河南省郑州市中牟县第一高级中学2024-2025学年高二上学期11月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$上一点$P$到该双曲线的一个焦点的距离为$7$，则点$P$到另一个焦点的距离是（　）

A．13　　B．15　　C．1，13　　D．1，15

2．若向量$\vec{a}=(1,\lambda,1),\vec{b}=(2,-1,-2)$且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角余弦为$\frac{\sqrt{2}}{6}$，则$\lambda$等于（　）

A．2　　B．$\sqrt{2}$　　C．$-\sqrt{2}$或$\sqrt{2}$　　D．$-\sqrt{2}$

3．已知平面α的一个法向量$\vec{n}=(3,-1,\sqrt{6}),P(0,-x,3)$是平面$\alpha$内一点，$Q(x^2,3x,3)$是平面$\alpha$外一点，则“$x=2$”是“点$Q$到平面$\alpha$的距离为1”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

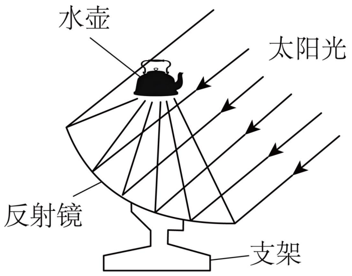
4．已知F为抛物线$C:y^2=8x$的焦点，点M在C上，且$|MF|=6$，则点M到y轴的距离为（　）

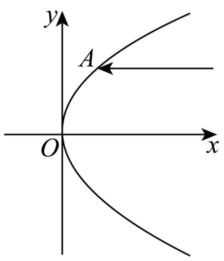
A．6　　B．5　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

5．已知以坐标轴为对称轴，原点为对称中心，其中一条渐近线为$y=\sqrt{3}x$，则此双曲线的离心率为（　）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．2　　C．2或$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D．2或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6．抛物线绕它的对称轴旋转所得到的曲面叫抛物面，用于加热水和水壶食物的太阳灶应用了抛物线的光学性质：一束平行于抛物线对称轴的光线，经过抛物面的反射后，集中于它的焦点.已知一束平行于x轴的入射光线的一束光线与抛物线$y^2=2px$的交点为$A(4,4)$，则反射光线所在直线被抛物线截得的弦长为（　）





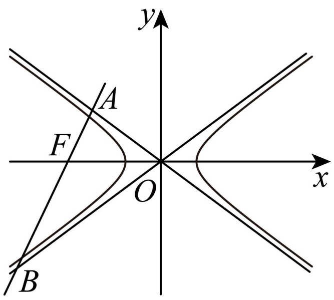
A．$\dfrac{27}{4}$　　B．$\dfrac{21}{4}$　　C．$\dfrac{25}{4}$　　D．$\dfrac{29}{4}$

7．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$，从$C$上任意一点$P$向$y$轴作垂线段$PP'$，$P'$为垂足，则线段$PP'$的中点$M$的轨迹方程为（　　）

A．$\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{4}=1\left(x\neq 0\right)$　　B．$\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{8}=1\left(x\neq 0\right)$

C．$x^2+y^2=4\left(x\neq 0\right)$　　D．$x^2+y^2=8\left(x\neq 0\right)$

8．如图，已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F$，过点$F$的直线$l$垂直于双曲线$C$的一条渐近线，并分别交两条渐近线于$A,B$两点(其中点$A$为垂足)，且点$A,B$分别在第二、三象限内.若$\dfrac{|AF|}{|FB|}=\dfrac{3}{7}$，则双曲线$C$的渐近线方程为（　　）



A．$y=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}x$　　B．$y=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{5}x$

C．$y=\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x$　　D．$y=\pm\dfrac{2\sqrt{10}}{5}x$

二、多选题

9．已知方程$C:\left(m-2\right)x^2+\left(5-m\right)y^2=1$，则（　　）

A．当$2<m<5$时，方程C表示椭圆

B．当$m>5$时，方程C表示焦点在x轴上的双曲线

C．存在m，使得方程C表示两条直线

D．存在m，使得方程C表示抛物线

10．下列给出的命题中正确的有（　　）

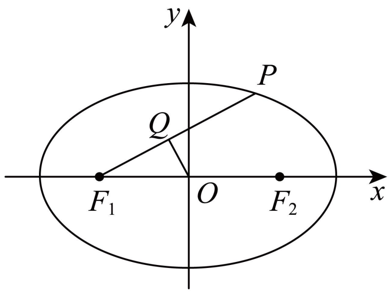
A．若直线$l_1:2mx-y+1=0$与$l_2:(m-1)x+my+2=0$互相垂直，则实数$m=0$或$m=\frac{3}{2}$

