将抛物线抛物线 $y=-\left(x+2\right)^2-1$ 先向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，所得抛物线的解析式为：$y=-\left(x+5\right)^2-3$，

故选：B．

6．如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，且经过弦 CD 的中点 H，已知 $\sin\angle CDB=\frac{3}{5}$，$BD=5$，则 AH 的长为（　）



A．$\frac{25}{3}$　　B．$\frac{16}{3}$　　C．$\frac{25}{6}$　　D．$\frac{16}{6}$

【答案】B

【详解】解：连接 OD，如图所示：

AB 是 $\odot O$ 的直径，且经过弦 CD 的中点 H，

$\therefore AB\perp CD$，

$\therefore \angle OHD=\angle BHD=90°$，

$\sin\angle CDB=\frac{3}{5}$，$BD=5$，

$\therefore BH=3$，

$\therefore DH=\sqrt{BD^2-BH^2}=4$，

设$OH=x$，则$OD=OB=x+3$，

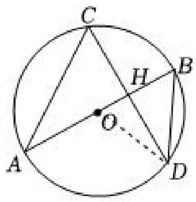
在Rt$\triangle ODH$中，由勾股定理得：$x^2+4^2=(x+3)^2$，

解得：$x=\frac{7}{6}$，

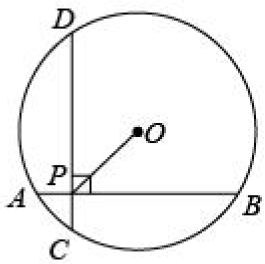
$\therefore OH=\frac{7}{6}$；

$\therefore AH=OA+OH=\frac{7}{6}+\frac{7}{6}+3=\frac{16}{3}$，

故选：B．



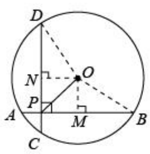
7．如图，在半径为10的 $\odot O$中，AB，CD是互相垂直的两条弦，垂足为点P，且$AB=CD=16$，则PB的长为（　）



A．11　　B．12　　C．13　　D．14

【答案】D

【详解】解：作$OM\perp AB$于M，$ON\perp CD$于N，连接OB，OD，



$\because AB=CD=16$，

$\therefore BM=DN=8$，

由垂径定理、勾股定理得：$OM=ON=\sqrt{(10)^2-8^2}=6$，

$\because AB$，CD是互相垂直的两条弦，

$\therefore \angle DPB=90^\circ$，

$OM \perp AB$， $ON \perp CD$，

$\therefore \angle OMP = \angle ONP = 90°$，

$\therefore$ 四边形 $OMPN$ 是正方形，

$\therefore PM = OM = 6$，

$\therefore PB = PM + MB = 6 + 8 = 14$，

故选：D.

8．下列命题中，真命题的是（　）

①若 $\sqrt{(x-2)^2} = 2 - x$,则 $x < 2$

②两直线平行,同旁内角相等

③若一组数据 $2, 4, x, -1$ 极差为 7,则 x 的值是 6 或 -3.

④已知点 $P(m,n)$ 在一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象上,则 $2m + n - 1 = 2$

A．①③　　　　B．②④　　　　C．①②　　　　D．③④

【答案】D

【详解】解：①若 $\sqrt{(x-2)^2} = 2 - x$,则 $x \le 2$，原命题是假命题，故①不符合题意；

②两直线平行，同旁内角互补，原命题是假命题，故②不符合题意；

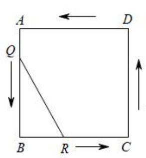
③若一组数据 $2, 4, x, -1$ 极差为 7,则 x 的值是 6 或 -3，原命题是真命题，故③符合题意；

④已知点 $P(m,n)$ 在一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象上,则 $n = -2m + 3$，即 $2m + n - 1 = 2$，原命题是真命题，故④符合题意；

综上分析可知，③④是真命题，故 D 正确.

故选：D.

