广东省广州市南沙区榄核中学2023-2024学年

八年级（下）期中数学试卷

一．选择题（共10小题，满分30分，每小题3分）

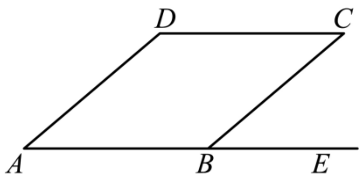
1．若二次根式$\frac{2}{\sqrt{3+x}}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是（　）

A．$x\neq-3$　　B．$x\geq-3$　　C．$x\leq-3$　　D．$x>-3$

2．下列二次根式中属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{14}$　　B．$\sqrt{48}$　　C．$\sqrt{\frac{5}{3}}$　　D．$\sqrt{0.1}$

3．如图，$\square ABCD$中，E是AB延长线上的一点，若$\angle EBC=40°$，则$\angle ADC$的度数为（　）



A．$40°$　　B．$80°$　　C．$100°$　　D．$140°$

4．下列各式计算正确的是（　）

A．$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　B．$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$　　D．$\sqrt{5}\div\sqrt{2}=\sqrt{3}$

5．在$\triangle ABC$中，a，b，c分别是$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边，根据下列条件，可以判定$\triangle ABC$为直角三角形的是（　　）

A．$\angle A=2\angle B=3\angle C$　　B．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

C．$a:b:c=1:2:2$　　D．a：b：c=3:4:$\sqrt{7}$

6．下列命题是真命题的是（　　）

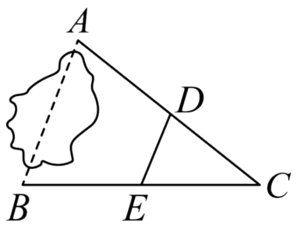
A．一组对边平行，一组对边相等的四边形是平行四边形

B．有一个角是直角的四边形是矩形

C．对角线互相垂直的四边形是菱形

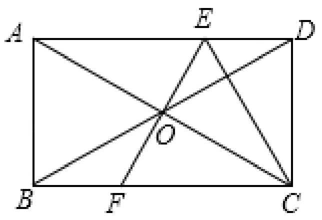
D．对角形互相垂直平分且相等的四边形是正方形

7．如图，平地上A、B两点被池塘隔开，测量员在岸边选一点C，并分别找到AC和BC的中点D、E，测量得$DE=16$米，则A、B两点间的距离为（　　）



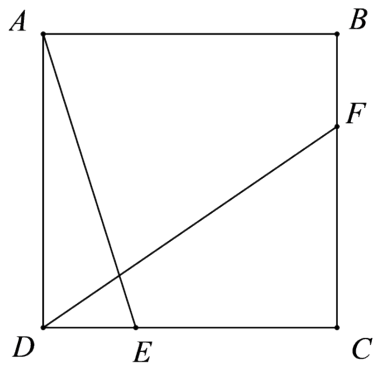
A．30 米　　　B．32 米　　　C．36 米　　　D．48 米

8．如图，矩形 ABCD，两条对角线相交于 O 点，过点 O 作 AC 的垂线 EF，分别交 AD、BC 于 E、F 点，连结 CE，若 OC$=2\sqrt{5}$ cm，CD＝4cm，则 DE 的长为（　）



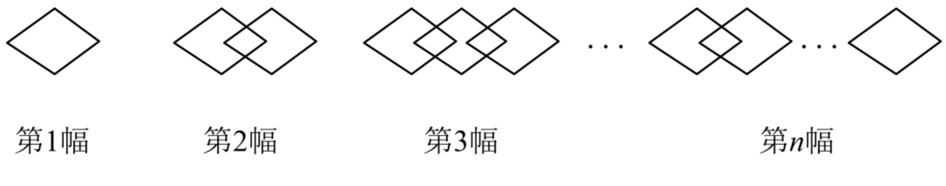
A．$\sqrt{5}$ cm　　　B．5cm　　　C．3cm　　　D．2cm

9．如图，已知正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 CD，BC 上，连接 AE，DF．若 $AB=\sqrt{15}$，$DE=BF$，则 $AE+DF$ 的最小值为（　）



