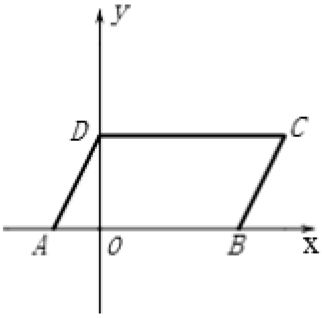
一、解答题

1．如图，在平面直角坐标系中，$A(-1,0)$，$B(3,0)$，$C(0,2)$，CD//x轴，CD=AB．



(1)求点D的坐标：

(2)四边形OCDB的面积$S_{四边形OCDB}$；

(3)在y轴上是否存在点P，使$S_{\triangle PAB}=S_{四边形OCDB}$；若存在，求出点P的坐标，若不存在，请说明理由．

2．如图1，点A在直线MN上，点B在直线ST上，点C在MN，ST之间，且满足$\angle MAC+\angle ACB+\angle SBC=360^\circ$．

（1）证明：$MN//ST$；

（2）如图2，若$\angle ACB=60^\circ$，$AD//CB$，点E在线段BC上，连接AE，且$\angle DAE=2\angle CBT$，试判断$\angle CAE$与$\angle CAN$的数量关系，并说明理由；

（3）如图3，若$\angle ACB=\dfrac{180^\circ}{n}$（$n$为大于等于2的整数），点$E$在线段$BC$上，连接$AE$，若$\angle MAE=n\angle CBT$，则$\angle CAE:\angle CAN=$______．

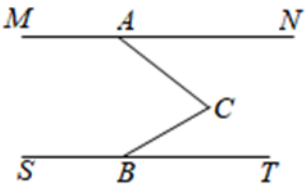


图1

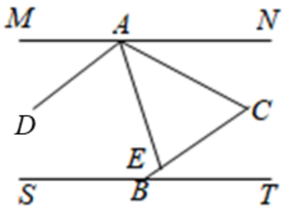


图2

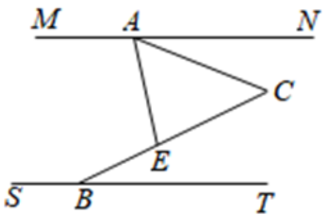


图3

3．综合与探究

（问题情境）

王老师组织同学们开展了探究三角之间数量关系的数学活动

（1）如图1，$EF//MN$，点A、B分别为直线EF、MN上的一点，点P为平行线间一点，请直接写出$\angle PAF$、$\angle PBN$和$\angle APB$之间的数量关系；

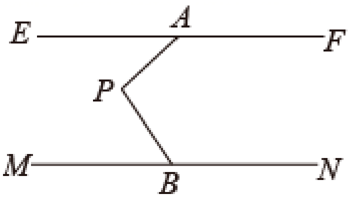


图1

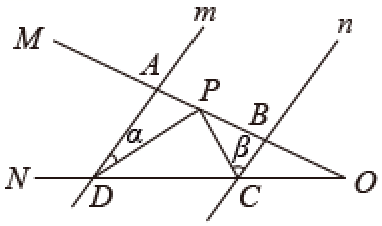
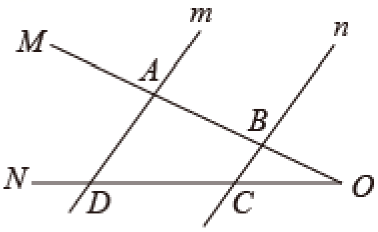
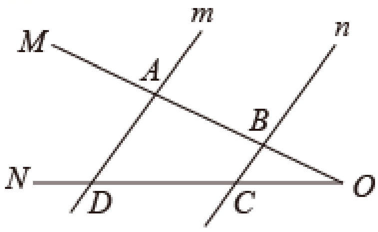


图2



备用图



备用图

（问题迁移）

（2）如图2，射线OM与射线ON交于点O，直线$m//n$，直线m分别交OM、ON于点A、D，直线n分别交OM、ON于点B、C，点P在射线OM上运动，

①当点P在A、B（不与A、B重合）两点之间运动时，设$\angle ADP=\angle\alpha$，$\angle BCP=\angle\beta$．则$\angle CPD$，$\angle\alpha$，$\angle\beta$之间有何数量关系？请说明理由．

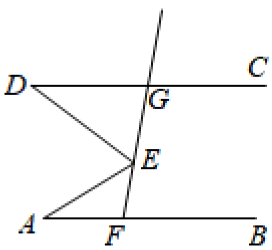
②若点P不在线段AB上运动时（点P与点A、B、O三点都不重合），请你画出满足条件的所有图形并直接写出$\angle CPD$，$\angle\alpha$，$\angle\beta$之间的数量关系．

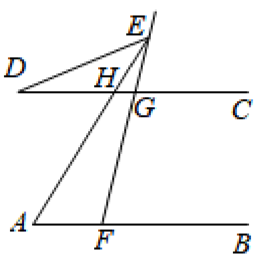
4．已知，$AB\parallel CD$，点E为射线FG上一点．

（1）如图1，若$\angle EAF=25°$，$\angle EDG=45°$，则$\angle AED=$_____．

（2）如图2，当点E在FG延长线上时，此时CD与AE交于点H，则$\angle AED$、$\angle EAF$、$\angle EDG$之间满足怎样的关系，请说明你的结论；

（3）如图3，当点E在FG延长线上时，DP平分$\angle EDC$，$\angle AED=32°$，$\angle P=30°$，求$\angle EKD$的度数．





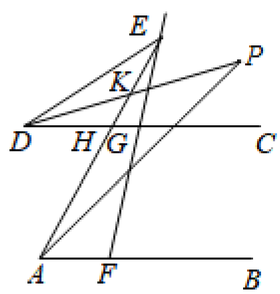


图1　　图2　　图3

5．如图，直线$AB\parallel$直线CD，线段$EF\parallel CD$，连接BF、CF．

（1）求证：$\angle ABF+\angle DCF=\angle BFC$；

（2）连接BE、CE、BC，若BE平分$\angle ABC$，$BE\perp CE$，求证：CE平分$\angle BCD$；

（3）在（2）的条件下，G为EF上一点，连接BG，若$\angle BFC=\angle BCF$，$\angle FBG=2\angle ECF$，$\angle CBG=70°$，求$\angle FBE$的度数．

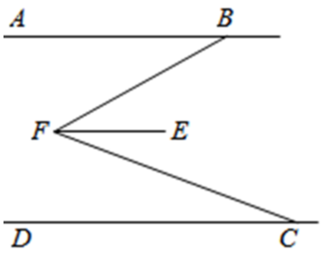


图1

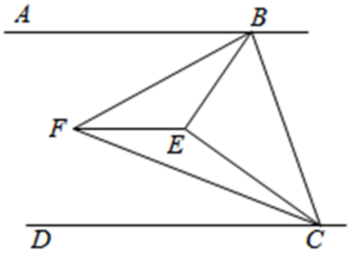


图2

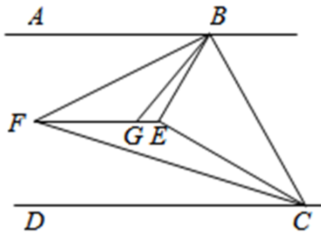


图3

6．如图1，已知直线m∥n，AB 是一个平面镜，光线从直线m上的点O射出，在平面镜AB上经点P反射后，到达直线n上的点Q．我们称OP为入射光线，PQ为反射光线，镜面反射有如下性质：入射光线与平面镜的夹角等于反射光线与平面镜的夹角，即$\angle OPA=\angle QPB$．