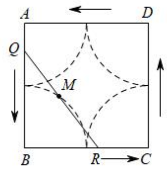
9．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，将长为 2 的线段 QR 的两端放在正方形的相邻的两边上同时滑动．如果点 Q 从点 A 出发，沿图中所示方向按 $A \to B \to C \to D \to A$ 滑动到 A 止，同时点 R 从点 B 出发，沿图中所示方向按 $B \to C \to D \to A \to B$ 滑动到 B 止，在这个过程中，线段 QR 的中点 M 所经过的路线围成的图形的面积记为 S．点 N 是正方形 $ABCD$ 内任一点，把 N 点到四个顶点 A，B，C，D 的距离均不小于 1 的概率记为 P，则 $S =$（　　）



A. $(4-\pi)P$　　B. $4(1-P)$　　C. $4P$　　D. $(\pi-1)P$

【答案】C

【详解】解：如图，



∵点 M 是 QR 的中点，$QR=2$，

∴点 M 到正方形各顶点的距离都为 $\frac{1}{2}QR=1$，

∴点 M 所走的运动轨迹为以正方形各顶点为圆心，以 1 为半径的四个扇形，

∴4 个扇形的面积为 $4\times\frac{90\pi\times1}{360}=\pi$，

∵正方形 $ABCD$ 的面积为 $2\times2=4$，

∴点 M 所经过的路线围成的图形的面积为 $4-\pi$．

∵N 点到四个顶点 A，B，C，D 的距离均不小于 1 的概率记为 P，

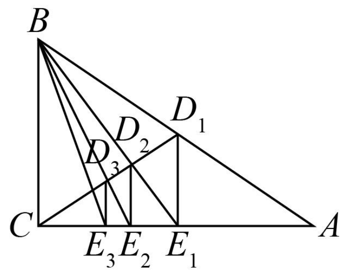
∴ $P=\frac{4-\pi}{4}$，

∴ $4-\pi=4P$，

∴点 M 所经过的路线围成的图形的面积为 $4P$．

故选：C．

10．如图，Rt△ABC 中，$BC=2\sqrt{3}$，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，D_1 是斜边 AB 的中点，过 D_1 作 $D_1E_1\perp AC$ 于 E_1，连接 BE_1 交 CD_1 于 D_2；过 D_2 作 $D_2E_2\perp AC$ 于 E_2，连接 BE_2 交 CD_1 于 D_3；过 D_3 作 $D_3E_3\perp AC$ 于 E_3，…，如此继续，可以依次得到点 E_4、E_5、…、E_{2013}，分别记△BCE_1、△BCE_2、△BCE_3、…、△BCE_{2013} 的面积为 S_1、S_2、S_3、…、S_{2013}．则 S_{2013} 的大小为（　）



A. $\frac{3}{1006}\sqrt{3}$　　B. $\frac{6}{2013}\sqrt{3}$　　C. $\frac{3}{1007}\sqrt{3}$　　D. $\frac{4}{671}$

【答案】C

【详解】∵ Rt$\triangle ABC$ 中，$BC=2\sqrt{3}$，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，

∴$AB=2BC=4\sqrt{3}$，

∴由勾股定理得：$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{48-12}=6$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=6\sqrt{3}$，

∵ $D_1E_1\perp AC$，

∴ $D_1E_1 // BC$，

∴ BD_1E_1 与 CD_1E_1 同底同高，面积相等，

∵ D_1 是斜边 AB 的中点，

∴ $D_1E_1=\frac{1}{2}BC$，$CE_1=\frac{1}{2}AC$，

∴ $S_1=\frac{1}{2}BC\cdot CE_1=\frac{1}{2}BC\times\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，

∴在$\triangle ACB$ 中，D_2 为其重心，

∴ $D_2E_1=\frac{1}{3}BE_1$，

∴ $D_2E_2=\frac{1}{3}BC$，$CE_2=\frac{1}{3}AC$，

$S_2=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AC\cdot BC=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$，