A．$4\sqrt{6}$　　　B．$5\sqrt{3}$　　　C．$4\sqrt{5}$　　　D．$4\sqrt{3}$

10．如图，每一幅图中有若干个大小不同的平行四边形，第 1 幅图中有 1 个平行四边形；第 2 幅图中有 3 个平行四边形；第 3 幅图中有 5 个平行四边形，…，按此规律排列下去，第 n 幅图中有平行四边形(　　)



A．$2n$ 个　　　B．$(2n-1)$ 个　　　C．$2(n+1)$ 个　　　D．$(2n+3)$ 个

二．填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

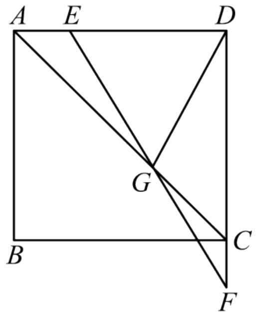
11．化简 $-\sqrt{(-\pi)^2}=$______．

12．在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-3,2)$．若线段 $AB\parallel x$ 轴，且 AB 的长为 3，则点 B 的坐标为_____．

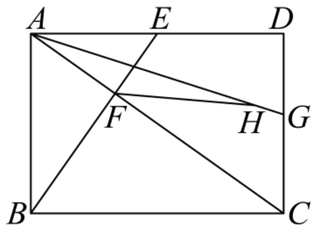
13．一个周长为 16cm 的三角形，由它的三条中位线构成的三角形的周长为_______ cm．

14．已知 $5a^2+9+b^2+2ab=12a$，则 ab 的值为_______．

15．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AD 上的一点，点 F 在边 DC 的延长线上，且 $AE=CF$，连接 EF 交对角线 AC 于点 G．若 $AB=8$，$AE=2$，则线段 DG 的长为_____．



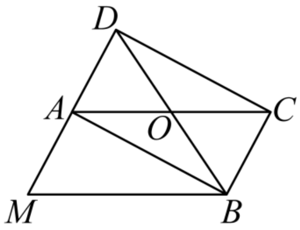
16．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=4\sqrt{2}$，点 E 是 AD 边的中点，连接 AC,BE 交于点 F，$\angle CAD$ 的平分线 AG 交 CD 边于点 G，点 A 关于过点 E 的某条直线的对称点 H 恰好在 AG 上，且点 H 不与点 A 重合，连接 FH，则 FH 的长为_____．



三．解答题（共 9 小题，满分 72 分）

17．计算：$\left(\sqrt{12}-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)\times\sqrt{3}$

18．如图，在▱$AMBC$ 中，O 为 AC 中点，连接 BO 并延长交 MA 的延长线于点 D．连接 CD，AB．若 $BD=BM$，求证：四边形 $ABCD$ 是矩形．

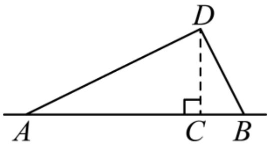


19．已知$x=\sqrt{3}+1$，$y=\sqrt{3}-1$，求下列各式的值：

(1) x^2y+xy^2；

(2) x^2+y^2．

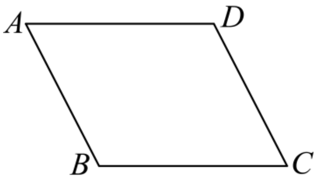
20．如图，一条伸直的橡皮筋AB的两端被固定在水平桌面上，C是AB上的一点，$AB=5cm$，$AC=4cm$，将橡皮筋从C点向上垂直拉升2cm到D点．



(1)求AD的长；

(2)判断$\triangle ABD$的形状，并说明理由．

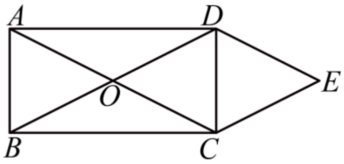
21．如图，在▱$ABCD$中，作$\angle BAD$的平分线交BC于点E，以A为圆心，AB长为半径画弧交AD于F．



