# 2024-2025学年黑龙江省大庆市高二上学期期中考试数学检测试卷

**说明：**

**1.请将答案填涂在答题卡的指定区域内.**

**2.满分150分，考试时间120分钟.**

**一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）**

1. 抛物线$x^2=20y$的准线方程是（　　）

A. $x=-5$　　B. $x=-10$　　C. $y=-5$　　D. $y=-10$

【正确答案】C

【分析】根据抛物线的准线方程计算即可求解.

【详解】抛物线$x^2=2py(p>0)$的准线方程是$y=-\frac{p}{2}$，

而$2p=20$，所以$p=10$，

所以抛物线$x^2=20y$的准线方程是$y=-5$.

故选.C

2. 若双曲线$x^2-\frac{y^2}{m}=1$的一个焦点为$(-3,0)$，则$m$等于（　　）.

A. $\sqrt{7}$　　B. $-7$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 8

【正确答案】D

【分析】利用$a^2+b^2=c^2$可得答案.

【详解】由题意知，$1+m=3^2$，$\therefore m=8$.

故选：D.

3. 以直线$l:x+(m+2)y-3-m=0$恒过的定点为圆心，半径为$\sqrt{2}$的圆的方程为（　　）

A. $x^2+y^2-2x-2y=2$　　B. $x^2+y^2-2x-2y=1$

C. $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ D. $x^2+y^2-2x-2y=0$

【正确答案】D

【分析】根据直线过定点可得圆心坐标，再结合半径可得圆的方程.

【详解】由 $x+(m+2)y-3-m=0$，得 $x+2y-3+(y-1)m=0$，

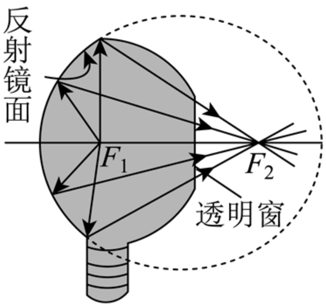
令 $y-1=0$，则 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，

即直线 $l$ 恒过定点 $(1,1)$，

则圆的方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=(\sqrt{2})^2$，即 $x^2+y^2-2x-2y=0$，

故选：D.

4. 如图，一种电影放映灯的反射镜面是旋转椭圆面的一部分．灯丝位于椭圆的一个焦点 $F_1$ 上，卡门位于另一个焦点 $F_2$ 上．已知此椭圆的离心率为 $\frac{5}{9}$，且 $|F_1F_2|=5\text{cm}$，则灯丝发出的光线经反射镜面反射后到达卡门时所经过的路程为（　　）




A. 9cm B. 10cm C. 14cm D. 18cm

【正确答案】A

【分析】由题意，结合椭圆的相关概念，将问题转化为求 $2a$，由已知条件离心率，结合其公式，可得答案.

【详解】设椭圆的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，因为此椭圆的离心率为 $\frac{5}{9}$，且 $|F_1F_2|=5\text{cm}$，

所以$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{9}$，$2c=5$，所以$a=\frac{9}{2}$，

所以根据题意，结合椭圆的定义得灯丝发出的光线经反射镜面反射后到达卡门时所经过的路程为$2a=9\left(\mathrm{cm}\right)$.

故选：A.

5. 已知椭圆$E:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，点$P$为$E$上一点，若$PF_1\perp PF_2$，则$\triangle F_1PF_2$的面积为（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 3　　D. 5

【正确答案】C

【分析】由已知$\left|F_1F_2\right|=2\sqrt{6}$，$\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|=6$，结合$PF_1\perp PF_2$，得$\left|PF_1\right|^2+\left|PF_2\right|^2=\left|F_1F_2\right|^2=24$，进而解得$\left|PF_1\right|\cdot\left|PF_2\right|=6$，再利用三角形的面积公式求解即可.

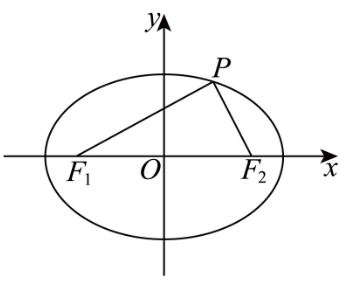
【详解】由椭圆的定义可知，$\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|=6$且$\left|F_1F_2\right|=2\sqrt{6}$，

因为$PF_1\perp PF_2$，所以$\left|PF_1\right|^2+\left|PF_2\right|^2=\left|F_1F_2\right|^2=24$，

又$\left(\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|\right)^2=36$，故$\left|PF_1\right|\cdot\left|PF_2\right|=6$，

所以$S_{\triangle F_1PF_2}=\frac{1}{2}\left|PF_1\right|\cdot\left|PF_2\right|=3$.