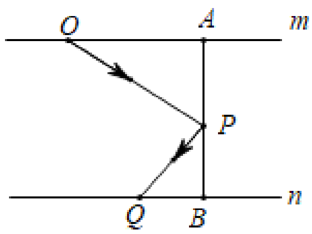


图1

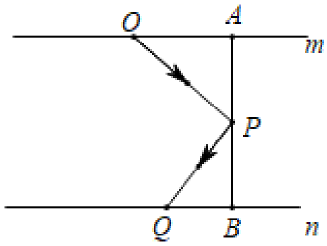


图2

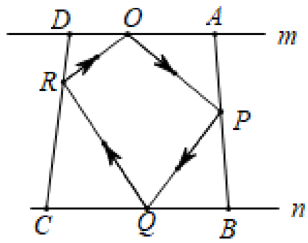


图3

（1）如图1，若$\angle OPQ=82°$，求$\angle OPA$的度数；

（2）如图2，若$\angle AOP=43°$，$\angle BQP=49°$，求$\angle OPA$的度数；

（3）如图3，再放置3块平面镜，其中两块平面镜在直线m和n上，另一块在两直线之间，四块平面镜构成四边形$ABCD$，光线从点O以适当的角度射出后，其传播路径为$O\to P\to Q\to R\to O\to P\to \ldots$试判断$\angle OPQ$和$\angle ORQ$的数量关系，并说明理由．

7．我们知道，任意一个正整数x都可以进行这样的分解：$x=m\times n$（m，n是正整数，且$m\le n$），在x的所有这种分解中，如果m，n两因数之差的绝对值最小，我们就称$m\times n$是x的最佳分解，并规定：$f\left(x\right)=\dfrac{n}{m}$．例如：18可分解成$1\times 18$，$2\times 9$或$3\times 6$，因为$18-1>9-2>6-3$，所以$3\times 6$是18的最佳分解，所以$f\left(18\right)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

（1）填空：$f\left(6\right)=$_____；$f\left(16\right)=$______；

（2）一个两位正整数t（$t=10a+b$，$1\le a\le b\le 9$，a，b为正整数），交换其个位上的数字与十位上的数字得到的新数减去原数所得的差为54，求出所有的两位正整数；并求$f\left(t\right)$的最大值；

（3）填空：

①$f\left(2^2\times 3\times 5\times 7\right)=$______；②$f\left(2^4\times 3\times 5\times 7\right)=$_______；

8．规定：求若干个相同的有理数（均不等于0）的除法运算叫做除方，如2÷2÷2，（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）等，类比有理数的乘方，我们把2÷2÷2记作2③，读作“2的圈3次方，”（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）记作（﹣3）④，读作：“（﹣3）的圈4

次方”．一般地，把n个a记作 aⓝ，读作 “a 的圈 n次方”

（初步探究）

（1）直接写出计算结果：2③，（$-\frac{1}{2}$）③．

（深入思考）

$$2^{④}=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$$

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

（2）试一试，仿照上面的算式，将下列运算结果直接写成幂的形式．5⑥；（$-\frac{1}{2}$）⑩．

（3）猜想：有理数 a（a≠0）的圈n（n≥3）次方写成幂的形式等于多少．

(4)应用：求（-3）^{8}×（-3）⑨-（$-\frac{1}{2}$）^{9}×（$-\frac{1}{2}$）⑧

9．据说，我国著名数学家华罗庚在一次访问途中，看到飞机邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题：一个数32768，它是一个正数的立方，希望求它的立方根，华罗庚不假思索给出了答案，邻座乘客非常惊奇，很想得知其中的奥秘，你知道华罗庚是怎样准确计算出的吗？请按照下面的问题试一试：

（1）由$10^3=1000,100^3=1000000$，因为$1000<32768<1000000$，请确定$\sqrt[3]{32768}$是______位数；

（2）由32768的个位上的数是8，请确定$\sqrt[3]{32768}$的个位上的数是________，划去32768后面的三位数768得到32，因为3^3=27,4^3=64，请确定$\sqrt[3]{32768}$的十位上的数是_____________

(3)已知13824和-110592分别是两个数的立方，仿照上面的计算过程，请计算：$\sqrt[3]{32768}$=____；$\sqrt[3]{-110592}$ = ________

10．对于实数a，我们规定：用符号$\left[\sqrt{a}\right]$表示不大于$\sqrt{a}$的最大整数，称$\left[\sqrt{a}\right]$为a的根整数，例如：$\left[\sqrt{9}\right]=3$，$\left[\sqrt{10}\right]$=3．

(1)仿照以上方法计算：$\left[\sqrt{4}\right]$=______；$\left[\sqrt{26}\right]$=_____．

(2)若$\left[\sqrt{x}\right]=1$，写出满足题意的x的整数值______．

如果我们对a连续求根整数，直到结果为1为止．例如：对10连续求根整数2次$\left[\sqrt{10}\right]=3\rightarrow\left[\sqrt{3}\right]$=1，这时候结果为1．

(3)对100连续求根整数，____次之后结果为1．

(4)只需进行3次连续求根整数运算后结果为1的所有正整数中，最大的是____．

11．给定一个十进制下的自然数x，对于x每个数位上的数，求出它除以2的余数，再把每一个余数按照原来的数位顺序排列，得到一个新的数，定义这个新数为原数x的“模二数”，记为$M_2(x)$.如$M_2(735)=111$, $M_2(561)=101$.对于“模二数”的加法规定如下:将两数末位对齐，从右往左依次将相应数位.上的数分别相加，规定: 0与0相加得0; 0与1相加得1;1与1相加得0，并向左边一位进1.如735、561的“模二数”111、101相加的运算过程如下图所示.

$$\begin{array}{r} 111 \\ +101 \\ \hline 1100 \end{array}$$

根据以上材料，解决下列问题:

(1) $M_2(9653)$ 的值为______， $M_2(58)+M_2(9653)$ 的值为_

(2)如果两个自然数的和的“模二数”与它们的“模二数”的和相等，则称这两个数“模二相加不变”.如 $M_2(124)=100, M_2(630)=010$，因为 $M_2(124)+M_2(630)=110, M_2(124+630)=110$，所以 $M_2(124+630)=M_2(124)+M_2(630)$，即124与630满足“模二相加不变”.

①判断12,65,97这三个数中哪些与23“模二相加不变”，并说明理由；

②与23“模二相加不变”的两位数有______个

12．若一个四位数t的前两位数字相同且各位数字均不为0，则称这个数为“前介数”；若把这个数的个位数字放到前三位数字组成的数的前面组成一个新的四位数，则称这个新的四位数为“中介数”；记一个“前介数”t与它的“中介数”的差为P（t）．例如，5536前两位数字相同，所以5536为“前介数”；则6553就为它的“中介数”，P（5536）＝5536﹣6553＝-1017．

（1）P（2215）＝____，P（6655）＝____．

（2）求证：任意一个“前介数”t，P（t）一定能被9整除．

（3）若一个千位数字为2的“前介数”t能被6整除，它的“中介数”能被2整除，请求出满足条件的P（t）的最大值．

13．已知A、B两点的坐标分别为$A(-2,1)$，$B(-4,-1)$，将线段AB水平向右平移到DC，连接AD，BC，得四边形$ABCD$，且$S_{\text{四边形}ABCD}=12$．

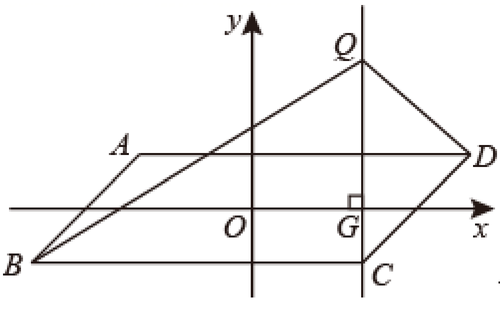


图1

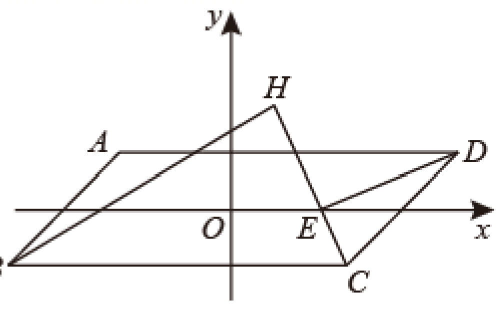


图2

（1）点C的坐标为______，点D的坐标为______；

（2）如图1，$CG\perp x$轴于G，CG上有一动点Q，连接BQ、DQ，求$BQ+DQ$最小时Q点位置及其坐标，并说明理由；

（3）如图2，E为x轴上一点，若DE平分$\angle ADC$，且$DE\perp HC$于E，$\angle ABH=\frac{1}{4}\angle ABC$．求$\angle BHC$与$\angle A$之间的数量关系．