(1)请用直尺和圆规完成题中的作图（保留作图痕迹，不写作法）；

(2)连接BF，若$BF=AB=10$，求出线段AE的长度．

22．如图，矩形$ABCD$的对角线相交于点O，$DE//AC$，$CE//BD$．

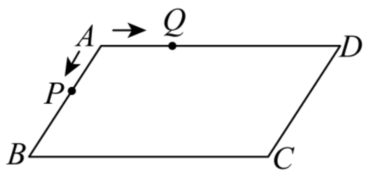


(1)求证：四边形$OCED$是菱形；

(2)若$AD=2CD$，菱形$OCED$面积是15，求AC的长．

23．如图，在▱$ABCD$中，$AB=5\text{cm}$，$BC=9\text{cm}$，动点P从点A出发，以每秒2cm的速度

沿$\square ABCD$的边逆时针匀速运动；动点Q同时从点A出发，以每秒3cm的速度沿$\square ABCD$的边顺时针匀速运动；设点P的运动时间为t秒$\left(0<t<\frac{28}{3}\right)$.

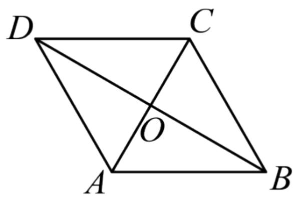


(1)当点P在BC上运动时，$BP=$______cm（用含t的代数式表示）；

(2)当$t=$______秒时，P，Q两点相遇；

(3)是否存在t的值，使得以点A，C，P，Q为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请求出t的值；若不存在，请说明理由.

24．如图，菱形$ABCD$的对角线AC，BD相交于点O，且$\angle ABC=60°$，$AB=6$.



(1)求BD的长；

(2)点E在线段BD上，且$AE\perp AB$，点F为线段BC上一动点.

①当$BF=2$时，求四边形$DEFC$的面积；

②记$2EF+BF$的最小值为a，$OF+AF$的最小值为b，求a^2-b^2的值.

25．综合与实践

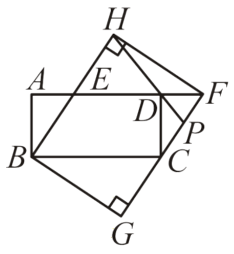
如图，在矩形$ABCD$中，点E是边AD上的一点（点E不与点A，点D重合），连结BE．过点C作$CF\parallel BE$交AD的延长线于点F，过点B作$BG\perp CF$交FC的延长线于点G，过点F作$FH\perp BE$交BE的延长线于点H．点P是线段CF上的一点，且$CP=FP$.

探究发现：（1）点点发现结论：$\triangle BCG\cong\triangle FEH$．请判断点点发现的结论是否正确，并说明理由.

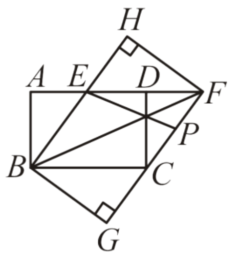
深入探究：（2）老师请学生经过思考，提出新的问题，请你来解答.

①“运河小组”提出问题：如图1，若点P，点D，点H在同一条直线上，$AE=2$，$ED=4$，求FG的长.

②“武林小组”提出问题：如图2，连结EP和BF，若$\angle PEF=\angle EFB$，$AB=4$，$AD=6$，求$\tan\angle HBF$的值.



