

2022-2023 学年安徽蚌埠铁路中学高三下学期 (线上) 适应性测试数学试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答; 第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后, 考生须将试卷和答题卡放在桌面上, 待监考员收回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $(x^2 + a)\left(\frac{1}{x} - 1\right)^5$ 的展开式中的常数项为 -12, 则实数 a 的值为 ()

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

2. 设 $P = \{y | y = -x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{y | y = 2^x, x \in \mathbb{R}\}$, 则

- A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$
C. $C_R P \subseteq Q$ D. $Q \subseteq C_R P$

3. 设 $a = \log_2 3$, $b = \log_4 6$, $c = 5^{-0.1}$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

4. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 S_n . 若 $S_{10} = 40$, $a_6 = 5$, 则 ()

- A. $d = 3$ B. $a_{10} = 12$ C. $S_{20} = 280$ D. $a_1 = -4$

5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + y \leq 2, \\ x + 1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 的取值范围为 ()

- A. $[\frac{2}{5}, \frac{4}{3}]$ B. $[\frac{2}{5}, 3]$ C. $[\frac{4}{3}, 2]$ D. $[\frac{2}{5}, 2]$

6. 中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”。“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，数学. 某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有 () 种.

- A. 408 B. 120 C. 156 D. 240

7. 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x - 2y + 1 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = -3x + y$ 的最大值为 ()

- A. 3 B. 2 C. $-\frac{3}{2}$ D. -2

8. 已知函数 $f(x) = A \cos(2x + \varphi)$ ($\varphi > 0$) 的图像向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后, 得到的图像关于 y 轴对称, $f(0) = 1$, 当 φ 取得最小值时, 函数 $f(x)$ 的解析式为 ()

- A. $f(x) = \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ B. $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$
 C. $f(x) = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ D. $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$

9. 已知点 F_1 是抛物线 $C: x^2 = 2py$ 的焦点, 点 F_2 为抛物线 C 的对称轴与其准线的交点, 过 F_2 作抛物线 C 的切线, 切点为 A , 若点 A 恰好在以 F_1, F_2 为焦点的双曲线上, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}+1$

10. 斜率为 1 的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 则 $|AB|$ 的最大值为 ()

- A. 2 B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2+9} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, 直线 $l_1: mx + y + 3m = 0$ 与直线 $l_2: x - my - 3 = 0$ 相交于点 P , 且 P 点在椭圆内恒成立, 则椭圆 C 的离心率取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ C. $(0, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

12. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + 3 \cos \omega x$ ($\omega > 0$), 对任意的 x_1, x_2 , 当 $f(x_1)f(x_2) = -12$ 时, $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{2}$, 则下列判断正确的是 ()

- A. $f(\frac{\pi}{6}) = 1$ B. 函数 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ 上递增
 C. 函数 $f(x)$ 的一条对称轴是 $x = \frac{7\pi}{6}$ D. 函数 $f(x)$ 的一个对称中心是 $(\frac{\pi}{3}, 0)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $(\sqrt{x} + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中, 各项系数之和为 64, 则展开式中的常数项为_____.

14. 在四面体 $ABCD$ 中, $AB = CD = \sqrt{41}, AC = BD = \sqrt{34}, AD = BC = 5, E, F$ 分别是 AD, BC 的中点. 则下述结论:

①四面体 $ABCD$ 的体积为 20;

②异面直线 AC, BD 所成角的正弦值为 $\frac{24}{25}$;

③四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 50π ;

④若用一个与直线 EF 垂直, 且与四面体的每个面都相交的平面 α 去截该四面体, 由此得到一个多边形截面, 则该多边形截面面积最大值为 6.

其中正确的有_____. (填写所有正确结论的编号)

15. 函数 $f(x) = \sin^3 x + 3\cos^2 x$ $\left(x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]\right)$ 的值域为_____.