14．问题情境：

（1）如图1，$AB//CD$，$\angle PAB=128^\circ$，$\angle PCD=119^\circ$．求$\angle APC$

度数．小颖同学的解题思路是：如图2，过点P作$PE//AB$，请你接着完成解答．

问题迁移：

（2）如图3，$AD//BC$，点P在射线OM上运动，当点P在A、B两点之间运动时，$\angle ADP=\angle\alpha$，$\angle PCE=\angle\beta$．试判断$\angle CPD$、$\angle\alpha$、$\angle\beta$之间有何数量关系？（提示：过点P作$PF//AD$），请说明理由；

（3）在（2）的条件下，如果点P在A、B两点外侧运动时（点P与点A、B、O三点不重合），请你猜想$\angle CPD$、$\angle\alpha$、$\angle\beta$之间的数量关系并证明．

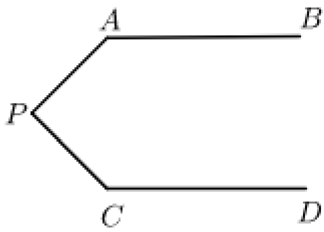


图1

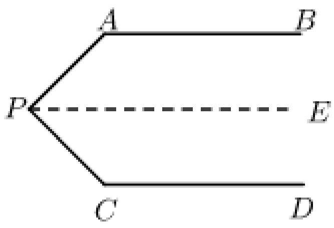


图2

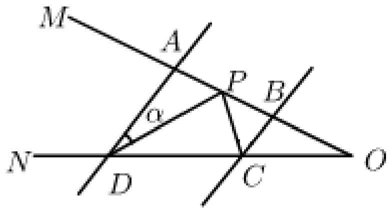
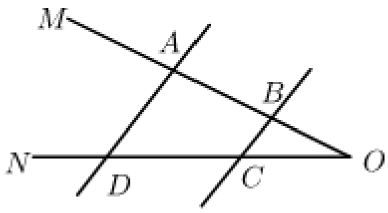
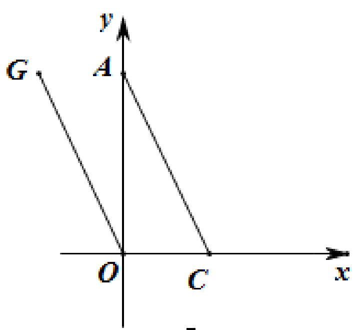


图3

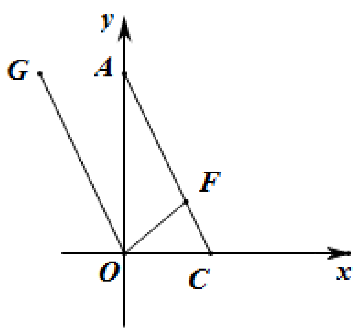


备用图

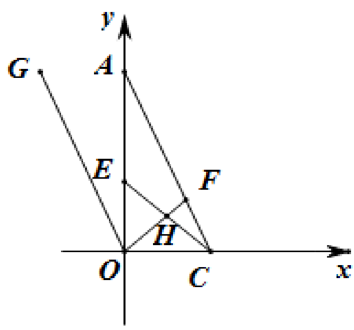
15．如图①，在平面直角坐标系中，点$A(0,a)$，$C(b,0)$，其中，a是16的算术平方根，$b^3=8$，线段GO由线段AC平移所得，并且点G与点A对应，点O与点C对应．



图①



图②



图③

（1）点A的坐标为___；点C的坐标为___；点G的坐标为___；

（2）如图②，F是线段AC上不同于AC的任意一点，求证：$\angle OFC=\angle OAF+\angle AOF$；

（3）如图③，若点F满足$\angle FOC=\angle FCO$，点E是线段OA上一动点（与点O、A不重合），连CE交OF于点H，在点E运动的过程中，$\angle OHC+\angle ACE=2\angle OEC$是否总成立？请说明理由．

16．

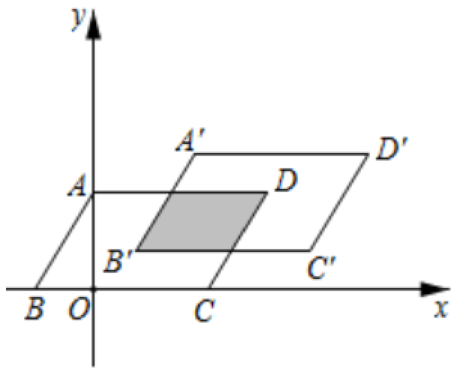
某水果店到水果批发市场采购苹果，师傅看中了甲、乙两家某种品质一样的苹果，零售价都为8元/千克，批发价各不相同，甲家规定：批发数量不超过100千克，全部按零价的九折优惠；批发数量超过100千克全部按零售价的八五折优惠，乙家的规定如下表：

数量范围（千克）	不超过50的部分	50以上但不超过150的部分	150以上的部分
价格（元）	零售价的95%	零售价的85%	零售价的75%

（1）如果师傅要批发240千克苹果选择哪家批发更优惠？

（2）设批发x千克苹果（$x>100$），问师傅应怎样选择两家批发商所花费用更少？

17．如图，在平面直角坐标系中，四边形$ABCD$各顶点的坐标分别为$A(0,3)$，$B(-1,0)$，$C(4,0)$，$D(5,3)$，现将四边形$ABCD$经过平移后得到四边形$A'B'C'D'$，点B的对应点B'的坐标为$(1,1)$．



（1）请直接写点A'、C'、D'的坐标；

（2）求四边形$ABCD$与四边形$A'B'C'D'$重叠部分的面积；

（3）在y轴上是否存在一点M，连接MB、MC，使$S_{\Delta MBC}=S_{四边形ABCD}$，若存在这样一点，求出点$M$的坐标；若不存在，请说明理由．

18．对于平面直角坐标系xOy中的图形G和图形G上的任意点P（x，y），给出如下定义：将点P（x，y）平移到P'（x+t，y﹣t）称为将点P进行"t型平移"，点P'称为将点P进行"t型平移"的对应点；将图形G上的所有点进行"t型平移"称为将图形G进行"t型平移"．例如，将点P（x，y）平移到P'（x+1，y﹣1）称为将点P进行"l型平移"，将点P（x，y）平移到P'（x﹣1，y+1）称为将点P进行"﹣l型平移"．

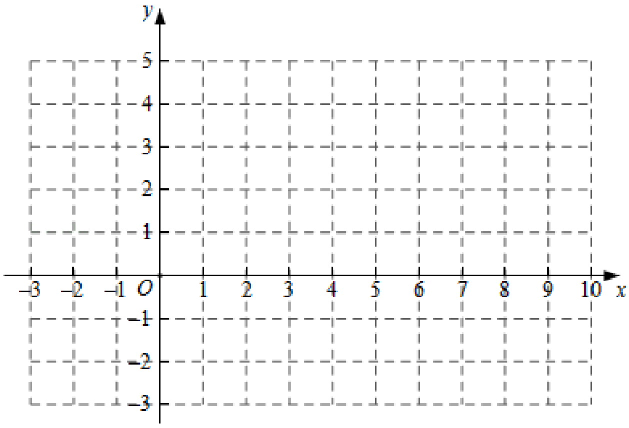
已知点A（2，1）和点B（4，1）．

（1）将点A（2，1）进行"l型平移"后的对应点A'的坐标为______．

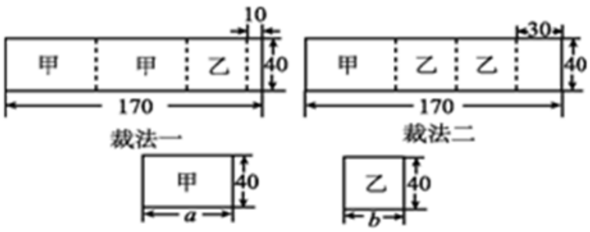
（2）①将线段AB进行"﹣l型平移"后得到线段A'B'，点P_1（1.5，2），P_2（2，3），P_3（3，0）中，在线段A′B′上的点是______．