故选：C




6. 二面角的棱上有*A*，*B*两点，直线*AC*，*BD*分别在这个二面角的两个半平面内，且都垂直

于 $AB$.已知 $AB=4$，$AC=6$，$BD=8$，$CD=2\sqrt{17}$，则该二面角的大小为（　　）

A. 45°　　　　B. 60°　　　　C. 90°　　　　D. 120°

【正确答案】B

【分析】将向量 $\overrightarrow{CD}$ 转化成 $\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$，然后等式两边同时平方表示出向量 $\overrightarrow{CD}$ 的模，再根据向量的数量积求出向量 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 的夹角，即可得出答案.

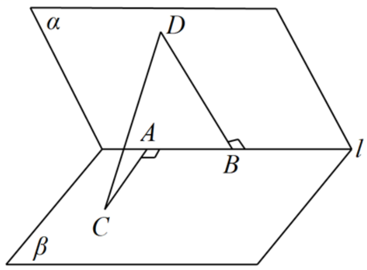
【详解】解：由条件，知 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$.

$\therefore |\overrightarrow{CD}|^2=|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BD}|^2-2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}-2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$

即 $6^2+4^2+8^2-2\times6\times8\cos\left\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right\rangle=\left(2\sqrt{17}\right)^2$，

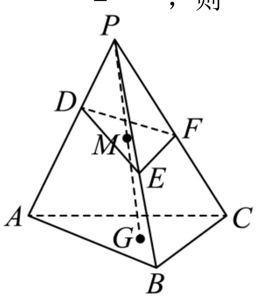
$\therefore \cos\left\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right\rangle=\frac{1}{2}$，即 $\left\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right\rangle=60^\circ$，

所以二面角的大小为 $60^\circ$.




故选：B.

7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心，$\overrightarrow{PD}=\lambda\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PE}=\mu\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PC},\lambda,\mu\in(0,1)$，若 $PG$ 交平面 $DEF$ 于点 $M$，且 $\overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PG}$，则 $\lambda+\mu$ 的最小值为（　　）




A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{2}{3}$　　　　C. 1　　　　D. $\frac{4}{3}$

【正确答案】C

【分析】利用空间向量的四点共面的定理，得出系数的关系，再借助基本不等式求出最小值.

【详解】$\because \overrightarrow{PG}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{PA}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{PA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PC}\right)=$

$\frac{1}{3}\overrightarrow{PA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$，

$\therefore \overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PG}=\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$.

$\because \overrightarrow{PD}=\lambda\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PE}=\mu\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$，

$\therefore \overrightarrow{PM}=\frac{1}{6\lambda}\overrightarrow{PD}+\frac{1}{6\mu}\overrightarrow{PE}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PF}$.

$\because M,D,E,F$ 四点共面，

$\therefore \frac{1}{6\lambda}+\frac{1}{6\mu}+\frac{1}{3}=1$，即 $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=4$.

$\because \lambda+\mu=\frac{1}{4}(\lambda+\mu)\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}\right)=\frac{1}{4}\left(2+\frac{\mu}{\lambda}+\frac{\lambda}{\mu}\right)\ge 1$，当且仅当 $\lambda=\mu=\frac{1}{2}$ 时，等号成立，

$\therefore \lambda+\mu$ 的最小值为 1.

故选：C

8. 已知 $F_1,F_2$ 是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点，*A*，*B* 是椭圆 *C* 上的两点．若 $\overrightarrow{F_1A}=2\overrightarrow{F_2B}$，且 $\angle AF_1F_2=\frac{\pi}{4}$，则椭圆 *C* 的离心率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

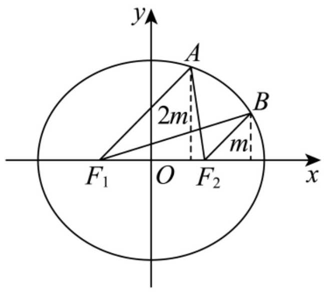
【正确答案】B

【分析】设 $|AF_1|=2\sqrt{2}m$，结合题意可得 $|AF_2|$，根据椭圆定义整理可得 $2\sqrt{2}a-2c=\frac{b^2}{m}$，

根据向量关系可得 $F_1A \parallel F_2B$，且 $|BF_2| = \sqrt{2}m$，同理结合椭圆定义可得 $\sqrt{2}a + c = \dfrac{b^2}{m}$，进而可求离心率.

