第 二 篇

机械振动

与

机械波

网页素材图库站 WWW.TUKUZ.COM

第六章

机械振动

chapter 6

mechanical vibration

本章内容 Contents chapter 6

- 简谐运动的描述
- 简谐运动的动力学特征
- 简谐运动的合成

6-1

简谐运动的描述

describition of simple harmonic motion

机械振动 与 简谐运动

机械振动： 物体在它的平衡位置附近作往复运动

条件： 回复力始终指向平衡位置

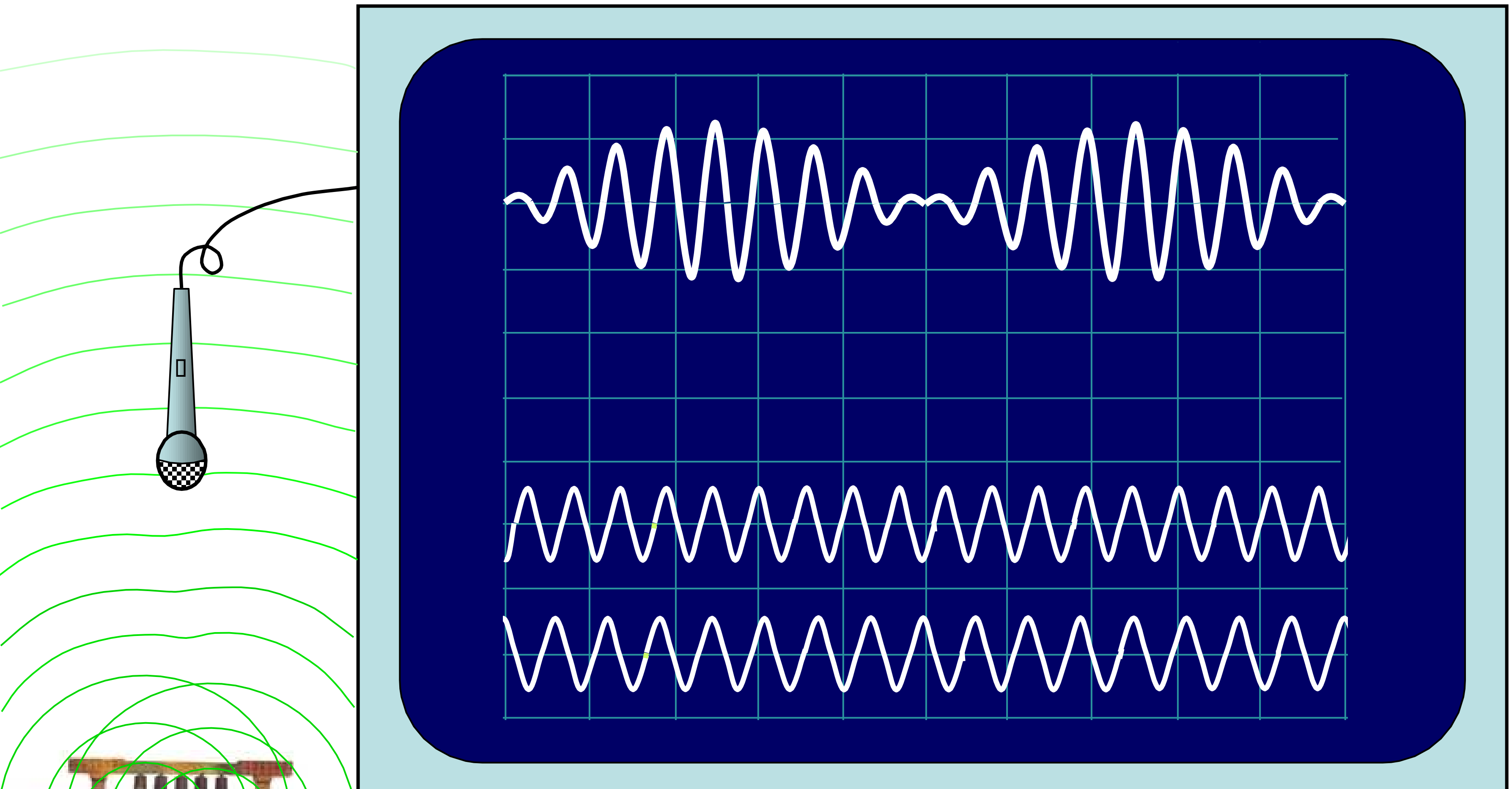
物体具有惯性

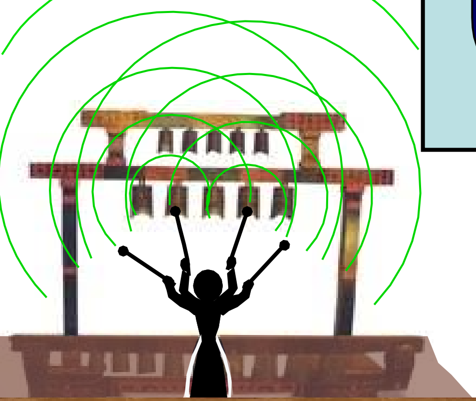
例如： 用轻弹簧连接小球钢时，小球的振动；

各种声源的振动；

单摆的摆动等等。

一个复杂的振动，可以由一些简单形式的振动来合成

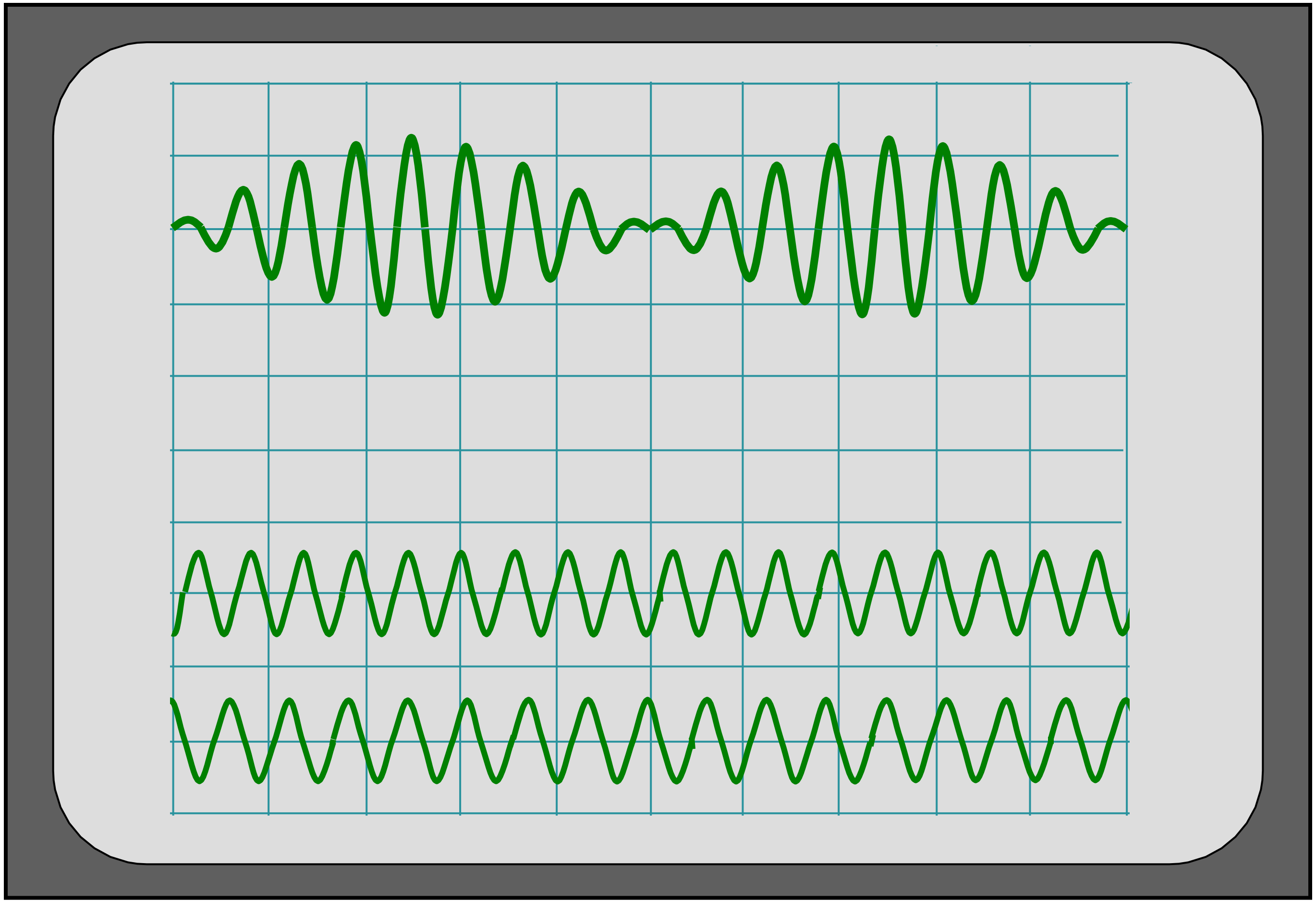




动画用图

掌握简单形式振动的基本规律，是研究复杂振动的基础

一个复杂的振动，可以由一些简单形式的振动来合成



打印用图

掌握简单形式振动的运动学和动力学规律，是研究复杂振动的重要基础

