2021年九年级中考一轮复习寒假数学抢分特训系列—

《几何专题之圆的综合》（四）

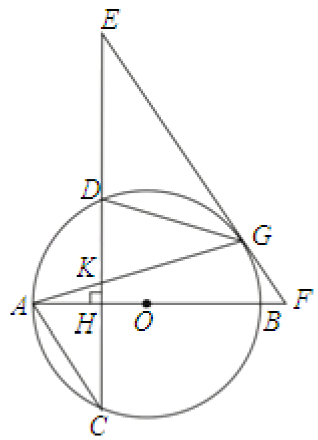
1．如图，AB是⊙O的直径，弦$CD\perp AB$于H，G为⊙O上一点，连接AG交CD于K，在CD的延长线上取一点E，使$EG=EK$，EG的延长线交AB的延长线于F.

（1）求证：EF是⊙O的切线；

（2）连接DG，若$AC\parallel EF$时.

①求证：$\triangle KGD\backsim\triangle KEG$；

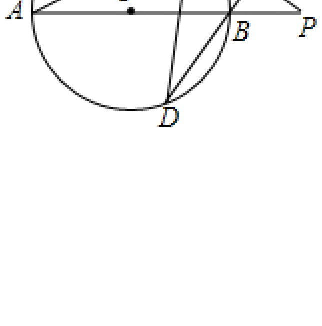
②若$\cos C=\dfrac{4}{5}$，$AK=\sqrt{10}$，求BF的长.



2．如图，P为⊙O直径AB延长线上的一点，PC切⊙O于点C，过点B作CP的垂线BH交⊙O于点D，连结AC，CD.

（1）求证：$\angle PBH=2\angle HDC$；

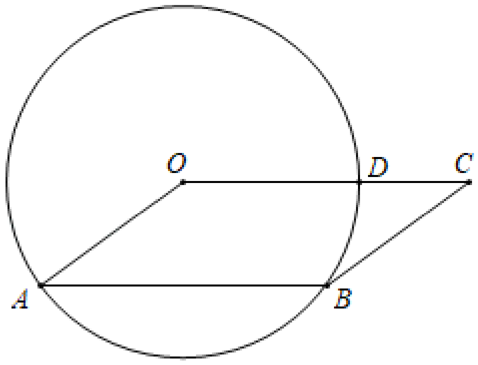
（2）若$\sin\angle P=\dfrac{3}{4}$，$BH=3$，求$BD$的长



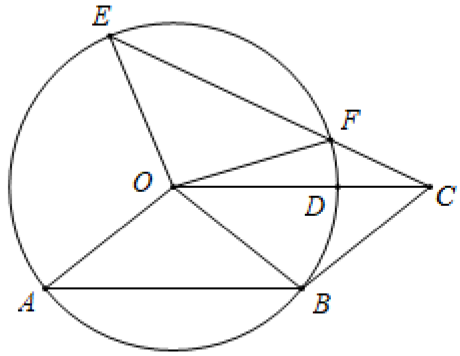
3．如图①，在平行四边形 $OABC$ 中，以 O 为圆心，OA 为半径的圆与 BC 相切于点 B，与 OC 相交于点 D.

（1）求$\angle OAB$的度数；

（2）如图②，点 E 在⊙O上，连接 CE 与⊙O交于点 F，若 $EF=AB$，求$\angle COE$的度数．



图①



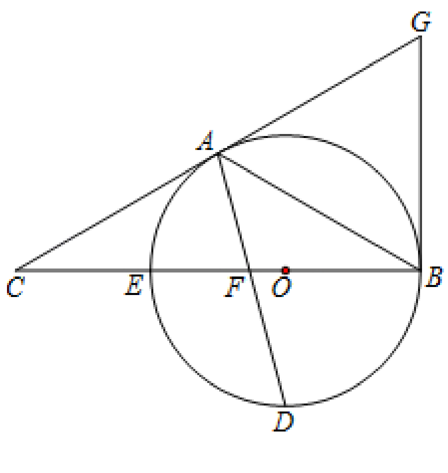
图②

4．如图，以△ABC 的 BC 边上一点 O 为圆心的圆，经过 A、B 两点，且与 BC 边交于点 E，D 为 BE 的下半圆弧的中点，连接 AD 交 BC 于 F，若 $AC=FC$.