【详解】由题意可知：$F_1(-c,0), F_2(c,0)$，

设 $|AF_1| = 2\sqrt{2}m, m > 0$，




因为 $\angle AF_1F_2 = \dfrac{\pi}{4}$，则 $A(-c+2m, 2m)$，可得 $|AF_2| = \sqrt{4m^2 + (2c-2m)^2}$，

由椭圆定义可知：$|AF_1| + |AF_2| = 2a$，即 $2\sqrt{2}m + \sqrt{4m^2 + (2c-2m)^2} = 2a$，

整理可得 $2\sqrt{2}a - 2c = \dfrac{b^2}{m}$；

又因为 $\overrightarrow{F_1A} = 2\overrightarrow{F_2B}$，则 $F_1A \parallel F_2B$，且 $|BF_2| = \dfrac{1}{2}|AF_1| = \sqrt{2}m$，

则 $B(c+m, m)$，可得 $|BF_1| = \sqrt{(2c+m)^2 + m^2}$，

由椭圆定义可知：$|BF_1| + |BF_2| = 2a$，即 $\sqrt{(2c+m)^2 + m^2} + \sqrt{2}m = 2a$，

整理可得 $\sqrt{2}a + c = \dfrac{b^2}{m}$；

即 $2\sqrt{2}a - 2c = \sqrt{2}a + c$，可得 $\sqrt{2}a = 3c$，

所以椭圆 $C$ 的离心率 $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

故选：B.

方法点睛：椭圆的离心率(离心率范围)的求法

求椭圆的离心率或离心率的范围，关键是根据已知条件确定 $a$，$b$，$c$ 的等量关系或不等关系，然后把 $b$ 用 $a$，$c$ 代换，求 $e$ 的值.

**二、多项选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.）**

9. 已知抛物线$C: y^2=4x$的焦点为$F$，顶点为$O$，点$M\left(x_0, y_0\right)$在抛物线$C$上，若$|MF|=3$，则（　　）

A. $x_0=2$

B. $y_0=2\sqrt{2}$

C. $|OM|=\sqrt{13}$

D. $S_{\triangle OMF}=\sqrt{2}$

【正确答案】AD

【分析】根据抛物线的定义，结合点$M$在抛物线上，对每个选项逐一求解即可.

【详解】对A：由题意可知$F(1,0)$，由$|MF|=x_0+1=3$，可得$x_0=2$，故 A 正确；

对 B：当$x=2$时，$y^2=8$，解得$y=\pm 2\sqrt{2}$，即$y_0=\pm 2\sqrt{2}$，故 B 错误；

对 C：$|OM|=\sqrt{x_0^2+y_0^2}=\sqrt{4+8}=2\sqrt{3}$，故 C 错误；

对 D：$S_{\triangle OMF}=\frac{1}{2}\times|OF|\times\left|y_0\right|=\frac{1}{2}\times 1\times 2\sqrt{2}=\sqrt{2}$，故 D 正确；

故选：AD.

10. 下列说法错误的是（　　）

A. “$a=-1$”是“直线$a^2x-y+1=0$与直线$x-ay-2=0$互相垂直”的充要条件

B. 直线$x\sin\alpha+y+2=0$的倾斜角$\theta$的取值范围是$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

C. 过$\left(x_1, y_1\right),\left(x_2, y_2\right)$两点的所有直线，其方程均可写为$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

D. 已知$A(2,4), B(1,1)$，若直线$l: kx+y+k-2=0$与线段$AB$有公共点，则$k\in\left[-\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$

【正确答案】ACD

【分析】根据两直线垂直的判断方法依次判断充分性和必要性可知 A 错误；由直线斜率和倾斜角关系可求得 B 正确；根据直线两点式方程无法表示的直线可知 C 错误；求得$l$所过定点

后，由两点连线斜率公式可求得临界状态，结合图象可确定D错误.