简谐运动：最简单的调和振动形式

又称简谐振动或谐振动，是分析和研究其它振动形式的基础

在数学上，

sin **cos** 称为调和函数

简谐运动的运动学规律

可以用调和函数来描述。

在物理上，

简谐运动最典型的物理模型

是弹簧振子（又称谐振子）：

一、 简谐运动的运动学方程

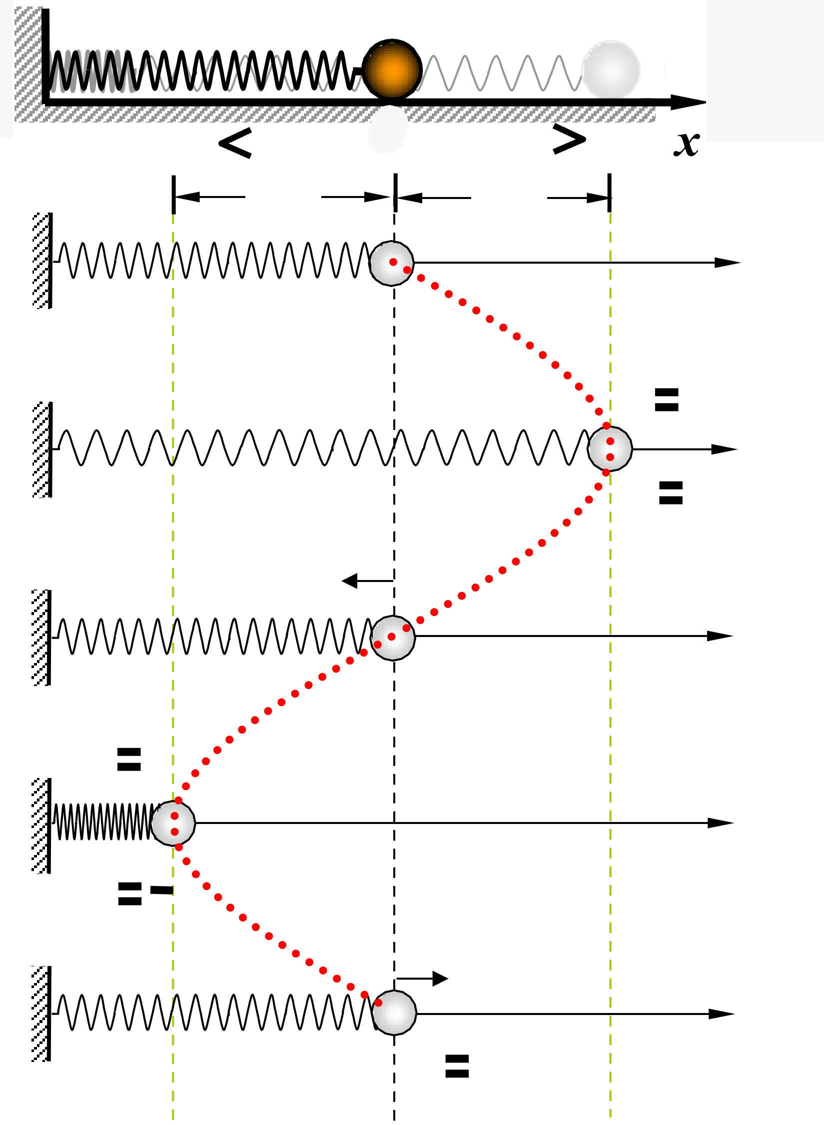
1. 弹簧振子及其运动分析

弹簧 (劲度) 忽略质量
振子(小球) 惯性质量
} 弹簧振子

水平面 光滑

轴原点 振子平衡点 (弹簧无形变位置)

