关于对数与对数运算

一、对数的定义

一般地，如果 $a^x = N(a>0,且a \neq 1)$,那么数x

叫做以a为底N的对数，记作： $x = \log_a N$

其中a叫做对数的底数，N叫做真数.

$$a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$$

二、指数式与对数式的互化

$$\underset{\text{底数}}{a}^{\overset{\text{指数}}{x}} = \overset{\text{幂}}{N} \Leftrightarrow \log_{\underset{\text{底数}}{a}} \overset{\text{真数}}{N} = \overset{\text{对数}}{x}$$

探究一

已知$a>0$,且$a\neq 1, M>0, N>0$

证明：$\log_a M\cdot N=\log_a M+\log_a N$

性质一

若$a>0$,且$a\neq 1, M>0, N>0$

则 $\log_a M\cdot N=\log_a M+\log_a N$

积的对数等于对数的和

同底的对数相加，底不变，真数相乘

$\log_a M\cdot N=\log_a M\cdot\log_a N$

错错错

探究二

已知$a > 0$, 且$a \neq 1, M > 0, N > 0$

证明： $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

性质二

若$a>0$, 且$a\neq 1, M>0, N>0$

则 $$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

商的对数等于对数的差

同底的对数相减，底不变，真数相除

$$\log_a \frac{M}{N} = \frac{\log_a M}{\log_a N}$$

错错错

探究三

已知$a>0$,且$a\neq 1, M>0, N>0$，$n\in R)$

证明： $\log_a M^n = n\log_a M$

性质三

若$a>0$, 且$a\neq 1, M>0, N>0$, $n\in R$

则 $\log_a M^n = n\log_a M$

一个正数的n次方的对数等于这个正数的对数的n倍

$$\log_a M^n = (\log_a M)^n$$

错错错

一、对数的运算性质

如果 a > 0，a ≠ 1，M > 0， N > 0 有：

(1) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

(2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

(3) $\log_a M^n = n\log_a M (n \in R)$

说明：1) 简易语言表达:“积的对数=对数的和”……

2) 有时可逆向运用公式

3)真数的取值必须是$(0,+\infty)$

4)注意 $\log_a(MN) \neq \log_a M \cdot \log_a N$

$\log_a(M \pm N) \neq \log_a M \pm \log_a N$

例1　用 $\log_a x$，$\log_a y$，$\log_a z$ 表示下列各式：

$$(1)\log_a \frac{xy}{z};\qquad (2)\log_a \frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$$

练习：课本P68.1