②若线段AB进行"t型平移"后与坐标轴有公共点，则t的取值范围是______．

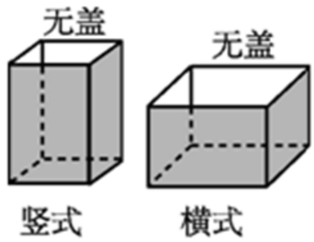
（3）已知点C（6，1），D（8，﹣1），点M是线段CD上的一个动点，将点B进行"t型平移"后得到的对应点为B'，当t的取值范围是______时，B'M的最小值保持不变．



19．某企业用规格是170cm×40cm的标准板材作为原材料，按照图①所示的裁法一或裁法二,裁剪出甲型与乙型两种板材(单位：cm)．



①



②

（1）求图中a、b的值；

（2）若将40张标准板材按裁法一裁剪，5张标准板材按裁法二裁剪,裁剪后将得到的甲型与乙型板材做侧面或底面,做成如图②所示的竖式与横式两种无盖的装饰盒若干个(接缝处的长度忽略不计)．

①一共可裁剪出甲型板材________张，乙型板材________张；

②恰好一共可以做出竖式和横式两种无盖装饰盒子多少个？

20．阅读下列材料，解答下面的问题：

我们知道方程$2x+3y=12$有无数个解，但在实际生活中我们往往只需求出其
正整数解．

例：由$2x+3y=12$，得：$y=\dfrac{12-2x}{3}=4-\dfrac{2x}{3}$，（$x$、$y$为正整数）

$\therefore\begin{cases}x>0\\12-2x>0\end{cases}$，则有$0<x<6$．又$y=4-\dfrac{2x}{3}$为正整数，则$\dfrac{2x}{3}$为正整数．由2与3互质，可知：$x$为3的倍数，从而x=3，代入$y=4-\dfrac{2x}{3}=2$ ∴2x+3y=12的正整数解为$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

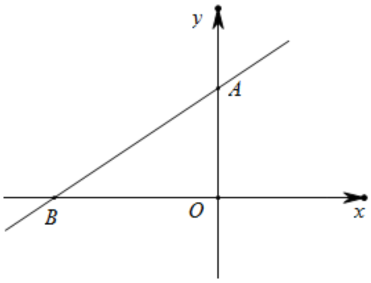
问题：

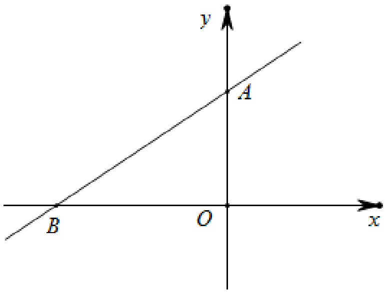
（1）请你写出方程$2x+y=5$的一组正整数解：_____________.

（2）若$\dfrac{6}{x-2}$为自然数，则满足条件的x值为_____________.

（3）七年级某班为了奖励学习进步的学生，购买了单价为3元的笔记本与单价为5元的钢笔两种奖品，共花费35元，问有几种购买方案？

21．如图，已知$A(0,a)$，$B(b,0)$，且满足$|a-4|+\sqrt{b+6}=0$．





（1）求A、B两点的坐标；

（2）点$C(m,n)$在线段AB上，m、n满足$n-m=5$，点D在y轴负半轴上，连CD交x轴的负半轴于点M，且$S_{\Delta MBC}=S_{\Delta MOD}$，求点$D$的坐标；

（3）平移直线AB，交x轴正半轴于E，交y轴于F，P为直线EF上第三象限内的点，过P作$PG\perp x$轴于G，若$A_{\Delta PAB}=20$，且$GE=12$，求点P的坐标.

22．如图，在平面直角坐标系中，已知，点$A(0,a)$，$B(b,0)$，$C(0,c)$，a，b，c满足$(a-8)^2+|2b-12|=-\sqrt{c+2}$，

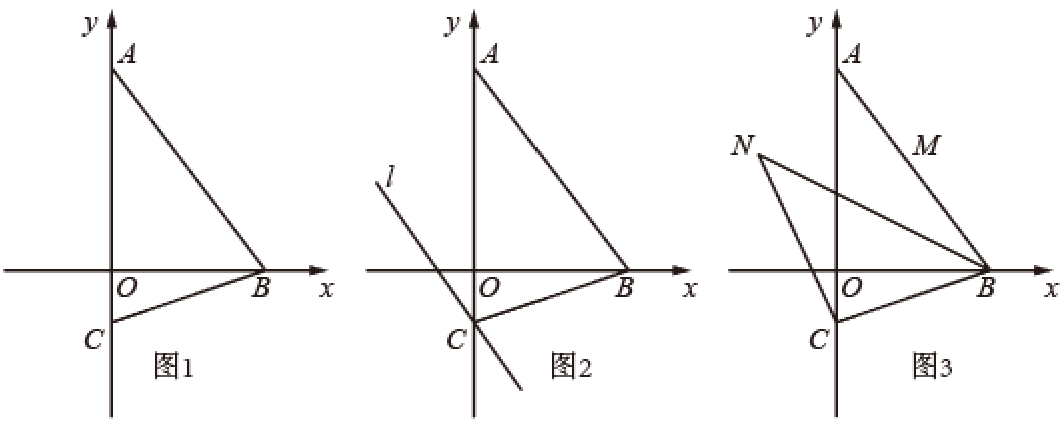
（1）直接写出点A，B，C的坐标及$\vee ABC$的面积；

（2）如图2，过点C作直线$l//AB$，已知$D(m,n)$是l上的一点，且$S_{\triangle ACD}\le\frac{15}{2}$，求$n$的取值范围；

（3）如图3，$M(x,y)$是线段AB上一点，

①求x，y之间的关系；

②点N为点M关于y轴的对称点，已知$S_{\triangle BCN}=21$，求点M的坐标.

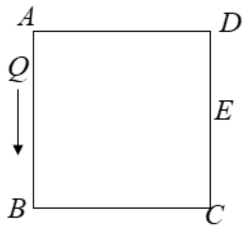


23．如图，正方形ABCD的边长是2厘米，E为CD的中点，Q为正方形ABCD边上的一个动点，动点Q以每秒1厘米的速度从A出发沿 $A \to B \to C \to D$ 运动，最终到达点D，若点Q运动时间为 x 秒．

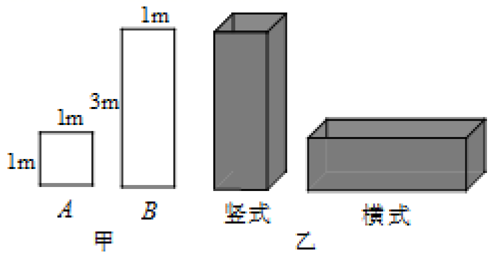
（1）当 $x=1$ 时，$S_{\Delta AQE}=$___平方厘米；当 $x=\frac{3}{2}$ 时，$S_{\Delta AQE}=$___平方厘米；

（2）在点Q的运动路线上，当点Q与点E相距的路程不超过 $\frac{1}{4}$ 厘米时，求 x 的取值范围；

（3）若 ΔAQE 的面积为 $\frac{1}{3}$ 平方厘米，直接写出 x 值．



24．某工厂准备用图甲所示的A型正方形板材和B型长方形板材，制作成图乙所示的竖式和横式两种无盖箱子．



（1）若现有A型板材150张，B型板材300张，可制作竖式和横式两种无盖箱子各多少个？

（2）若该工厂准备用不超过24000元资金去购买A、B两种型号板材，制作竖式、横式箱子共100个，已知A型板材每张20元，B型板材每张60元，问最多可以制作竖式箱子多少个？

（3）若该工厂新购得65张规格为 $3\text{m}\times3\text{m}$ 的C型正方形板材，将其全部切割成A型或B型板材（不计损耗），用切割的板材制作两种类型的箱子，要求竖式箱子不少于10个，且材料恰好用完，则最多可以制作竖式箱子多少个？