B．直线l经过点$(1,4)$，且点$A(-2,2),B(4,-2)$到直线l的距离相等，则直线l的方程为$2x+3y-14=0$

C．若圆$(x-3)^2+(y+5)^2=r^2$上有且只有两个点到直线$4x-3y=2$的距离为1，则$4<r<6$；

D．若直线$y=x+b$与圆$x^2+y^2=16$交于A、B两点，且$\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|$（其中$O$为坐标原点），则实数$b=\pm4$

11．如图所示．已知椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1$、$F_2$为左右焦点，下列命题正确的是（　　）



A．P为椭圆上一点，线段PF_1中点为Q，则$\frac{|PF_1|+2|OQ|}{a}$为定值

B．直线$y=kx$与椭圆交于R，S两点，A是椭圆上异与R，S的点，且k_{AR}、k_{AS}均存在，则$k_{AR}\cdot k_{AS}=1-e^2$

C．若椭圆上存在一点M使$\angle F_1MF_2=\frac{2\pi}{3}$，则椭圆离心率的取值范围是$\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$

D．四边形 A_1BCD为椭圆内接矩形，则其面积最大值为$2ab$

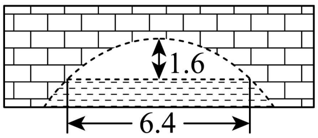
三、填空题

12．已知圆$C:x^2+y^2-4x+3=0$与双曲线$D:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的渐近线有公共点，则双曲线$D$的离心率的取值范围为____________.

13．已知点P是抛物线$C:y^2=8x$上任意一点，则点P到直线$2x-y+2=0$与到直线$x=-2$的

距离之和的最小值是________.

14．如图，赵州桥是一座位于河北省石家庄市赵县城南洨河之上的石拱桥，因赵县古称赵州而得名．赵州桥始建于隋代，是世界上现存年代最久远、跨度最大、保存最完整的单孔石拱桥．小明家附近的一座桥是仿赵州桥建造的抛物线形拱桥．这座桥的拱顶离水面1.6m时，水面宽6.4m，当水面的宽度为8m时，水面下降了______m．



四、解答题

15．求适合下列条件的曲线的标准方程．

(1)经过点$\left(\frac{15}{4},3\right)$，且一条渐近线方程为$4x+3y=0$的双曲线；

(2)两个焦点坐标分别为$(-2,0)$，$(2,0)$，并且经过点$\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right)$的椭圆；

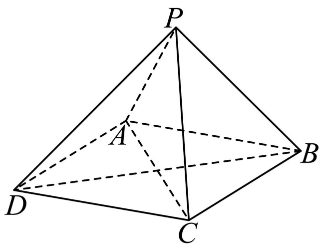
(3)已知抛物线C：$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，且抛物线上一点$A(3,m)$到焦点的距离为5，求抛物线的方程．

16.在平面直角坐标系xOy中，已知圆M的圆心在直线$y=-2x$上，且圆M与直线$x-y-5=0$相切于点$P(2,-3)$.

(1)求圆M的方程；

(2)过坐标原点O的直线l被圆M截得的弦长为$\sqrt{6}$，求直线l的方程.

17.如图，在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$为菱形，$\angle ADC=60^\circ$，$PA\perp PC$，$PD=AD=2$.



(1)证明：$BD\perp$平面PAC；

(2)已知平面PAC与平面DPC的夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{13}}{13}$，求PA.

18．已知动点$M(x,y)$到直线$x=-3$的距离比它到定点$(2,0)$的距离多1

(1)求Γ的方程；

(2)若过点$D\left(4,4\right)$的直线l与Γ相交于A，B两点，且$OA\perp OB$，求直线l的方程.