(图1)



(图2)

1．D

【分析】直接利用二次根式有意义的条件结合分式有意义的条件分析得出答案．

【详解】解：二次根式$\frac{2}{\sqrt{3+x}}$在实数范围内有意义，则$3+x \geqslant 0$且$3+x \neq 0$，

解得：$x>-3$．

故选：D．

【点睛】本题主要考查了二次根式有意义的条件以及分式有意义的条件，解题的关键是正确把握相关有意义的条件．

2．A

【分析】本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式，据此判断即可．

【详解】解：A．$\sqrt{14}$是最简二次根式．故该选项符合题意；

B．$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$，不是最简二次根式．故该选项不符合题意；

C．$\sqrt{\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$，不是最简二次根式．故该选项不符合题意；

D．$\sqrt{0.1}=\sqrt{\frac{1}{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，不是最简二次根式．故该选项不符合题意；

故选：A．

3．D

【分析】此题考查了平行四边形的性质，根据平行四边形的性质得到$AB \parallel CD, AD \parallel BC$，再由平行线的性质即可得到答案．

【详解】解：$\square ABCD$中，$AB \parallel CD, AD \parallel BC$，

$\therefore \angle A=\angle EBC=40°$，

$\therefore \angle ADC=180°-\angle A=140°$，

故选：D

4．C

【分析】根据二次根式加法、乘法、除法的运算法则逐一计算，即可得到答案．

【详解】解：A、$\sqrt{2}$和$\sqrt{5}$不是同类二次根式，不能合并，原计算错误，不符合题意，选项错误；

B、$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times5}=\sqrt{10}$，原计算错误，不符合题意，选项错误；

C、$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$，原计算正确，符合题意，选项正确；

D、$\sqrt{5}\div\sqrt{2}=\sqrt{5\div 2}=\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，原计算错误，不符合题意，选项错误；

故选：C．

【点睛】本题考查了二次根式的运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键．

5．D

【分析】根据勾股定理的逆定理和三角形的内角和定理逐个判断即可．本题考查了勾股定理的逆定理和三角形的内角和定理，能灵活运用知识点进行计算是解此题的关键．

【详解】解：A．$\because \angle A=2\angle B=3\angle C$，

$\therefore \angle B=\frac{1}{2}\angle A$，$\angle C=\frac{1}{3}A$，

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^{\circ}$，

$\therefore \angle A+\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{3}\angle A=180^{\circ}$，

$\therefore$最大角$\angle A=\left(\frac{1080}{11}\right)^{\circ}$，

$\therefore \triangle ABC$不是直角三角形，故本选项不符合题意；

B．$\because \angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$，

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^{\circ}$，

$\therefore$最大角$\angle C=\frac{5}{12}\times 180^{\circ}=75^{\circ}$

$\therefore \triangle ABC$不是直角三角形，故本选项不符合题意；

C．$\because a:b:c=1:2:2$，

$\therefore b=c=2a$

$\therefore a^2+b^2=a^2+(2a)^2=5a^2=\left(\sqrt{5}a\right)^2\neq c^2$，

$\therefore \triangle ABC$不是直角三角形，故本选项不符合题意；

D．设$a=3m$

$\because a$：b：$c=3:4:\sqrt{7}$，

$\therefore b=4m$，$c=\sqrt{7}m$

$\therefore a^2+c^2=(3m)^2+\left(\sqrt{7}m\right)^2=16m^2=(4m)^2=b^2$，

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形，故本选项符合题意

故选：D.

6．D

【分析】根据平行四边形，矩形，菱形和正方形的的判定定理判断即可.

【详解】解：A 选项有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，所以此项错误；

B 选项有一个角是直角的平行四边形是矩形，所以此项错误；

C 选项对角线互相垂直的平行四边形是菱形，所以此项错误；

D 选项对角形互相垂直平分且相等的四边形是正方形，所以此项正确；

故选 D.

【点睛】本题主要考查平行四边形，矩形，菱形以及正方形的判定定理，熟练掌握平行四边形，矩形，菱形以及正方形的判定定理是解决本题的关键.

7．B

【分析】本题考查三角形中位线定理，关键是由三角形中位线定理得到$DE=\frac{1}{2}AB$.

【详解】解：∵D、E 分别是 AC 、BC 中点，

∴DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DE=\frac{1}{2}AB$，

∵$DE=16$ 米，

∴$AB=32$ 米，

∴A、B 两点间的距离为 32 米.