（1）求证：AC 是⊙O的切线；

（2）若 $BF=8$，$DF=\sqrt{40}$，求⊙O的半径．

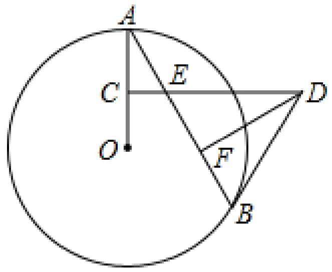
（3）过点 B 作⊙O的切线交 CA 的延长线于 G，如果连接 AE，将线段 AC 以直线 AE 为对称轴作对称线段 AH，点 H 正好落在⊙O上，连接 BH，求证：四边形 $AHBG$ 为菱形．



5．如图，AB是⊙O的一条弦，点C是半径OA的中点，过点C作OA的垂线交AB于点E，且与BE的垂直平分线交于点D，连接BD．

（1）求证：BD是⊙O的切线；

（2）若⊙O的半径为$2\sqrt{3}$，$CE=1$，试求BD的长．



6．点C，D是半圆弧上的两个动点，在运动的过程中保持$\angle COD=80°$．

（1）如图1，OM平分$\angle AOC$，ON平分$\angle BOD$，求$\angle MON$的度数；

（2）如图2，若$\angle AOC=x°$，OM平分$\angle AOD$，ON平分$\angle BOC$，求$\angle MON$的度数．

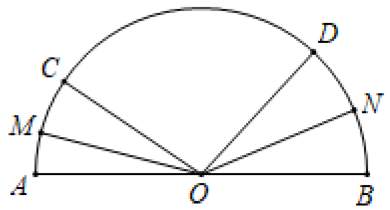


图1

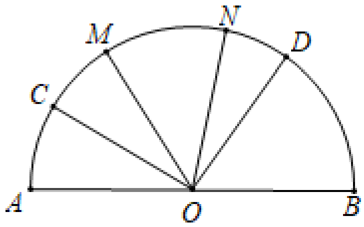
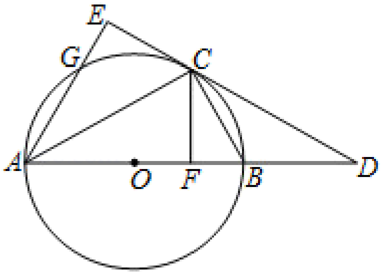


图2

7．已知⊙O是△ABC的外接圆，AB是⊙O的直径，D是AB延长线上的一点，$AE\perp CD$交DC的延长线于E，交⊙O于G，$CF\perp AB$于F，点C是弧BG的中点．

（1）求证：DE是⊙O的切线；

（2）若AF，BF（$AF>BF$）是一元二次方程$x^2-8x+12=0$的两根，求CE和AG的长．

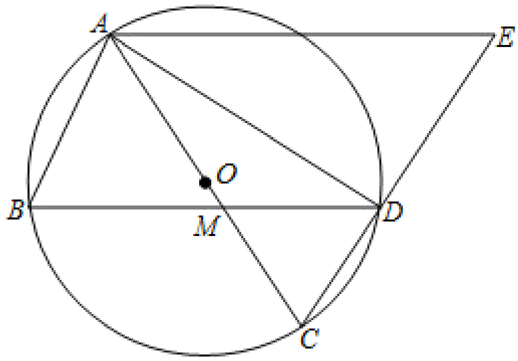


8．如图，△ABD内接于半径为5的⊙O，连结AO并延长交BD于点M，交⊙O于点C，过点A作AE∥BD，交CD的延长线于点E，AB＝AM.

（1）求证：△ABM∽△ECA.

（2）当CM＝4OM时，求BM的长；

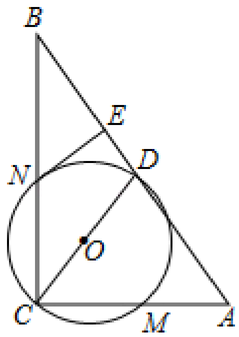
（3）当CM＝k•OM时，设△ADE的面积为S_1，△MCD的面积为S_2，求$\frac{S_1}{S_2}$的值．（用含k的代数式表示）．



39．如图，在Rt△ABC中，∠ACB＝90°，CD是斜边AB上的中线，以CD为直径的⊙O分别交AC、BC于点M、N，过点N作NE⊥AB，垂足为E.

（1）求证：NE与⊙O相切；

（2）若⊙O的半径为$\frac{5}{2}$，AC＝6，则BN的长为_______.