【详解】对于A，当$a=-1$时，两直线分别为$x-y+1=0$和$x+y-2=0$，此时两直线垂直，充分性成立；

若两直线垂直，则$a^2=-1\times(-a)$，解得：$a=0$或$a=-1$，必要性不成立；

$\therefore$“$a=-1$”是“直线$a^2x-y+1=0$与直线$x-ay-2=0$互相垂直”的充分不必要条件，A错误；

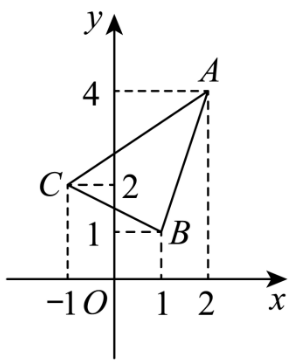
对于B，由直线$x\sin\alpha+y+2=0$得：$y=-\sin\alpha\cdot x-2$，

$\therefore$直线的斜率$k=-\sin\alpha\in[-1,1]$，即$\tan\theta\in[-1,1]$，

又$\theta\in[0,\pi)$，$\therefore\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]\cup\left[\dfrac{3\pi}{4},\pi\right)$，B正确；

对于C，平行于坐标轴的直线，即$x_1=x_2$或$y_1=y_2$时，直线方程不能写为$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$，C错误；

对于D，由$l:kx+y+k-2=0$得：$l:(x+1)k+(y-2)=0$，$\therefore$直线$l$恒过定点$C(-1,2)$；




$\because k_{AC}=\dfrac{4-2}{2+1}=\dfrac{2}{3}$，$k_{BC}=\dfrac{2-1}{-1-1}=-\dfrac{1}{2}$，

结合图象可知：$-k\in[k_{BC},k_{AC}]$，$\therefore k\in\left[-\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{2}\right]$，D错误.

故选：ACD.

11. 已知双曲线$C:x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P$是双曲线$C$的右支上一点，

过点 $P$ 的直线 $l$ 与双曲线 $C$ 的两条渐近线交于 $M$，$N$，则（　　）

A. $PF_1^2-PF_2^2$ 的最小值为 8

B. 若直线 $l$ 经过 $F_2$，且与双曲线 $C$ 交于另一点 $Q$，则 $|PQ|$ 的最小值为 6

C. $|PF_1|\cdot|PF_2|-|OP|^2$ 为定值

D. 若直线 $l$ 与双曲线 $C$ 相切，则点 $M$，$N$ 的纵坐标之积为 $-3$

【正确答案】ACD

【分析】设出点 $P$ 坐标，直接计算可判断 A、C；比较双曲线的通径长和实轴长可判断 B；设出直线 $l$ 的方程后联立渐近线方程，求出点 $M$，$N$ 的坐标，再联立直线 $l$ 与双曲线方程，利用判别式为零可得参数关系，进而计算点 $M$，$N$ 的纵坐标之积可得结果.

【详解】依题意 $a=1$，$b=\sqrt{3}$，$c=2$，$F_1(-2,0)$，$F_2(2,0)$，$|PF_2|-|PF_1|=2a=2$，

设 $P(x_0,y_0)$，则 $x_0\geq 1$，$x_0{}^2-\dfrac{y_0{}^2}{3}=1$，即 $y_0{}^2=3x_0{}^2-3$，

双曲线 $C$ 的两条渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$，

对于 A，$PF_1^2-PF_2^2=(x_0+2)^2+y_0{}^2-[(x_0-2)^2+y_0{}^2]=8x_0\geq 8$，A 正确；

对于 B，若 $Q$ 在双曲线 $C$ 的右支，则通径最短，通径为 $\dfrac{2b^2}{a}=6$，

若 $Q$ 在双曲线 $C$ 的左支，则实轴最短，实轴长为 $2a=2<6$，B 错误；

对于 C，$|PF_1|\cdot|PF_2|-|OP|^2=\sqrt{(x_0+2)^2+y_0{}^2}\cdot\sqrt{(x_0-2)^2+y_0{}^2}-(x_0{}^2+y_0{}^2)$

$=\sqrt{(x_0+2)^2+3x_0{}^2-3}\cdot\sqrt{(x_0-2)^2+3x_0{}^2-3}-(x_0{}^2+3x_0{}^2-3)$

$=(2x_0+1)\cdot(2x_0-1)-(4x_0{}^2-3)=2$ 是定值，C 正确；

对于 D，不妨设 $M(x_1,\sqrt{3}x_1)$，$N(x_2,-\sqrt{3}x_2)$，直线 $l$ 的方程为 $x=my+n$，

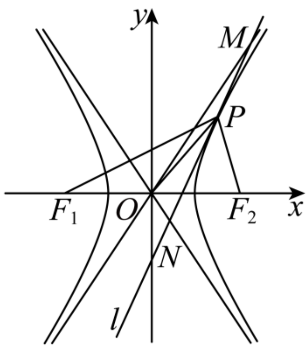
由 $\begin{cases}x=my+n\\x^2-\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 得 $(3m^2-1)y^2+6mny+3n^2-3=0$，