16. 我国著名的数学家秦九韶在《数书九章》提出了“三斜求积术”. 他把三角形的三条边分别称为小斜、中斜和大斜. 三斜求积术就是用小斜平方加上大斜平方, 送到中斜平方, 取相减后余数的一半, 自乘而得一个数, 小斜平方乘以大斜平方, 送到上面得到的那个数, 相减后余数被 4 除, 所得的数作为“实”, 1 作为“隅”, 开平方后即得面积. 所谓“实”、“隅”指的是在方程 $px^2 = q$ 中, p 为“隅”, q 为“实”. 即若 $\triangle ABC$ 的大斜、中斜、小斜分别为 a, b, c , 则

$$S^2 = \frac{1}{4} \left[a^2 c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} \right)^2 \right].$$

已知点 D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上一点, $AC = 3, BC = 2, \angle ACD = 45^\circ$,

$$\tan \angle BCD = \frac{8 + \sqrt{15}}{7},$$

则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 定点 $A(1, 0)$, P 为平面内一动点, 以线段 AP 为直径的圆内切于圆 O , 设动点 P 的轨迹为曲线 C

(1) 求曲线 C 的方程

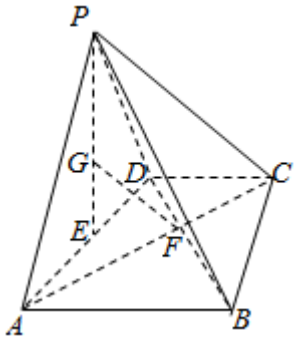
(2) 过点 $Q(2, \sqrt{3})$ 的直线 l 与 C 交于 E, F 两点, 已知点 $D(2, 0)$, 直线 $x = x_0$ 分别与直线 DE, DF 交于 S, T 两点, 线段 ST 的中点 M 是否在定直线上, 若存在, 求出该直线方程; 若不是, 说明理由.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x-2| - |x+1|$.

(I) 解不等式 $f(x) > 1$;

(II) 当 $x > 0$ 时, 若函数 $g(x) = \frac{ax^2 - x + 1}{x}$ ($a > 0$) 的最小值恒大于 $f(x)$, 求实数 a 的取值范围.

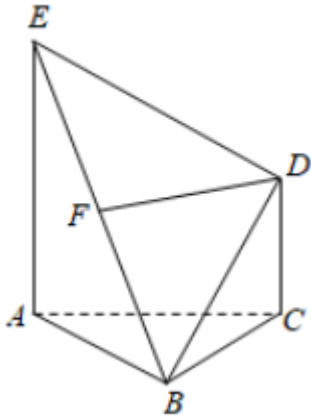
19. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为梯形. $AB \parallel CD, AD = 2DC = 2\sqrt{3}$, 且 $\triangle PAD$ 与 $\triangle ABD$ 均为正三角形. E 为 AD 的中点, G 为 $\triangle PAD$ 重心, AC 与 BD 相交于点 F .



(1) 求证: $GF \parallel$ 平面 PDC ;

(2) 求三棱锥 $G-PCD$ 的体积.

20. (12分) 已知多面体 $ABCDE$ 中, AE 、 CD 均垂直于平面 ABC , $\angle ABC = 120^\circ$, $AE = 2CD$, $AB = BC = CD$, F 是 BE 的中点.



(1) 求证: $DF \parallel$ 平面 ABC ;

(2) 求直线 BD 与平面 ABE 所成角的正弦值.

21. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $2\sin^2(B+C) - 3\cos A = 0$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $B = \frac{\pi}{4}$, $a = 2\sqrt{3}$, 求边长 c .

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系. 曲线 C_1 的极坐标方程为:

$\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta + 4 = 0$, 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = t + a, \\ y = a - t, \end{cases}$ 其中 $t \in \mathbf{R}$, t 为参数, a 为常数.

(1) 写出 C_1 与 C_2 的直角坐标方程;

(2) a 在什么范围内取值时, C_1 与 C_2 有交点.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

先研究 $\left(\frac{1}{x}-1\right)^5$ 的展开式的通项，再分 (x^2+a) 中，取 x^2 和 a 两种情况求解。

【详解】

因为 $\left(\frac{1}{x}-1\right)^5$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = (-1)^r C_5^r x^{r-5}$ ，

所以 $(x^2+a)\left(\frac{1}{x}-1\right)^5$ 的展开式中的常数项为： $x^2(-1)^3 C_5^3 x^{-2} + a C_5^0 (-1) = -10 - a = -12$ ，