故选：B

8．C

【分析】由矩形的性质得出∠ADC＝90°，OA＝OC，AC＝2OC＝$4\sqrt{5}$，由勾股定理得出 AD $=\sqrt{AC^2-CD^2}=8$，由线段垂直平分线的性质得出 AE＝CE，设 AE＝CE＝x，则 DE＝8﹣x，在 Rt△CDE 中，由勾股定理得出方程，解方程即可.

【详解】解：∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠ADC＝90°，OA＝OC，AC＝2OC＝$4\sqrt{5}$，

∴AD$=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$，

∵EF⊥AC，

∴AE＝CE，

设 AE＝CE＝x，则 DE＝8﹣x，

在 Rt△CDE 中，由勾股定理得：4^2+（8﹣x）^{2}＝x^2，

解得：x＝5，

∴DE＝8﹣5＝3（cm）；

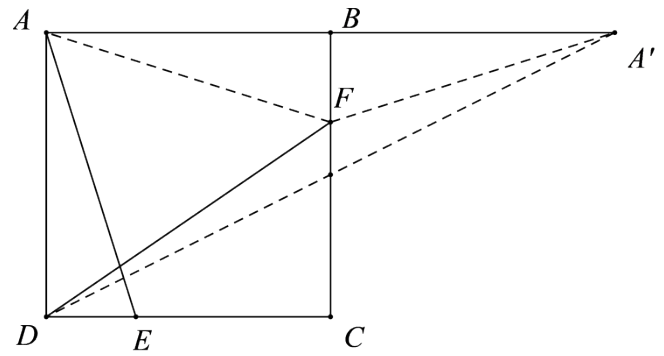
故选：C.

【点睛】本题考查了矩形性质以及勾股定理的应用，解题的关键是熟练掌握矩形的性质以及勾股定理的应用.

9．B

【分析】连接 AF 作 A 关于 BC 的对称点 A'，连接 $A'F$，则 $AF=A'F$，证明 $\triangle ADE \cong \triangle ABE$，可得 $AF=AE$，根据 $AE+DF=AF+DF=A'F+DF\geq A'D$，勾股定理即可求得 $A'D$，即 $AE+DF$ 的最小值.

【详解】如图，连接 AF 作 A 关于 BC 的对称点 A'，则 $AF=A'F$，



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ADE=\angle ABF=\angle BAD=90^\circ, AB=AD$，

$\because DE=BF$，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABE$

$\therefore AF=AE$，

$\because AF=A'F$，

$\therefore AE=A'F$，

$\because AE+DF=AF+DF=A'F+DF\geq A'D$，

$\therefore AE+DF$ 的最小值为 $A'D$ 的长，

$\because AB=\sqrt{15}$，

$\therefore AD=AB=\sqrt{15}$，

$Rt\triangle AA'D$ 中

$AA'=2\sqrt{15}$，

$\therefore A'D=\sqrt{AD^2+AA'^2}=5\sqrt{3}$，

$\therefore AE+DF$ 的最小值为 $5\sqrt{3}$

故选 B

【点睛】本题考查了正方形的性质，线段和最值问题，添加辅助线将 AE 转化为 $A'F$ 是解题的关键.

10．B

【分析】本题考查了图形的规律探究．根据每一个图案比前一个多 2 个平行四边形可得，第 n 幅图中共有 $(2n-1)$ 个平行四边形，由此可计算此题的结果.

【详解】解：第 1 幅图中有 1 个；

第 2 幅图中有 $2\times2-1=3$ (个)

第 3 幅图中有 $2\times3-1=5$ (个)；

…

可以发现，每个图形都比前一个图形多 2 个平行四边形，

所以第 n 幅图有 $(2n-1)$ 个平行四边形.

故选：B.

11．$-\pi$

【分析】本题主要考查了二次根式化简，利用二次根式性质进行化简，即可得出答案.

【详解】解：$-\sqrt{(-\pi)^2}=-\pi$，

故答案为：$-\pi$.