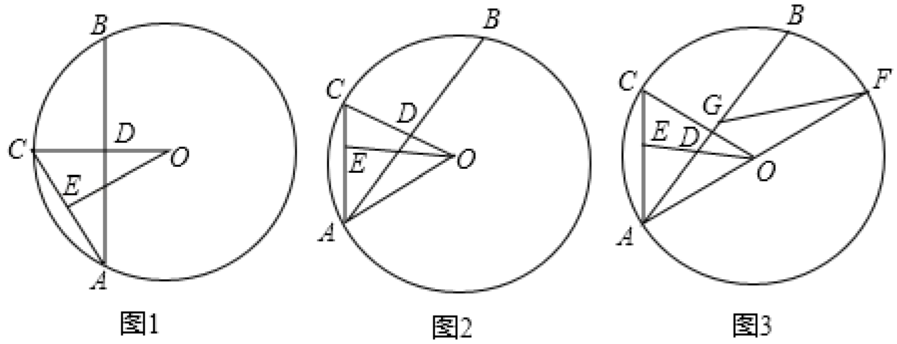


10．已知：AB、AC是⊙O中的两条弦，连接OC交AB于点D，点E在AC上，连接OE，$\angle AEO=\angle BDO$．

（1）如图1，若$\angle CAD=\angle COE$，求证：$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$；

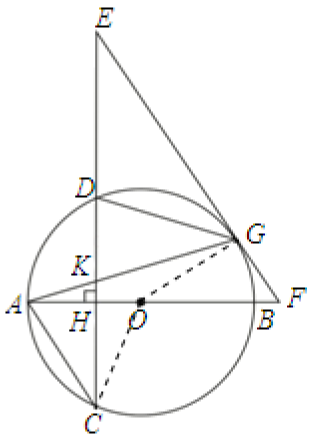
（2）如图2，连接OA，若$\angle OAB=\angle COE$，求证：$AE=CD$；

（3）如图3，在第（2）问的条件下，延长AO交⊙O于点F，点G在AB上，连接GF，若$\angle ADC=2\angle BGF$，$AE=5$，$DG=1$，求线段BG的长．



参考答案

1．解：（1）如图，连接 OG.



∵$EG=EK$,

∴$\angle KGE=\angle GKE=\angle AKH$,

又 $OA=OG$,

∴$\angle OGA=\angle OAG$,

∵$CD\perp AB$,

∴$\angle AKH+\angle OAG=90°$，

∴$\angle KGE+\angle OGA=90°$，

∴EF 是⊙O 的切线.

（2）①∵$AC\parallel EF$,

∴$\angle E=\angle C$,

又$\angle C=\angle AGD$,

∴$\angle E=\angle AGD$,

又$\angle DKG=\angle GKE$,

∴$\triangle KGD\backsim\triangle KEG$;

②连接 OG,

∵ $\cos C=\frac{4}{5}$，$AK=\sqrt{10}$,

设 $\cos C=\frac{4}{5}=\frac{CH}{AC}=k$,

∴$CH=4k$，$AC=5k$，则 $AH=3k$

∵$KE=GE$，$AC\parallel EF$，

∴$CK=AC=5k$，

∴$HK=CK-CH=k$.

在Rt△AHK中，根据勾股定理得$AH^2+HK^2=AK^2$，即$(3k)^2+k^2=(\sqrt{10})^2$，

解得$k=1$，

∴$CH=4$，$AC=5$，则$AH=3$，

设⊙O半径为R，在Rt△OCH中，$OC=R$，$OH=R-3k$，$CH=4k$，

由勾股定理得：$OH^2+CH^2=OC^2$，即$(R-3)^2+4^2=R^2$，

∴$R=\frac{25}{6}$，

在Rt△OGF中，$\cos C=\cos\angle GOF=\frac{4}{5}=\frac{OG}{OF}$，

∴$OF=\frac{125}{24}$，

∴$BF=OF-OB=\frac{125}{24}-\frac{25}{6}=\frac{25}{24}$.

2．解：（1）如图，连接OC，

∵PC切⊙O于点C，

∴$OC\perp PC$，

∵过点B作CP的垂线BH交⊙O于点D，

∴$DH\parallel OC$，

∴$\angle PBH=\angle BOC$，

∵$\angle BOC=2\angle HDC$，

∴$\angle PBH=2\angle HDC$；

（2）如图，作$OM\perp DH$于H，设⊙O的半径为r，

∵$\angle OCH=\angle OMH=\angle CHM=90°$，

∴四边形$OMHC$为矩形，

∵$\sin\angle P=\frac{3}{4}$，$BH=3$，

∴$\frac{BH}{BP}=\frac{3}{4}$，

∴$BP=4$，

∵$OC\parallel DH$，

$\therefore \triangle PHB \backsim \triangle PCO$,

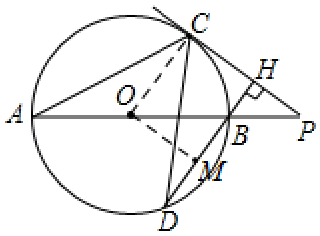
$\therefore \frac{BH}{OC}=\frac{PB}{PO}$,