∴ $D_3E_3=\frac{1}{4}BC$，$CE_2=\frac{1}{4}AC$，

$S_3=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$，…，

∴ $S_n=\frac{1}{n+1}S_{\triangle ABC}$；

∴ $S_{2013}=\frac{1}{2013+1}\times 6\sqrt{3}=\frac{3}{1007}\sqrt{3}$．

故选：C．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

11．若 $(m-1)x^{|m|}-1=5$ 是一元一次方程，则 $m=$___________．

【答案】-1

【详解】解：由题意得

$|m|=1$ 且 $m-1\neq 0$，

∴ $m=-1$．

故答案为：-1．

12．在一个暗箱里放有 m 个除颜色外其他完全相同的小球，这 m 个小球中红球只有 4 个，每次将球搅匀后，任意摸出一个球记下颜色再放回暗箱．通过大量重复摸球试验后发现，摸到红球的频率稳定在 25%，那么可以推算 m 大约是_____．

【答案】16

【详解】解：∵摸到红球的频率稳定在 25%，

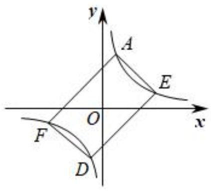
∴摸到红球的概率为 25%，

而 m 个小球中红球只有 4 个，

∴推算 m 大约是 $4\div 25\%=16$．

故答案为：16．

13．如图，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 点 E，F 是该反比例函数图象上的另外两点，且点 A 与点 D，点 E 与点 F 关于原点对称．若已知四边形 $AEDF$ 为矩形，$ED=2AE$，且矩形 $AEDF$ 的面积为 18，则 k 的值为___________．



【答案】$\dfrac{45}{8}$##$5\dfrac{5}{8}$

【详解】解：由题意可知，设 E 点为 (x,y)，$A(y,x)$，$D(-y,-x)$，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$

$\therefore k=xy$，$AE^2=(x-y)^2+(y-x)^2=2(x-y)^2$，即 $AE=\sqrt{2(x-y)^2}$

$\therefore ED^2=(x+y)^2+(x+y)^2$，$ED=\sqrt{2(x+y)^2}$

$S_{AEDF}=AE\ ED=18$，$ED=2AE$

$\therefore 2AE^2=18$，$AE=3$，$ED=6$

$AE\ ED=\sqrt{2(x-y)^2}\ \sqrt{2(x+y)^2}=2\sqrt{(x-y)^2(x+y)^2}=2|x-y||x+y|=2|x^2-y^2|=18\therefore |x^2-y^2|=9$

$AE^2=3^2=9=2(x-y)^2$

$\therefore (x-y)^2=\dfrac{9}{2}$

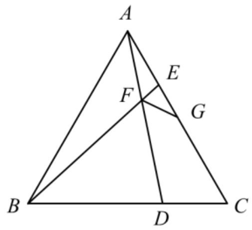
$ED^2=6^2=36=2(x+y)^2$

$\therefore (x+y)^2=18$

$\therefore k=xy=\dfrac{(x+y)^2+(x-y)^2}{4}=\dfrac{\frac{9}{2}+18}{4}=\dfrac{45}{8}$

故答案为$\dfrac{45}{8}$.

14．如图，等边三角形ABC的边长为$2\sqrt{3}$，点D、E分别是边BC、AC的动点，且$AE=CD$，连接AD、BE交于点F，G为AC的中点，连接FG，则线段FG长的最小值为______.