19．已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右顶点为$A\left(-2,0\right)$，$B\left(2,0\right)$，焦距为$2\sqrt{3}$.$O$为坐标原点，过点$O$、$B$的圆$G$交直线$x=1$于$M$、$N$两点，直线$AM$、$AN$分别交椭圆$E$于$P$、$Q$.

(1)求椭圆E的方程；

(2)记直线AM，AN的斜率分别为k_1、k_2，求$k_1\cdot k_2$的值；

(3)证明：直线PQ过定点，并求该定点坐标.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	A	C	D	C	C	B	BC	ACD
题号	11									
答案	ACD									

1．A

【分析】根据双曲线定义直接可得解.

【详解】由已知双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$，可知$a=3$，$2a=6$，$c=\sqrt{9+16}=5$

设双曲线的两焦点分别为F_1，F_2，

不妨设$|PF_1|=7$，

则$||PF_1|-|PF_2||=|7-|PF_2||=2a=6$，

解得$|PF_2|=1$或$|PF_2|=13$，

又双曲线上的点到焦点的距离$|PF_2|\geq c-a=5-3=2$，

所以$|PF_2|=13$，

故选：A.

2．D

【分析】由向量夹角的余弦公式列出方程，求出$\lambda=-\sqrt{2}$.

【详解】$\cos\vec{a},\vec{b}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{(1,\lambda,1)\cdot(2,-1,-2)}{\sqrt{1+\lambda^2+1}\cdot\sqrt{4+1+4}}=\frac{-\lambda}{3\sqrt{\lambda^2+2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$，显然$\lambda<0$，

则$\frac{-\lambda}{3\sqrt{\lambda^2+2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$，两边平方后化简得$2\lambda^2=\lambda^2+2$，解得$\lambda=-\sqrt{2}$，正值舍去.

故选：D

3．A

【分析】依题意先求得$\overline{PQ}$，再利用点到平面的距离公式即可得解.

【详解】$\overrightarrow{PQ}=(x^2,4x,0)$，若点$Q$到平面$\alpha$的距离为1，

则$\frac{|\vec{n}\cdot\overline{PQ}|}{|\vec{n}|}=\frac{|3x^2-4x|}{4}=1$，解得$x=2$或$x=-\frac{2}{3}$，

故“$x=2$”是“点Q到平面α的距离为1”的充分不必要条件.

故选:A.

4．C

【分析】根据抛物线的定义求解.

【详解】由题意及抛物线定义，点M到C的准线$x=-2$的距离为6，

所以点M到y轴的距离为$6-2=4$.

故选：C.

5．D

【分析】分焦点在x轴上和y轴上讨论求解即可.

【详解】当焦点在x轴上时，可得$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，则$e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1+3}=2$；

当焦点在y轴上时，可得$\frac{a}{b}=\sqrt{3}$，则$e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

综上，双曲线的离心率为2或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：D.

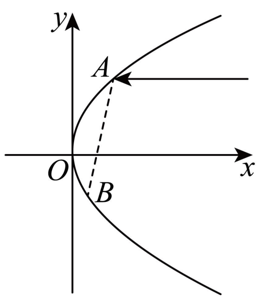
6．C

【分析】由题意可求得抛物线方程，再根据光线的反射性质求出反射光线的方程，即可求出反射光线与抛物线的交点坐标，再利用两点间的距离公式即可求得结果.

【详解】因为点$A(4,4)$在抛物线上，所以$16=8p$，解得$p=2$，

所以抛物线的方程为$y^2=4x$，则焦点为$F(1,0)$，

又因为反射光线经过点$A(4,4)$及焦点$F(1,0)$，$k_{AB}=k_{AF}=\frac{4-0}{4-1}=\frac{4}{3}$，



所以反射光线AB的方程为$y=\frac{4}{3}(x-1)$，

联立抛物线方程得$\begin{cases} y^2=4x \\ y=\frac{4}{3}(x-1) \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$或$\begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=-1 \end{cases}$，

所以反射光线AB与抛物线的交点为$B(\frac{1}{4},-1)$，

由两点间距离公式可得$|AB|=\sqrt{(4-\frac{1}{4})^2+(4+1)^2}=\frac{25}{4}$，

所以反射光线所在直线被抛物线截得的弦长为$\frac{25}{4}$.