$\therefore \frac{3}{r}=\frac{4}{4+r}$，解得 $r=12$，

$\therefore MH=OC=12$，

$\therefore MB=MH-BH=12-3=9$，

$\therefore BD=2MB=18$．



3．解：（1）如图①，连接 OB，

$\because BC$ 是圆的切线，$\therefore OB\perp BC$，

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，

$\therefore OA\parallel BC$，$\therefore OB\perp OA$，

$\therefore \triangle AOB$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle OAB=45^\circ$；

（2）如图②，过点 O 作 $OH\perp EC$ 于点 H，设 $EH=t$，

$\because OH\perp EC$，

$\therefore EF=2HE=2t$，

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，

$\therefore AB=CO=EF=2t$，

$\because \triangle AOB$ 是等腰直角三角形，

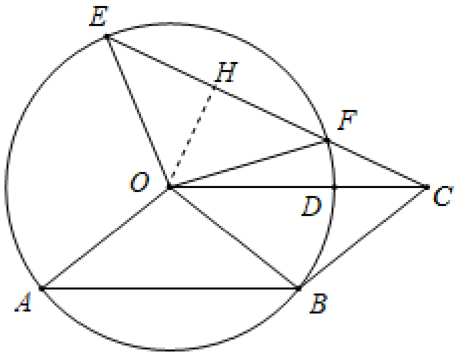
$\therefore OA=\sqrt{2}t$，

则 $HO=\sqrt{OE^2-EH^2}=\sqrt{2t^2-t^2}=t$，

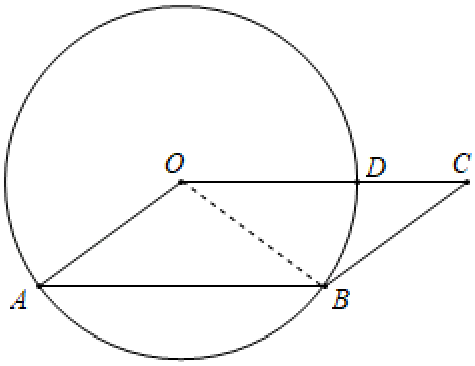
$\because OC=2OH$，

$\therefore \angle OCE=30^\circ$，

$\therefore \angle COE=180^\circ-45^\circ-30^\circ=105^\circ$．



图②



图①

4．（1）证明：如图 1，连接 OA，OD，

则 $\angle OAF=\angle D$，

∵ D 为 BE 的下半圆弧的中点，

∴ $\overset{\frown}{ED}=\overset{\frown}{BD}$，

∴ $\angle EOD=\angle BOD=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$，

∴ $\angle OFD+\angle D=90^\circ$，

∵ $CA=CF$，

∴ $\angle CAF=\angle CFA=\angle OFD$，

∴ $\angle CAF+\angle\angle OAF=90^\circ$，

即 $\angle CAO=90^\circ$，

∴ $OA\perp CA$，

∴ AC 是⊙O 的切线；

（2）如图 1，设半径为 r，

则 $OF=BF-OB=8-r$，

∵在 Rt△OFD 中，$OF^2+OD^2=DF^2$，

∴（$8-r$）$^2+r^2=$（$\sqrt{40}$）^{2}，

解得，$r_1=6$，$r_2=2$（舍去），

∴⊙O 的半径为 6；

（3）如图 2，连接 EH，

由对称性可知 $AC=AH$，$\angle CAE=\angle HAE$，

又∵$AE=AE$，

∴△CAE≌△HAE（SAS），

∴$\angle C=\angle EHA$，

∵$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{AE}$，

∴$\angle EHA=\angle ABE$，

∴$\angle C=\angle ABE$，

∵$OA=OB$，

∴$\angle OAB=\angle OBA$，

∵BE 为⊙O 的直径，

∴$\angle EAB=90°$，

∴$\angle OAB+\angle OAE=90°$，

又∵$\angle CAE+\angle OAE=90°$，

∴$\angle CAE=\angle OAB$，

∴$\angle C=\angle OBA=\angle OAB=\angle CAE$，

∴$AC=AB$，

∴△CAE≌△BAO（ASA），

∴$AE=AO=OE$，

∴△AEO 是等边三角形，

∴$\angle AEO=60°$，

∴$\angle ABE=90°-\angle AEO=30°$，$\angle AHB=\angle AEO=60°$，

∴$\angle ABG=90°-\angle ABE=60°$，

∵$CA=AH$，$CA=AB$，

∴$AH=AB$，