【答案】$\sqrt{7}-2$##$-2+\sqrt{7}$

【详解】解：在等边三角形ABC中，$BC=AC$，$AB=2\sqrt{3}$，

∵$CD=AE$，

∴$BD=CE$，

在$\triangle ABD$和 BCE中，

$\begin{cases}AB=BC\\ \angle ABD=\angle BCE\\ BD=CE\end{cases}$，

∴$\triangle ABD\cong\triangle BCE(\text{SAS})$，

∴$\angle BAD=\angle CBE$，

∵$\angle AFE=\angle ABE+\angle BAD$，$\angle AFE=\angle BFD$，$\angle ABE+\angle CBE=60°$，

∴$\angle BFD=\angle AFE=\angle ABC=60°$，

∴$\angle AFB=120°$，

∴点F的运动轨迹是弧AB，

∴ $\angle AOB = 2\times(180^\circ - 120^\circ) = 120^\circ$，

作△ABF 的外接圆 O，

当 O，F，G 三点共线时，FG 最小，连接 GO，

过点 O 作 $OH\perp AB$，垂足为 H，

∴ $AH = BH = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$，

∵ $OA = OB$，

∴ $\angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$，

∴ $OA = \frac{AH}{\sqrt{3}}\times 2 = 2 = OF$，

∵ $\angle BAC = 60^\circ$，

∴ $\angle OAG = 90^\circ$，

∵点 G 是 AC 中点，

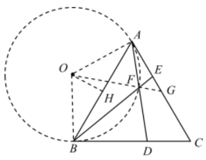
∴ $AG = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$，

∴ $OG = \sqrt{OA^2 + AG^2} = \sqrt{7}$，

∴ $FG = OG - OF = \sqrt{7} - 2$，

即 FG 的最小值为 $\sqrt{7}-2$，

故答案为：$\sqrt{7}-2$.



三、解答题（本大题共 9 小题，满分 90 分）

15.（6 分）先化简，再求值：$\left(1-\frac{2}{x+1}\right)\div\frac{x^2-1}{3x+3}$，其中 $x=2$.

【答案】$\frac{3}{x+1}$，1

【详解】解：$\left(1-\frac{2}{x+1}\right)\div\frac{x^2-1}{3x+3}$

$=\left(\frac{x+1}{x+1}-\frac{2}{x+1}\right)\times\frac{3(x+1)}{(x-1)(x+1)}$

$=\frac{x-1}{x+1}\times\frac{3(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{3}{x+1}$；

当 $x=2$ 时，

$\frac{3}{x+1}=\frac{3}{2+1}=1$.

16.（8 分）一个布袋中有 8 个红球和16个白球，它们除颜色外都相同.

(1)求从袋中摸出一个球是红球的概率；

(2)现从袋中取走若干个白球，并放入相同数量的红球．搅拌均匀后，要使从袋中摸出一个球是红球的概率是$\frac{5}{8}$，问取走了多少个白球？（要求通过列式或列方程解答）

【答案】(1)$\frac{1}{3}$

(2)取走了 7 个白球

【详解】（1）解：布袋中有 8 个红球和 16 个白球，共 24 个，

故从袋中摸出一个球是红球的概率是 $P=\frac{8}{8+16}=\frac{1}{3}$；

（2）解：设取走 x 个白球，

则$\frac{8+x}{24}=\frac{5}{8}$，

解得 $x=7$，

即取走了 7 个白球.

17.（8 分）某商场在去年底以每件120元的进价购进一批同型号的服装，一月份以每件150元的售价销售了320件，二、三月份该服装畅销，销量持续走高，在售价不变的情况下，三月底统计知三月份的销量达到了500件.

(1)求二、三月份服装销售量的平均月增长率；

(2)从四月份起商场因换季清仓采用降价促销的方式，经调查发现，在三月份销量的基础上，该服装售价每降价5元，月销售量增加10件，当每件降价多少元时，四月份可获利10400元？

【答案】(1)25%

(2)每件降价 10 元，四月份可获利 10400 元

【详解】（1）设二、三月份销售量的平均月增长率为 x，根据题意得：

$320(1+x)^2=500$

解得：$x_1=0.25$，$x_2=-2.25$（不合题意，舍去）.

答：二、三月份销售量的平均月增长率为25%.

（2）解：设每件降价 y 元，根据题意得：