25．对于实数x，若 $a^2 \le 3x+1$，则符合条件的 a 中最大的正数为 X 的内数，例如：8的内数是5；7的内数是4．

（1）1的内数是______，20的内数是______，6的内数是______；

（2）若3是x的内数，求x的取值范围；

（3）一动点从原点出发，以3个单位/秒的速度按如图1所示的方向前进，经过 t 秒后，动点经过的格点（横，纵坐标均为整数的点）中能围成的最大实心正方形的格点数（包括正方形边界与内部的格点）为 n，例如当 $t=1$ 时，$n=4$，如图2①……；当 $t=4$ 时，$\boldsymbol{n=9}$，如图2②，③；……

①用 n 表示 t 的内数；

②当 t 的内数为9时，符合条件的最大实心正方形有多少个，在这些实心正方形的格点中，直接写出离原点最远的格点的坐标．（若有多点并列最远，全部写出）

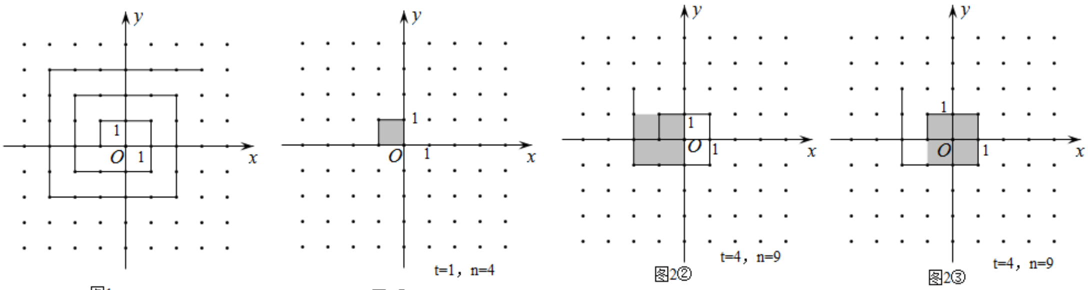


图1　图2①　图2②　图2③

26．小语爸爸开了一家茶叶专卖店，包装设计专业毕业的小语为爸爸设计了一款纸质长方体茶叶包包装盒（纸片厚度不计）．如图，阴影部分是裁剪掉的部分，沿图中实线折叠做成的长方体纸盒的上下底面是正方形，有三处长方形形状的“接口”用来折叠后粘贴或封盖．

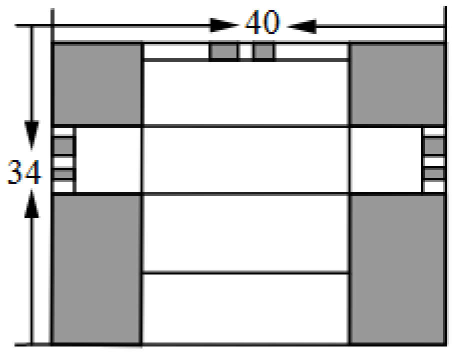


图1

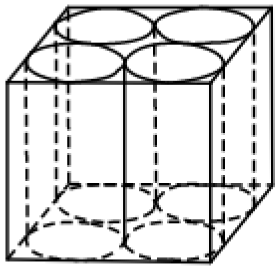


图2

（1）若小语用长40cm，宽34cm的长方形纸片，恰好能做成一个符合要求的包装盒，盒高是盒底边长的2.5倍，三处“接口”的宽度相等．则该茶叶盒的容积是多少？

（2）小语爸爸的茶叶专卖店以每盒200元购进一批茶叶，按进价增加18%作为售价，第一个月由于包装粗糙，只售出不到一半但超过三分之一的量；第二个月采用了小语的包装后，马上售完了余下的茶叶，但每盒成本增加了6元，售价仍不变，已知在整个买卖过程中共盈利1800元，求这批茶叶共进了多少盒？

27．对于平面直角坐标系xOy中的任意两点$M(x_1，y_1)$，$N(x_2，y_2)$，给出如下定义：

将$|x_1-x_2|$称为点M，N之间的“横长”，$|y_1-y_2|$称为点M，N之间的纵长”，点M与点N的“横长”与“纵长”之和称为“折线距离”，记作$d(M，N)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$“．

例如：若点$M(-1，1)$，点$N(2，-2)$，则点M与点N的“折线距离”为：$d(M，N)=|-1-2|+|1-(-2)|=3+3=6$．

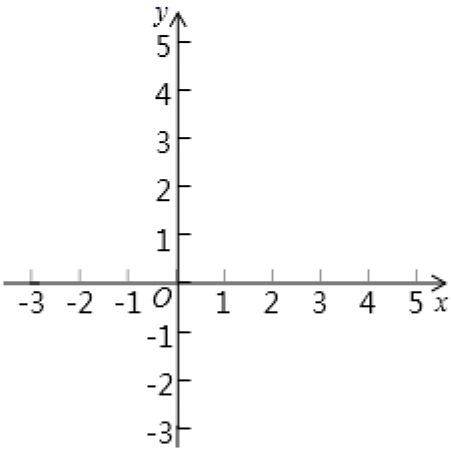
根据以上定义，解决下列问题：

已知点$P(3，2)$．

（1）若点$A(a，2)$，且$d(P，A)=5$，求a的值；

（2）已知点$B(b，b)$，且$d(P，B)<3$，直接写出b的取值范围；

（3）若第一象限内的点T与点P的“横长”与“纵长”相等，且$d(P，T)>5$，简要分析点T的横坐标t的取值范围．



28．已知，在平面直角坐标系中，$AB\perp x$轴于点B，点$A(a,b)$满足$\sqrt{a-4}+|b-2|=0$，平移线段AB使点A与原点重合，点B的对应点为点C.

（1）则a=____，b=____，点C坐标为____；

（2）如图1，点D（m，n）在线段BC上，求m，n满足的关系式；

（3）如图2，E是线段OB上一动点，以OB为边作$\angle BOG=\angle AOB$，交BC于点G，连CE交OG于点F，当点E在线段OB上运动过程中，$\dfrac{\angle OFC+\angle FCG}{\angle OEC}$的值是否会发生变化？若变化请说明理由，若不变，请求出其值.

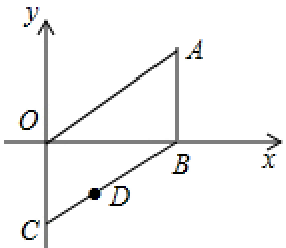


图1

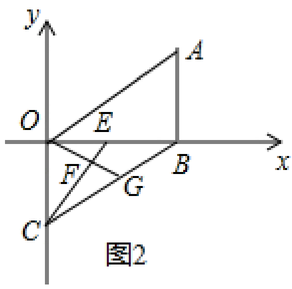
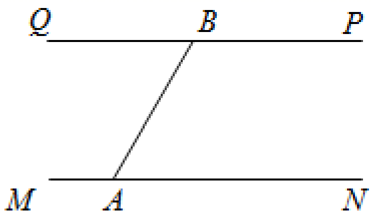
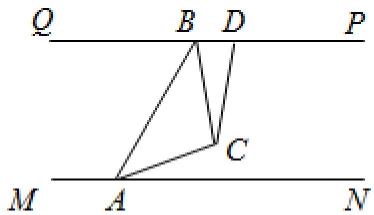


图2

29．我区防汛指挥部在一河道的危险地带两岸各安置一探照灯，便于夜间查看江水及两岸河堤的情况．如图1，灯A光射线自AM顺时针旋转至AN便立即逆时针旋转至AM，如此循环灯B光射线自BP顺时针旋转至BQ便立即逆时针旋转至BP，如此循环．两灯交叉照射且不间断巡视．若灯A转动的速度是a度/秒，灯B转动的速度是b度/秒，且a，b满足$(a-4b)^2+(a+b-5)^2=0$．若这一带江水两岸河堤相互平行，即$PQ//MN$，且$\angle BAN=60°$．根据相关信息，解答下列问题．



（图1）



（图2）

（1）$a=$__________，$b=$__________.