解得 $a = 2$ ，

故选：C。

【点睛】

本题主要考查二项式定理的通项公式，还考查了运算求解的能力，属于基础题。

2、C

【解析】

解：因为 $P = \{y|y = -x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\} = \{y|y \leq 1\}$ ， $Q = \{y|y = 2^x, x \in \mathbb{R}\} = \{y|y > 0\}$ ，因此选 C

3、A

【解析】

先利用换底公式将对数都化为以 2 为底，利用对数函数单调性可比较 a, b ，再由中间值 1 可得三者的大小关系。

【详解】

$a = \log_2 3 \in (1, 2)$ ， $b = \log_4 6 = \log_2 \sqrt{6} \in (1, \log_2 3)$ ， $c = 5^{-0.1} \in (0, 1)$ ，因此 $a > b > c$ ，故选：A。

【点睛】

本题主要考查了利用对数函数和指数函数的单调性比较大小，属于基础题。

4、C

【解析】

由 $S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = 5(a_5 + a_6) = 40$ ，和 $a_6 = 5$ ，可求得 $a_5 = 3$ ，从而求得 d 和 a_1 ，再验证选项.

【详解】

因为 $S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = 5(a_5 + a_6) = 40$ ， $a_6 = 5$ ，

所以解得 $a_5 = 3$ ，

所以 $d = a_6 - a_5 = 2$ ，

所以 $a_{10} = a_6 + 4d = 5 + 8 = 13$ ， $a_1 = a_5 - 4d = 3 - 8 = -5$ ， $S_{20} = 20a_1 + 190d = -100 + 380 = 280$ ，

故选：C.

【点睛】

本题考查等差数列的通项公式、前 n 项和公式，还考查运算求解能力，属于中档题.

5、D

【解析】

由题意作出可行域，转化目标函数 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 为连接点 $D(-3, -2)$ 和可行域内的点 (x, y) 的直线斜率的倒数，数形结合

即可得解.

【详解】

由题意作出可行域，如图，

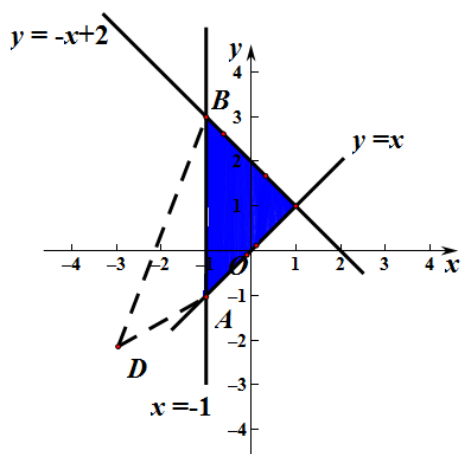
目标函数 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 可表示连接点 $D(-3, -2)$ 和可行域内的点 (x, y) 的直线斜率的倒数，

由图可知，直线 DA 的斜率最小，直线 DB 的斜率最大，

由 $\begin{cases} x-y=0 \\ x+1=0 \end{cases}$ 可得 $A(-1, -1)$ ，由 $\begin{cases} x+y=2 \\ x+1=0 \end{cases}$ 可得 $B(-1, 3)$ ，

所以 $k_{DA} = \frac{-1+2}{-1+3} = \frac{1}{2}$ ， $k_{DB} = \frac{3+2}{-1+3} = \frac{5}{2}$ ，所以 $\frac{2}{5} \leq z \leq 2$ 。

故选：D.



【点睛】

本题考查了非线性规划的应用，属于基础题.

6、A

【解析】

利用间接法求解，首先对 6 门课程全排列，减去“乐”排在第一节的情况，再减去“射”和“御”两门课程相邻的情况，最后还需加上“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻的情况；

【详解】

解：根据题意，首先不做任何考虑直接全排列则有 $A_6^6 = 720$ （种），

当“乐”排在第一节有 $A_5^5 = 120$ （种），

当“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2 A_5^5 = 240$ （种），

当“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2 A_4^4 = 48$ （种），

则满足“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻的排法有 $720 - 120 - 240 + 48 = 408$ （种），

故选：A.

【点睛】

本题考查排列、组合的应用，注意“乐”的排列对“射”和“御”两门课程相邻的影响，属于中档题.

7、A

【解析】

画出不等式组所表示的平面区域，结合图形确定目标函数的最优解，代入即可求解，得到答案.