12．$(-6,2)$ 或 $(0,2)$

【分析】根据平行于坐标轴的直线上两点间的距离与其坐标的关系进行分析解答即可.

【详解】解：$\because$ 点 A 的坐标为 $(-3,2)$，且 $AB\parallel x$ 轴，

$\therefore$ 可设点 B 的坐标为 $(x,2)$，

$\because AB=3$，

$\therefore \left|x-(-3)\right|=3$，解得：$x=-6$或$x=0$，

$\therefore$点B的坐标为$\left(-6,2\right)$或$\left(0,2\right)$.

故答案为：$\left(-6,2\right)$或$\left(0,2\right)$.

【点睛】本题主要考查了平行于坐标轴的直线上两点间的距离与其坐标的关系，熟练掌握平行于x轴的直线上的所有点的纵坐标相等；平行于x轴的直线上的两点间的距离等于这两个点的横坐标差的绝对值.

13．8

【分析】根据三角形中位线定理、三角形的周长公式即可得.

【详解】三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边（不与中位线接触），

并且等于第三边的一半，

则三角形的三条中位线构成的三角形的周长等于这个三角形周长的一半，

即$\frac{1}{2}\times 16=8cm$

故答案为：8.

【点睛】本题考查了三角形中位线定理等知识点，解题的关键是熟记三角形中位线定理.

14．$-\frac{9}{4}$

【分析】本题考查的是利用完全平方公式分解因式，偶次方的非负性，二元一次方程组的解法，代数式的值，掌握完全平方公式是解本题的关键.

把原式化为$\left(a+b\right)^2+\left(2a-3\right)^2=0$，再利用非负数的性质可得$\begin{cases}a+b=0\\2a-3=0\end{cases}$，从而可得答案.

【详解】解：$\because 5a^2+9+b^2+2ab=12a$，

$\therefore a^2+2ab+b^2+4a^2-12a+9=0$.

$\therefore \left(a+b\right)^2+\left(2a-3\right)^2=0$.

$\therefore \begin{cases}a+b=0\\2a-3=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=\frac{3}{2}\\b=-\frac{3}{2}\end{cases}$，

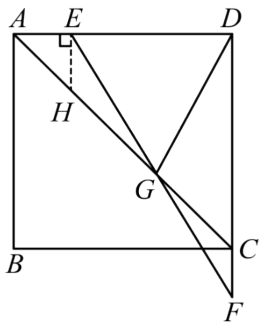
$\therefore ab=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{9}{4}$

故答案为：$-\dfrac{9}{4}$.

15．$\sqrt{34}$

【分析】过点E作$EH \perp AD$于E，先证$\triangle AEH$为等腰直角三角形，得$FH = AE = 2$，则$DE = 6, DF = 8$，由此可求出$EF = 2\sqrt{34}$，再证$\triangle GEH$和$\triangle GHE$全等得$GE = GF$，然后根据直角三角形的性质可得DG的长.

【详解】解：过点E作$EH \perp AD$于E，如下图所示：



∵四边形$ABCD$为正方形，$AB = 8$，

$\therefore AD = CD = AB = 8, \angle ADC = 90°, \angle CAD = 45°$，

$\therefore \triangle AEH$为等腰直角三角形，

$\therefore FH = AE = 2$，

又$\because AE = CF$，

$\therefore EH = CF = 2$，

$\therefore DE = AD - AE = 6, DF = CD + CF = 10$，

在$Rt\triangle DEF$中，由勾股定理得：$EF = \sqrt{DE^2 + DF^2} = 2\sqrt{34}$，

$\because EH \perp AD, \angle ADC = 90°$，

$\therefore EH \parallel CD$，

$\therefore \angle GEH = \angle F, \angle GHE = GCF$，

在$\triangle GEH$和$\triangle GHE$中，

$$\begin{cases} \angle GEH = \angle F \\ EH = CF \\ \angle GHE = GCF \end{cases},$$

$\therefore \triangle GEH \cong \triangle GHE\left(ASA\right)$，

$\therefore GE = GF$，