（2）若灯B的光射线先转动24秒，灯A的光射线才开始转动，在灯B的光射线到达BQ之前，灯A转动几秒，两灯的光射线互相平行？

（3）如图2，若两灯同时开始转动照射，在灯A的光射线到达AN

之前，若两灯射出的光射线交于点C，过点C作$CD\perp AC$交PQ于点D，则在转动的过程中，$\angle BAC$与$\angle BCD$间的数量关系是否发生变化？若不变，请求出这两角间的数量关系；若改变，请求出各角的取值范围.

30．阅读以下内容：

已知有理数m，n满足m+n＝3，且$\begin{cases}3m+2n=7k-4\\2m+3n=-2\end{cases}$求k的值.

三位同学分别提出了以下三种不同的解题思路：

甲同学：先解关于m，n的方程组$\begin{cases}3m+2n=7k-4\\2m+3n=-2\end{cases}$，再求k的值；

乙同学：将原方程组中的两个方程相加，再求k的值；

丙同学：先解方程组$\begin{cases}m+n=3\\2m+3n=-2\end{cases}$，再求k的值.

（1）试选择其中一名同学的思路，解答此题；

（2）在解关于x，y的方程组$\begin{cases}(a+1)x-by=18①\\(b+2)x+ay=1②\end{cases}$时，可以用①×7− ②×3消去未知数x，也可以用①×2+②×5消去未知数y．求a和b的值.

【参考答案】*试卷处理标记，请不要删除**

一、解答题

1．（1）$(4,2)$（2）7（3）点P的坐标为$\left(0,\frac{7}{2}\right)$或$\left(0,-\frac{7}{2}\right)$

【详解】

试题分析：⑴抓住$CD\parallel x$轴，可以推出C、D纵坐标相等，而$CD=AB=|-1-3|=4$是C、D横坐标之差的绝对值，以此可以求出点D的坐标，根据图示要舍去一种情况.

⑵四边形$OCDB$是梯形，根据点的坐标可以求出此梯形的上、下底和高，面积可求.

⑶存在性问题可以先假设存在，在假设的基础上以S△PAB = S四边形$OCDB$为等量关系建立方程，以此来探讨在y轴上是否存在着符合条件的点P.

试题解析：⑴$\because CD\parallel x$轴，$\therefore C$、D纵坐标相等；

$\because C(0,2)$ $\therefore$点D的纵坐标也为2.

设点D的坐标为$(m,2)$，则$CD=|m-0|=|m|$.

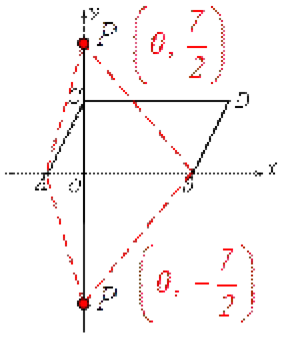
又$AB=|-1-3|=4$，且$CD=AB$，

$\therefore CD=|m|=4$，解得：$m_1=4,m_2=-4$.

由于点D在第一象限，所以$m=4$，所以D的坐标为$(4,2)$.

⑵$\because$ $CD\parallel x$轴，且$0(0,0),B(3,0),C(0,2),D(4,2)$

$\therefore CD=|0-4|=4, OB=|0-3|=3, CO=|2|=2$



$\therefore$ S 四边形 $OCDB$ = $\frac{1}{2}\times CO\times(OB+CD)=\frac{1}{2}\times 2\times(3+4)=7$.

⑶.假设在 y 轴上存在点 P ,使S △ PAB = S 四边形 $OCDB$.

设 P 的坐标为 $(0,n)$，则 $PO=|n|$，而 $AB=4$

$\therefore$ S △ PAB = $\frac{1}{2}\times AB\times OP=\frac{1}{2}\times 4\times|n|=2|n|$.

$\because$ S △ PAB = S 四边形 $OCDB$， S 四边形 $OCDB$ $=7$

$\therefore 2|n|=7$ ，解得； $n_1=\frac{7}{2}, n_2=-\frac{7}{2}$.均符合题意.

$\therefore$在 y 轴上存在点 P ,使S △ PAB = S 四边形 $OCDB$.

点 P 的坐标为 $\left(0,\frac{7}{2}\right)$ 或 $\left(0,-\frac{7}{2}\right)$.

2. （1）见解析；（2）见解析；（3）*n*-1

【分析】

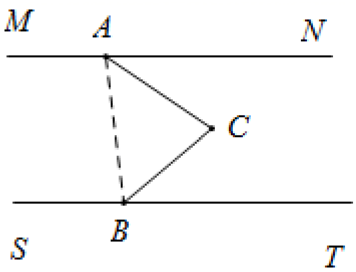
（1）连接*AB*，根据已知证明∠*MAB*+∠*SBA*=180°，即可得证；

（2）作*CF*∥*ST*，设∠*CBT*=*α*，表示出∠*CAN*，∠*ACF*，∠*BCF*，根据*AD*∥*BC*，得到∠*DAC*=120°，求出∠*CAE*即可得到结论；

（3）作*CF*∥*ST*，设∠*CBT*=*β*，得到∠*CBT*=∠*BCF*=*β*，分别表示出∠*CAN*和∠*CAE*，即可得到比值.

【详解】

解：（1）如图，连接 AB，



，

Q $\angle MAC+\angle ACB+\angle SBC=360^{\circ}$，

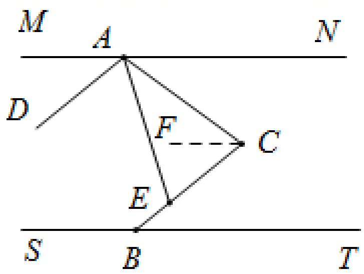
$\angle ACB+\angle ABC+\angle BAC=180^{\circ}$，

$\therefore \angle MAB+\angle SBA=180^{\circ}$，

$\therefore MN//ST$

（2）$\angle CAE=2\angle CAN$，

理由：作 $CF//ST$，则 $MN//CF//ST$，如图，



设 $\angle CBT=\alpha$，则 $\angle DAE=2\alpha$．

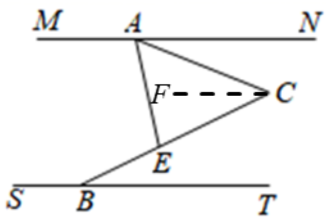
$\angle BCF=\angle CBT=\alpha$，$\angle CAN=\angle ACF=60^\circ-\alpha$，

$\because AD//BC$，$\angle DAC=180^\circ-\angle ACB=120^\circ$，

$\therefore \angle CAE=120^\circ-\angle DAE=120^\circ-2\alpha=2(60^\circ-\alpha)=2\angle CAN$．

即 $\angle CAE=2\angle CAN$．

（3）作 $CF//ST$，则 $MN//CF//ST$，如图，设 $\angle CBT=\beta$，则 $\angle MAE=n\beta$．



$\because CF//ST$，

$\therefore \angle CBT=\angle BCF=\beta$，

$\angle ACF=\angle CAN=\dfrac{180^\circ}{n}-\beta=\dfrac{180^\circ-n\beta}{n}$，

$\angle CAE=180^\circ-\angle MAE-\angle CAN=180^\circ-n\beta-\dfrac{180^\circ}{n}+\beta=\dfrac{n-1}{n}(180^\circ-n\beta)$，

$\angle CAE:\angle CAN=\dfrac{n-1}{n}:\dfrac{1}{n}=n-1$，

故答案为 $n-1$．

【点睛】

本题主要考查平行线的性质和判定，解题关键是角度的灵活转换，构建数量关系式．

3．（1）$\angle PAF+\angle PBN+\angle APB=360^\circ$；（2）①$\angle CPD=\angle\alpha+\angle\beta$，理由见解析；②图见解析，$\angle CPD=\angle\beta-\angle\alpha$ 或 $\angle CPD=\angle\alpha-\angle\beta$

【分析】

（1）作PQ∥EF，由平行线的性质，即可得到答案；

（2）①过 P 作 $PE//AD$ 交 CD 于 E，由平行线的性质，得到 $\angle\alpha=\angle DPE$，$\angle\beta=\angle CPE$，即可得到答案；