【详解】

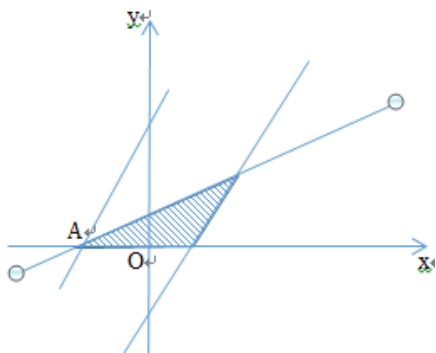
画出不等式组
$$\begin{cases} x - 2y + 1 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 所表示平面区域，如图所示，

由目标函数 $z = -3x + y$ ，化为直线 $y = 3x + z$ ，当直线 $y = 3x + z$ 过点 A 时，

此时直线 $y = 3x + z$ 在 y 轴上的截距最大，目标函数取得最大值，

$$\text{又由 } \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } A(-1, 0),$$

所以目标函数的最大值为 $z = -3 \times (-1) + 0 = 3$ ，故选 A.



【点睛】

本题主要考查简单线性规划求解目标函数的最值问题. 其中解答中正确画出不等式组表示的可行域, 利用“一画、二移、三求”, 确定目标函数的最优解是解答的关键, 着重考查了数形结合思想, 及推理与计算能力, 属于基础题.

8、A

【解析】

先求出平移后的函数解析式, 结合图像的对称性和 $f(0) = 1$ 得到 A 和 φ .

【详解】

因为 $f(x) = A \cos \left[2 \left(x - \frac{\pi}{8} \right) + \varphi \right] = A \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} + \varphi \right)$ 关于 y 轴对称, 所以 $-\frac{\pi}{4} + \varphi = k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4} + k\pi$,

φ 的最小值是 $\frac{\pi}{4}$. $f(0) = A \cos \frac{\pi}{4} = 1$, 则 $A = \sqrt{2}$, 所以 $f(x) = \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图像变换及性质. 平移图像时需注意 x 的系数和平移量之间的关系.

9、D

【解析】

根据抛物线的性质, 设出直线方程, 代入抛物线方程, 求得 k 的值, 设出双曲线方程, 求得 $2a = |AF_2| - |AF_1| = (\sqrt{2} - 1)p$, 利用双曲线的离心率公式求得 e.

【详解】

直线 F_2A 的直线方程为: $y=kx-\frac{p}{2}$, $F_1(0, \frac{p}{2})$, $F_2(0, -\frac{p}{2})$,

代入抛物线 $C: x^2=2py$ 方程, 整理得: $x^2-2pkx+p^2=0$,

$\therefore \Delta=4k^2p^2-4p^2=0$, 解得: $k=\pm 1$,

$\therefore A(p, \frac{p}{2})$, 设双曲线方程为: $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$,

$|AF_1|=p$, $|AF_2|=\sqrt{p^2+p^2}=\sqrt{2}p$,

$2a=|AF_2|-|AF_1|=(\sqrt{2}-1)p$,

$2c=p$,

\therefore 离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$,

故选: D.

【点睛】

本题考查抛物线及双曲线的方程及简单性质, 考查转化思想, 考查计算能力, 属于中档题.

10、C

【解析】

设出直线的方程, 代入椭圆方程中消去 y , 根据判别式大于 0 求得 t 的范围, 进而利用弦长公式求得 $|AB|$ 的表达式, 利用 t 的范围求得 $|AB|$ 的最大值.

【详解】

解: 设直线 l 的方程为 $y=x+t$, 代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$, 消去 y 得 $\frac{5}{4}x^2+2tx+t^2-1=0$,

由题意得 $\Delta=(2t)^2-1(t^2-1)>0$, 即 $t^2<1$.

弦长 $|AB|=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{5-t^2}}{5}\leq\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

故选: C.

【点睛】

本题主要考查了椭圆的应用, 直线与椭圆的关系. 常需要把直线与椭圆方程联立, 利用韦达定理, 判别式找到解决问题的突破口.

11、A

【解析】

先求得椭圆焦点坐标, 判断出直线 l_1, l_2 过椭圆的焦点. 然后判断出 $l_1 \perp l_2$, 判断出 P 点的轨迹方程, 根据 P

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/818050013043006061>