故选：C.

7．C

【分析】由代入法即可求解.

【详解】设点$M(x,y)$，根据中点的坐标公式可得$P(2x,y)$，代入椭圆方程$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$得

$x^2+y^2=4$，其中$x\neq 0$.

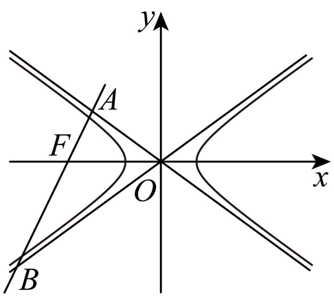
故选：C

8．B

【分析】先根据点到直线距离公式求得$|FA|=b$，再由$\frac{|AF|}{|FB|}=\frac{3}{7}$用$b$表示出$|FB|$.根据双曲线的渐近线方程及正切二倍角公式，即可求得a与b的等量关系式，进而求得双曲线的渐近线方程.

【详解】双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$），右焦点$F(c,0)$，渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$.

将渐近线方程化为一般式为$bx\pm ay=0$，$c^2=a^2+b^2$，



由点到直线距离公式可知$|FA|=\frac{|bc|}{\sqrt{b^2+a^2}}=b$，所以$|OA|=a$，

根据题意$\frac{|AF|}{|FB|}=\frac{3}{7}$，则$|BF|=\frac{7b}{3}$，

设$\angle AOF=\alpha$，由双曲线对称性可知$\angle AOB=2\alpha$，

而 $\tan\alpha=\frac{b}{a}$， $\tan 2\alpha=\frac{|AB|}{|OA|}=\frac{\frac{10b}{3}}{a}=\frac{10b}{3a}$，

由正切二倍角公式可知 $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2ab}{a^2-b^2}$，

即 $\frac{10b}{3a}=\frac{2ab}{a^2-b^2}$，化简可得 $2a^2=5b^2$，即 $\frac{2}{5}=\frac{b^2}{a^2}$，

所以双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{10}}{5}x$，

故选：B.

9．BC

【分析】根据椭圆、双曲线和抛物线的标准方程，结合选项依次验证即可.

【详解】当 $m\neq 2$ 且 $m\neq 5$ 时，方程 C 为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m-2}}+\frac{y^2}{\frac{1}{5-m}}=1$，

若 $\frac{1}{m-2}=\frac{1}{5-m}$，即 $m=\frac{7}{2}$，此时方程 C 表示圆；

若 $\frac{1}{m-2}\neq\frac{1}{5-m}$，即 $m\neq\frac{7}{2}$，

当 $2<m<5$ 且 $m\neq\frac{7}{2}$ 时， $\frac{1}{m-2}>0,\frac{1}{5-m}>0$， $\frac{1}{m-2}\neq\frac{1}{5-m}$，方程 C 表椭圆，故 A 错误；

当 $m>5$ 时， $\frac{1}{m-2}>0,\frac{1}{5-m}<0$，方程 C 表示焦点在 x 轴的双曲线，故 B 正确；

当 $m=2$ 时，方程 C 为 $y^2=\frac{1}{3}$，表示两条直线；

当 $m=5$ 时，方程 C 为 $x^2=\frac{1}{3}$，表示两条直线；故 C 正确；

方程 C 不可能表示抛物线，故 D 错误.

故选：BC

10．ACD

【分析】利用垂直的充要条件求出 m 判断 A；求出直线 l 过线段 AB 的中点的方程判断 B；求出圆心到直线距离列式求解判断 C；由向量等式可得 $OA\perp OB$，求出圆心到直线距离求解判断 D.

【详解】对于 A，由 $l_1\perp l_2$，得 $2m(m-1)-m=0$，解得 $m=0$ 或 $m=\frac{3}{2}$，A 正确；

对于 B，符合条件的直线 l 可以过线段 AB 的中点 $(1,0)$，方程为 $x=1$，B 错误；

对于 C，圆 $(x-3)^2+(y+5)^2=r^2$ 的圆心为 $(3,-5)$，点 $(3,-5)$ 到直线 $4x-3y=2$ 距离