②根据题意，可对点P进行分类讨论：当点 P 在 BA 延长线时；当 P 在 BO 之间时；与①同理，利用平行线的性质，即可求出答案．

【详解】

解：（1）作PQ∥EF，如图：

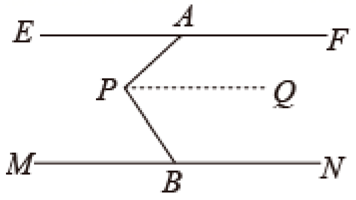


图1

$\because EF//MN$，

$\therefore EF//MN//PQ$，

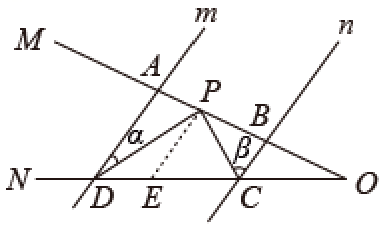
$\therefore \angle PAF+\angle APQ=180^{\circ}$， $\angle PBN+\angle BPQ=180^{\circ}$，

$\because \angle APB=\angle APQ+\angle BPQ$

$\therefore \angle PAF+\angle PBN+\angle APB=360^{\circ}$；

（2）①$\angle CPD=\angle\alpha+\angle\beta$；

理由如下：如图，



过P作$PE//AD$交CD于E，

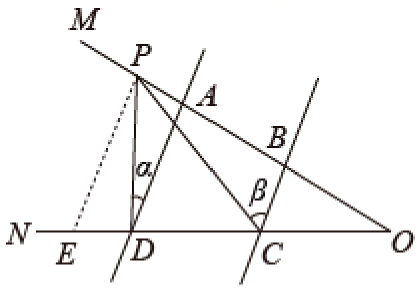
$\because AD//BC$，

$\therefore AD//PE//BC$，

$\therefore \angle\alpha=\angle DPE$， $\angle\beta=\angle CPE$，

$\therefore \angle CPD=\angle DPE+\angle CPE=\angle\alpha+\angle\beta$；

②当点P在BA延长线时，如备用图1：



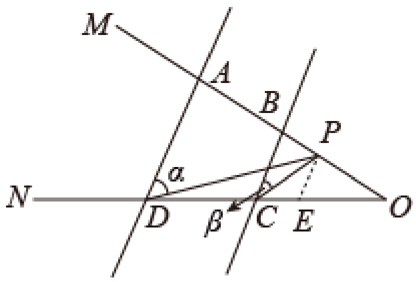
备用图1

∵PE∥AD∥BC，

∴∠EPC=β，∠EPD=α，

$\therefore \angle CPD=\angle\beta-\angle\alpha$；

当P在BO之间时，如备用图2：



备用图2

$\because PE\parallel AD\parallel BC$，

$\therefore \angle EPD=\alpha$，$\angle CPE=\beta$，

$\therefore \angle CPD=\angle\alpha-\angle\beta$.

【点睛】

本题考查了平行线的性质，解题的关键是熟练掌握两直线平行同旁内角互补，两直线平行内错角相等，从而得到角的关系.

4. （1）70°；（2）$\angle EAF=\angle AED+\angle EDG$，证明见解析；（3）122°

【分析】

（1）过E作$EF//AB$，根据平行线的性质得到$\angle EAF=\angle AEH=25^{\circ}$，$\angle EAG=\angle DEH=45^{\circ}$，即可求得$\angle AED$；

（2）过过E作$EM//AB$，根据平行线的性质得到$\angle EAF=180^{\circ}-\angle MEH$，$\angle EDG+\angle AED=180^{\circ}-MEH$，即$\angle EAF=\angle AED+\angle EDG$；

（3）设$\angle EAI=x$，则$\angle BAE=3x$，通过三角形内角和得到$\angle EDK=x-2^{\circ}$，由角平分线定义及$AB//CD$得到$3x=32^{\circ}+2x-4^{\circ}$，求出$x$的值再通过三角形内角和求$\angle EKD$.

【详解】

解：（1）过E作$EF//AB$，

Q $AB//CD$，

$\therefore EF//CD$，

$\therefore \angle EAF=\angle AEH=25^{\circ}$，$\angle EAG=\angle DEH=45^{\circ}$，

$\therefore \angle AED=\angle AEH+\angle DEH=70^{\circ}$，

故答案为：70°；

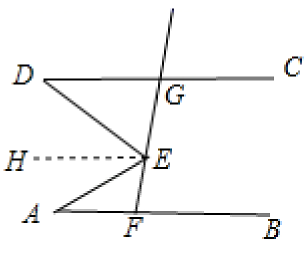


图1

（2）$\angle EAF=\angle AED+\angle EDG$.

理由如下：

过E作$EM//AB$，

Q $AB//CD$，

$\therefore EM\,//\,CD$，

$\therefore \angle EAF+\angle MEH=180^\circ$， $\angle EDG+\angle AED+MEH=180^\circ$，

$\therefore \angle EAF=180^\circ-\angle MEH$， $\angle EDG+\angle AED=180^\circ-MEH$，

$\therefore \angle EAF=\angle AED+\angle EDG$；

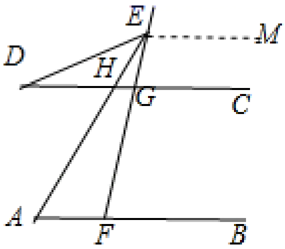


图2

（3）Q $\angle EAP:\angle BAP=1:2$，

设 $\angle EAP=x$， 则 $\angle BAE=3x$，

Q $\angle AED-\angle P=32^\circ-30^\circ=2^\circ$， $\angle DKE=\angle AKP$，

又Q $\angle EDK+\angle DKE+\angle DEK=180^\circ$， $\angle KAP+\angle KPA+\angle AKP=180^\circ$，