振子在 轴上 点两侧往复运动



2. 弹簧振子的运动方程

小球相对平衡点 的位移 随时间 按

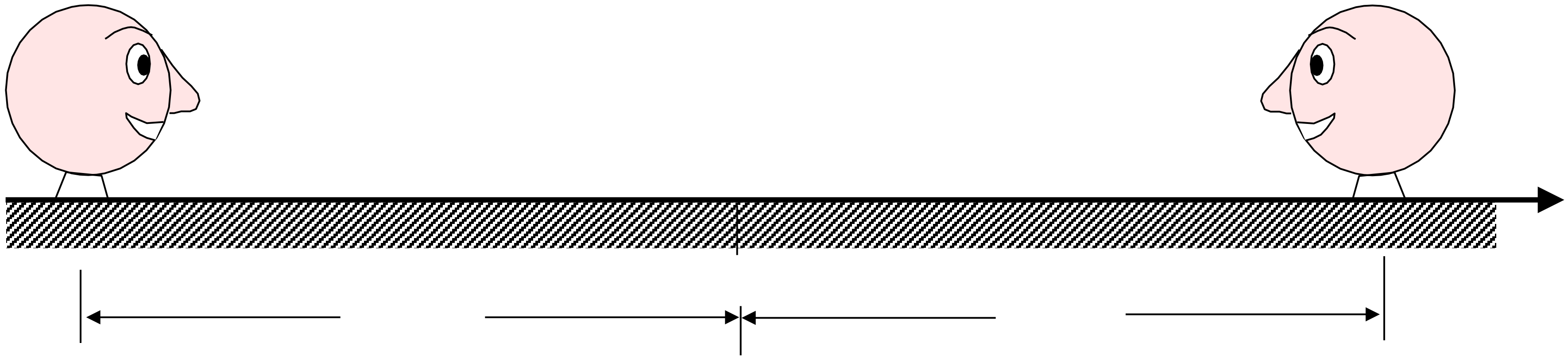
sin cos 函数规律变化 → 示意一周期

弹簧振子的运动方程习惯上用 cos 函数表示为:

$$\boxed{\quad = \quad \cos \quad}$$

振幅 取决于弹簧振子的物理性质

取决于振子的初始运动状态

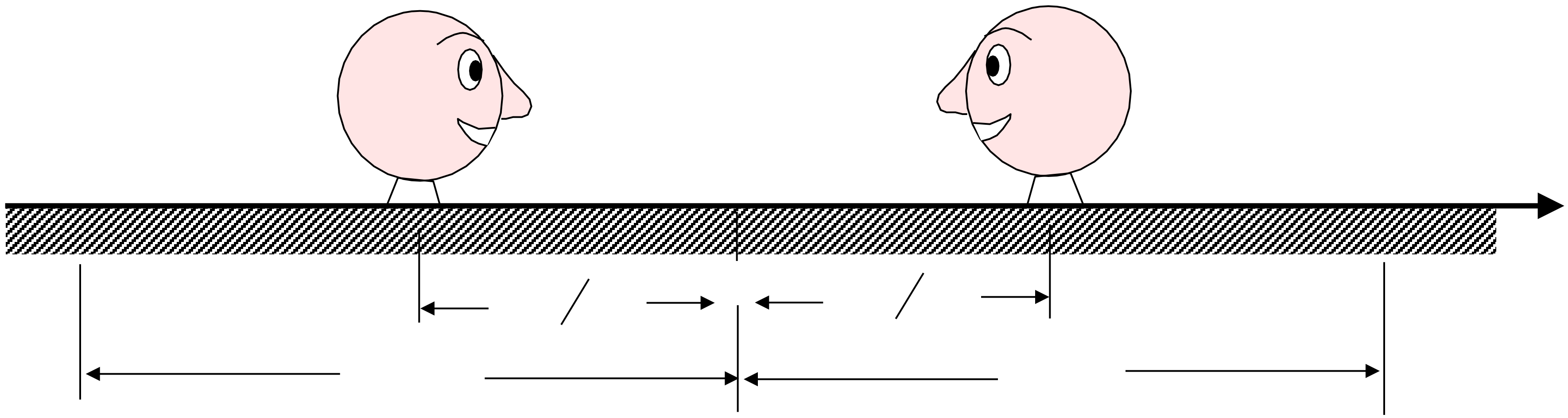


某一时刻，振子所处的状态，必须用振子的

位置坐标
运动方向

同时描述 缺一不可

例如



状态
在距平衡点负侧 — 处
朝 轴正方向运动

描述
—
>

状态
在距平衡点正侧 — 处
朝 轴反方向运动

描述
—
<

二、简谐运动的速度和加速度

简谐运动的运动方程 = cos 可得

简谐运动的速度

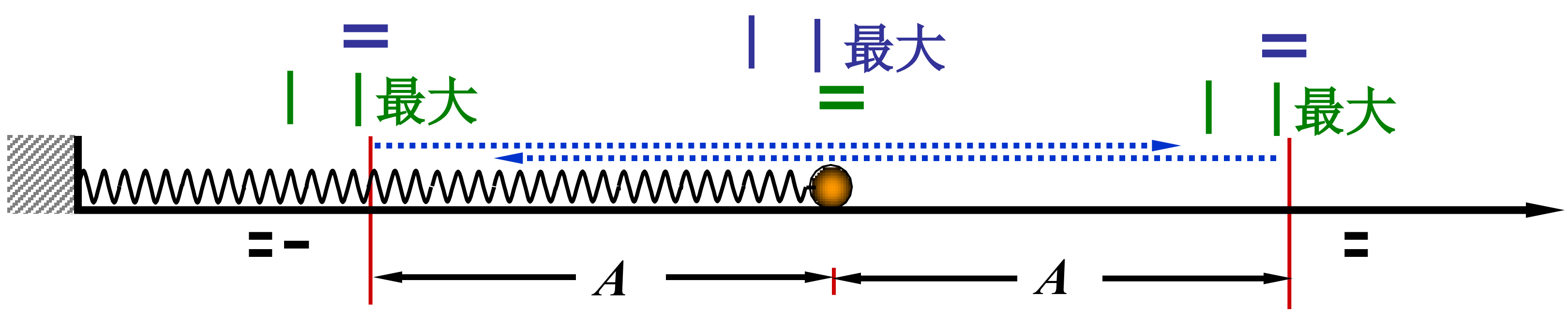
= —— = − sin :速度振幅

简谐运动的加速度

= —— = − cos :加速度振幅

= − 加速度始终与相对平衡点的位移成正比但方向相反。

此结论通常于判别物体是否作简谐运动的依据之一。



三、描述简谐运动的特征量

= cos

三个特征量：振幅 角频率（圆频率） 初相 的物理意义

1. 振幅 — 物体相对于平衡点位移最大值的绝对值

2. 角频率 — cos 中 和 的单位都应是角度或弧度

振子往复运动一次所需时间为一个周期 余弦函数的一个周期为

= = /

设振子单位时间振动的次数称为频率为； ； = / = /

角频率 = ； 即在 秒内振动的次数

= / 一秒钟内变化多少弧度 rad · ⁻

三、描述简谐运动的特征量

= cos

三个特征量：　振幅　角频率（圆频率）　初相　的物理意义

1. 振幅　— 物体相对于平衡点位移最大值的绝对值

2. 角频率　— cos　中　和　的单位都应是角度或弧度

众所周知，单摆的周期　= √ /　或频率 ; = — √ /

摆长　越长则频率越低，当地重力加速度　越大频率越高

弹簧振子的角频率，也取决于其自身的物理因素　= √ /

振子质量　越大（越笨）则振动频率越低，弹簧劲度系数　越大（弹性恢复力度强）则频率越高.