若直线 $l$ 与双曲线 $C$ 相切，则 $\Delta=36m^2n^2-12(3m^2-1)(n^2-1)=0$，

化简整理得 $n^2=1-3m^2$，

则点 M，N 的纵坐标之积 $y_1y_2=-3x_1x_2=-3\cdot\frac{n}{1-\sqrt{3}m}\cdot\frac{n}{1+\sqrt{3}m}=-\frac{3n^2}{1-3m^2}=-3$，D 正确.

故选：ACD.




**三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.）**

12. 过点 $A\left(-1,2\right)$ 作圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的切线，切点为 $B$，则线段 $AB$ 的长为_________.

【正确答案】$\sqrt{3}$

【分析】以勾股定理即可求得线段 $AB$ 的长.

【详解】圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的圆心 $C(1,2)$，半径 $r=1$

则 $|AC|=\sqrt{(-1-1)^2+(2-2)^2}=2$

则 $|AB|=\sqrt{|AC|^2-r^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$

故 $\sqrt{3}$

13. 已知椭圆 $C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，$F$ 是椭圆 $C$ 的右焦点，$P$ 为椭圆 $C$ 上任意一点，$|PF|$ 的最大值为 $3\sqrt{2}$．设点 $A\left(\sqrt{2},1\right)$，则 $|PA|+|PF|$ 的最小值为______.

【正确答案】$4\sqrt{2}-3$##$-3+4\sqrt{2}$

【分析】首先根据题目条件求出 $c$ 和 $a$，然后根据椭圆定义进行转换，求出 $|PA|+|PF|$ 的最

小值.

【详解】设椭圆 $C$ 的半焦距为 $c$，由题意，得 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，$a+c=3\sqrt{2}$，所以 $c=\sqrt{2}$，$a=2\sqrt{2}$.

设椭圆 $C$ 的左焦点为 $F'$，则 $F'\left(-\sqrt{2},0\right)$，

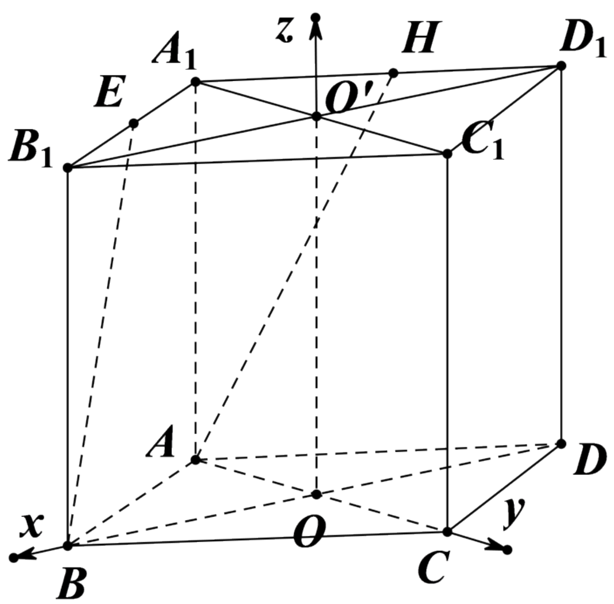
所以 $|PA|+|PF|=|PA|+\left(2a-|PF'|\right)=2a+|PA|-|PF'|\geq 2a-|AF'|=4\sqrt{2}-3$.

故 $4\sqrt{2}-3$.

14. 已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$AA_1=\sqrt{3}$，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形，且 $\angle BAD=120^{\circ}$，点 $E$ 为 $A_1B_1$ 的中点，点 $H$ 是棱 $A_1D_1$ 上的动点.则直线 $AH$ 与直线 $BE$ 所成角的正切值的最小值为__________.

【正确答案】$\frac{\sqrt{3}}{7}$

【分析】利用直四棱柱的特征建立合适的空间直角坐标系，利用空间向量计算线线夹角，结合函数值域的求法计算最值即可.




【详解】

连接上、下底面的对角线，交点分别为 $O',O$，根据题意易知 $BO,OC,OO'$ 两两垂直，

故可建立如上图所示的空间直角坐标系，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/816123052010011021