$\therefore \angle EDK=\angle EAP-2^\circ=x-2^\circ$，

Q DP 平分 $\angle EDC$，

$\therefore \angle CDE=2\angle EDK=2x-4^\circ$，

Q $AB\,//\,CD$，

$\therefore \angle EHC=\angle EAF=\angle AED+\angle EDG$，

即 $3x=32^\circ+2x-4^\circ$， 解得 $x=28^\circ$，

$\therefore \angle EDK=28^\circ-2^\circ=26^\circ$，

$\therefore \angle EKD=180^\circ-26^\circ-32^\circ=122^\circ$．

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质和判定，正确做出辅助线是解决问题的关键．

5. （1）证明见解析；（2）证明见解析；（3）$\angle FBE=35^\circ$．

【分析】

（1）根据平行线的性质得出$\angle ABF=\angle BFE$，$\angle DCF=\angle EFC$，进而解答即可；

（2）由（1）的结论和垂直的定义解答即可；

（3）由（1）的结论和三角形的角的关系解答即可．

【详解】

证明：（1）∵$AB\parallel CD$，$EF\parallel CD$，

∴$AB\parallel EF$，

∴$\angle ABF=\angle BFE$，

∵$EF\parallel CD$，

∴$\angle DCF=\angle EFC$，

∴$\angle BFC=\angle BFE+\angle EFC=\angle ABF+\angle DCF$；

（2）∵$BE\perp EC$，

∴$\angle BEC=90^\circ$，

∴$\angle EBC+\angle BCE=90°$，
由（1）可得：$\angle BFC=\angle ABE+\angle ECD=90°$，
∴$\angle ABE+\angle ECD=\angle EBC+\angle BCE$，
∵BE平分$\angle ABC$，
∴$\angle ABE=\angle EBC$，
∴$\angle ECD=\angle BCE$，
∴CE平分$\angle BCD$；
（3）设$\angle BCE=\beta$，$\angle ECF=\gamma$，
∵CE平分$\angle BCD$，
∴$\angle DCE=\angle BCE=\beta$，
∴$\angle DCF=\angle DCE-\angle ECF=\beta-\gamma$，
∴$\angle EFC=\beta-\gamma$，
∵$\angle BFC=\angle BCF$，
∴$\angle BFC=\angle BCE+\angle ECF=\gamma+\beta$，
∴$\angle ABF=\angle BFE=2\gamma$，
∵$\angle FBG=2\angle ECF$，
∴$\angle FBG=2\gamma$，
∴$\angle ABE+\angle DCE=\angle BEC=90°$，
∴$\angle ABE=90°-\beta$，
∴$\angle GBE=\angle ABE-\angle ABF-\angle FBG=90°-\beta-2\gamma-2\gamma$，
∵BE平分$\angle ABC$，
∴$\angle CBE=\angle ABE=90°-\beta$，
∴$\angle CBG=\angle CBE+\angle GBE$，
∴$70°=90°-\beta+90°-\beta-2\gamma-2\gamma$，
整理得：$2\gamma+\beta=55°$，
∴$\angle FBE=\angle FBG+\angle GBE=2\gamma+90°-\beta-2\gamma-2\gamma=90°-(2\gamma+\beta)=35°$.
【点睛】
本题主要考查平行线的性质，解决本题的关键是根据平行线的性质解答.
6．（1）49°，（2）44°，（3）$\angle OPQ=\angle ORQ$
【分析】
（1）根据$\angle OPA=\angle QPB$．可求出$\angle OPA$的度数；
（2）由$\angle AOP=43°$，$\angle BQP=49°$可求出$\angle OPQ$的度数，转化为（1）来解决问题；
（3）由（2）推理可知：$\angle OPQ=\angle AOP+\angle BQP$，$\angle ORQ=\angle DOR+\angle RQC$，从而$\angle OPQ=\angle ORQ$.
【详解】
解：（1）∵$\angle OPA=\angle QPB$，$\angle OPQ=82°$，
∴$\angle OPA=(180°-\angle OPQ)\times\frac{1}{2}=(180°-82°)\times\frac{1}{2}=49°$，
（2）作$PC\parallel m$，
∵$m\parallel n$，
∴$m\parallel PC\parallel n$，

∴$\angle AOP=\angle OPC=43°$，

$\angle BQP=\angle QPC=49°$，

∴$\angle OPQ=\angle OPC+\angle QPC=43°+49°=92°$，

∴$\angle OPA=$（$180°-\angle OPQ$）$\times\frac{1}{2}=$（$180°-92°$）$\times\frac{1}{2}44°$，

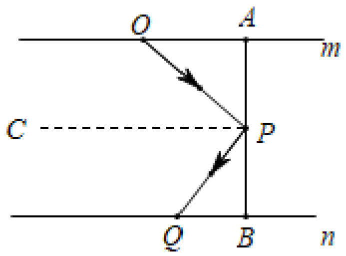


图2

（3）$\angle OPQ=\angle ORQ$.

理由如下：由（2）可知：$\angle OPQ=\angle AOP+\angle BQP$，$\angle ORQ=\angle DOR+\angle RQC$，

∵入射光线与平面镜的夹角等于反射光线与平面镜的夹角，

∴$\angle AOP=\angle DOR$，$\angle BQP=\angle RQC$，

∴$\angle OPQ=\angle ORQ$.

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质和入射角等于反射角的规定，解决本题的关键是注意问题的设置环环相扣、前为后用的设置目的.

7. （1）$\frac{2}{3}$，1；（2）两位正整数为39，28，17，$f(t)$的最大值为$\frac{4}{7}$；（3）①$\frac{20}{21}$；②$\frac{20}{21}$

【分析】

（1）仿照样例进行计算即可；

（2）由题设可以看出交换前原数的十位上数字为a，个位上数字为b，则原数可以表示为$10a+b$，交换后十位上数字为b，个位上数字为a，则交换后数字可以表示为$10b+a$，根据“交换其个位上的数字与十位上的数字得到的新数减去原数所得的差为54”确定出a与b的关系式，进而求出所有的两位数，然后求解确定出$f(t)$的最大值即可；

（3）根据样例分解计算即可.

【详解】

解：（1）$6=1\times6=2\times3$，

∵$6-1>3-2$，

∴$f(6)=\frac{2}{3}$；

$16=1\times16=2\times8=4\times4$

∵$16-1>8-2>4-4$，

∴$f(16)=1$，

故答案为：$\frac{2}{3}$；1；

（2）由题意可得：交换后的数减去交换前的数的差为：

$10b+a-10a-b=9(b-a)=54$，

$\therefore b-a=6$，

$\because 1\le a\le b\le 9$，

$\therefore b=9，a=3$ 或 $b=8，a=2$ 或 $b=7，a=1$，

∴t为39，28，17；

∵39＝1×39＝3×13，

$\therefore f(39)=\frac{3}{13}$；

28＝1×28＝2×14＝4×7，

$\therefore f(28)=\frac{4}{7}$；

17＝1×17，

$\therefore f(17)=\frac{1}{17}$；

$\therefore f(t)$ 的最大值 $\frac{4}{7}$.

（3）①$\because 2^2\times3\times5\times7=20\times21$

$\therefore f(2^2\times3\times5\times7)=\frac{20}{21}$；

② $2^4\times3\times5\times7=40\times42$

$\therefore f(2^4\times3\times5\times7)=\frac{40}{42}=\frac{20}{21}$；

故答案为：$\frac{20}{21}$；$\frac{20}{21}$

【点睛】

本题主要考查了有理数的运算，理解最佳分解的定义，并将其转化为有理数的运算是解题的关键.

8．（1）$\frac{1}{2}$，-2；（2）（$\frac{1}{5}$）^{4}，（－2）^{8}；（3）$\left(\frac{1}{a}\right)^{n-2}$；（4）$-2\frac{7}{8}$.

【分析】

（1）分别按公式进行计算即可；

（2）把除法化为乘法，第一个数不变，从第二个数开始依次变为倒数，由此分别得出结果；

（3）结果前两个数相除为1，第三个数及后面的数变为$\frac{1}{a}$，则aⓝ=a×($\frac{1}{a}$)$^{n-1}$；

（4）将第二问的规律代入计算，注意运算顺序.

【详解】

解：（1）2③=2÷2÷2=$\frac{1}{2}$，（－$\frac{1}{2}$）③=－$\frac{1}{2}$÷（－$\frac{1}{2}$）÷（－$\frac{1}{2}$）=－2；

（2）$5^{⑥}=5\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=$（$\frac{1}{5}$）^{4}，同理得；（$-\frac{1}{2}$）$^{⑩}=$（$-2$）^{8}；

（3）$a^{ⓝ}=a\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{a}\times\ldots\times\frac{1}{a}=\left(\frac{1}{a}\right)^{n-2}$；

(4)（-3）^{8}×（-3）^{⑨}-（$-\frac{1}{2}$）^{9}×（$-\frac{1}{2}$）^{⑧}

=（-3）^{8}×（$-\frac{1}{3}$）^{7}-（$-\frac{1}{2}$）^{9}×（-2）^{6}

$=-3-(-\frac{1}{2})^3$

$=-3+\frac{1}{8}$

$=-2\frac{7}{8}$.

【点睛】

本题是有理数的混合运算，也是一个新定义的理解与运用；一方面考查了有理数的乘除法及乘方运算，另一方面也考查了学生的阅读理解能力；注意：负数的奇数次方为负数，负数的偶数次方为正数，同时也要注意分数的乘方要加括号，对新定义，其实就是多个数的除法运算，要注意运算顺序.

9. （1）两；（2）2，3；（3）24，-48.

【分析】

（1）根据题中所给的分析方法先求出这32768的立方根都是两位数；

（2）继续分析求出个位数和十位数即可；

（3）利用（1）（2）中材料中的过程进行分析可得结论.

【详解】

解：（1）由$10^3=1000$，$100^3=1000000$，

∵1000＜32768＜100000，

∴$10<\sqrt[3]{32768}<100$，

∴$\sqrt[3]{32768}$是两位数；

故答案为：两；

（2）∵只有个位数是2的立方数是个位数是8，

∴$\sqrt[3]{32768}$的个位上的数是2

划去32768后面的三位数768得到32，

因为$3^3=27$，$4^3=64$，

∵27＜32＜64，

∴$30<\sqrt[3]{32768}<40$.

∴$\sqrt[3]{32768}$的十位上的数是3.

故答案为：2，3；

（3）由$10^3=1000$，$100^3=1000000$，

1000＜13824＜1000000，