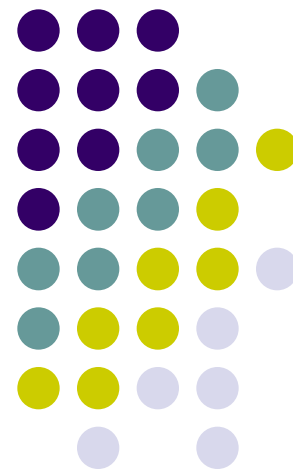


关于对数与对数运算



一、对数的定义



一般地，如果 $a^x = N$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)，那么数 x

叫做以 a 为底 N 的对数，记作： $x = \log_a N$

其中 a 叫做对数的底数， N 叫做真数。

$$a^x = N \iff x = \log_a N$$



二、指数式与对数式的互化

指数式与对数式的互化关系图：

$$a^x = N \hat{=} \log_a N = x$$

图中包含以下标注和箭头：

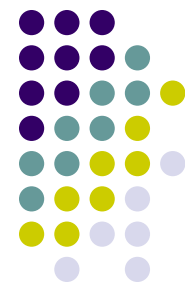
- 蓝色竖排文字“指数”位于 a^x 上方，蓝色箭头指向 x 。
- 蓝色竖排文字“对数”位于 $\log_a N$ 右侧，蓝色箭头指向 x 。
- 红色竖排文字“幂”位于 $N \hat{=}$ 上方，红色箭头指向 N 。
- 红色竖排文字“真数”位于 $\log_a N$ 上方，红色箭头指向 N 。
- 黑色竖排文字“底数”位于 a 左侧，黑色箭头指向 a 。
- 黑色竖排文字“底数”位于 a 右侧，黑色箭头指向 a 。
- 蓝色和黑色箭头共同指示了指数式与对数式在底数 a 和指数/真数 x 上的对应关系。



探究一

已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$

证明: $\log_a M \cdot N = \log_a M + \log_a N$



性质一

若 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$

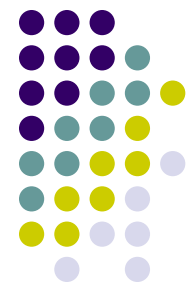
则 $\log_a M \cdot N = \log_a M + \log_a N$

积的对数等于对数的和

同底的对数相加，底不变，真数相乘

$$\log_a M \cdot N = \log_a M \cdot \log_a N$$

錯錯錯



探究二

已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$

证明: $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$



性质二

若 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$

则
$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

商的对数等于对数的差

同底的对数相减，底不变，真数相除

$$\log_a \frac{M}{N} = \frac{\log_a M}{\log_a N}$$

錯錯錯



探究三

已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1, M > 0, N > 0, n \in R$)

证明: $\log_a M^n = n \log_a M$



性质三

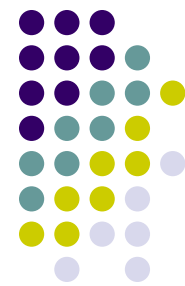
若 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$, $n \in R$

则 $\log_a M^n = n \log_a M$

一个正数的n次方的对数等于这个正数的对数的n倍

$$\log_a M^n = (\log_a M)^n$$

錯錯錯



一、对数的运算性质

如果 $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$ 有:

$$(1) \log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$(3) \log_a M^n = n \log_a M (n \in R)$$

说明: 1) 简易语言表达:“积的对数=对数的和”.....

2) 有时可逆向运用公式

3) 真数的取值必须是 $(0, +\infty)$

4) 注意 $\log_a (MN) \neq \log_a M \cdot \log_a N$

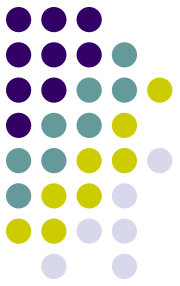
$\log_a (M \pm N) \neq \log_a M \pm \log_a N$



例1 用 $\log_a x$, $\log_a y$, $\log_a z$ 表示下列各式:

$$(1) \log_a \frac{xy}{z};$$

$$(2) \log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$$



练习：课本P68.1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/816203215043010123>