其周期　= / = √ /　频率 ; = / = — √ /

简谐运动可使用　;　参量表达

= cos

= cos　;　= cos —

三、描述简谐运动的特征量

= cos

三个特征量: 振幅 角频率(圆频率) 初相 的物理意义

1. 振幅 — 物体相对于平衡点位移最大值的绝对值

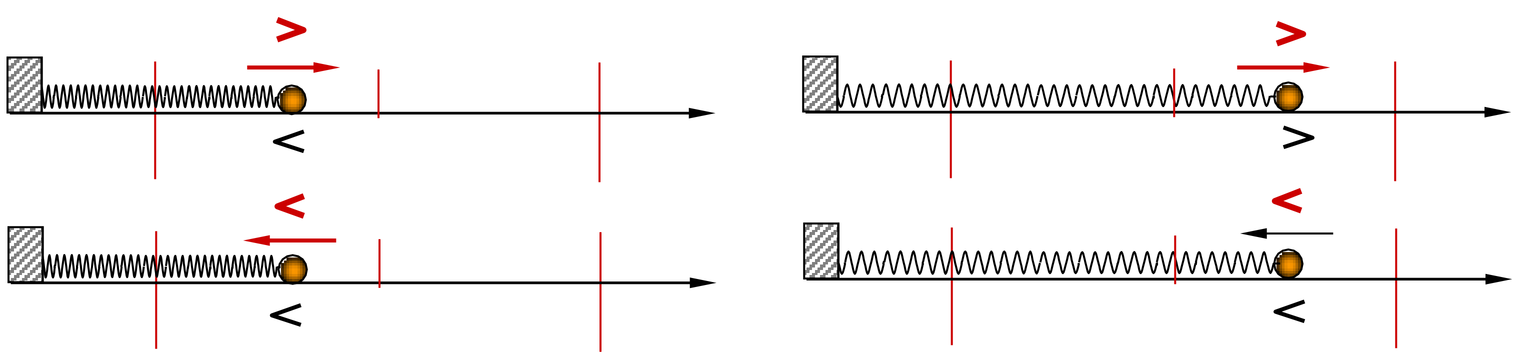
2. 角频率 — cos 中 和 的单位都应是角度或弧度

弹簧振子的角频率, 也取决于其自身的物理因素 = √ /

= cos

= cos ; = cos —

3. 初相 — 描述开始观测时(=)振子运动状态的物理量.



四、 相位

1. 相位

= cos

已述 初相

即 = 时的相位

相位 或

是决定简谐运动物体某时刻 的运动状态的物理量

某时刻 简谐运动物体的运动状态:

= cos

= − sin

例如

某时刻

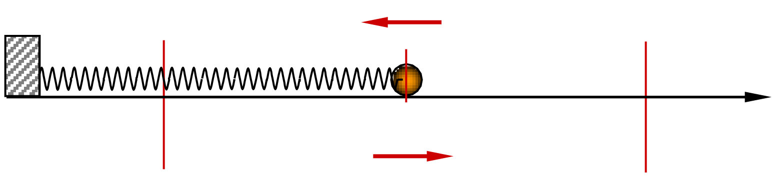
振子通过原点

= cos =

= −

<

— 对应 = − sin — < 状态



>

— — 对应 = − sin — — > 状态

四、 相位

1. 相位

= cos $\boxed{\quad}$ 已述 初相

相位 或 即 = 时的相位

是决定简谐运动物体某时刻 的运动状态的物理量

2. 相位差

相同的两个简谐运动之间，在同一时刻相位的相对差异

= cos

= cos

其相位差 取决于初相差

= − = −

= 整数倍 同相

= 的奇数倍 反相

若用 <| |< 作相对比较

> 超前 的相位

< 超前 的相位| |

五、 振幅和初相的决定

由初始条件 { 求振幅 和初相

$=$

$= \cos$

$= - \quad \sin$ } 消去

$= \cos$

$= \sin$

$=$

$$= \sqrt{\quad \frac{}{}}$$

$= \cos$

$= - \quad \sin$ } 若消去

$$\frac{}{} = \frac{- \sin}{\cos}$$

$$\tan = \frac{-}{}$$

$$= \arctan \frac{-}{}$$

求 还有别的方法

六、振动曲线

= cos

=− sin

=− cos

=−

画出 = 最简单情况下的 振动曲线

= cos

=− sin

=− cos =−

三角函数性质

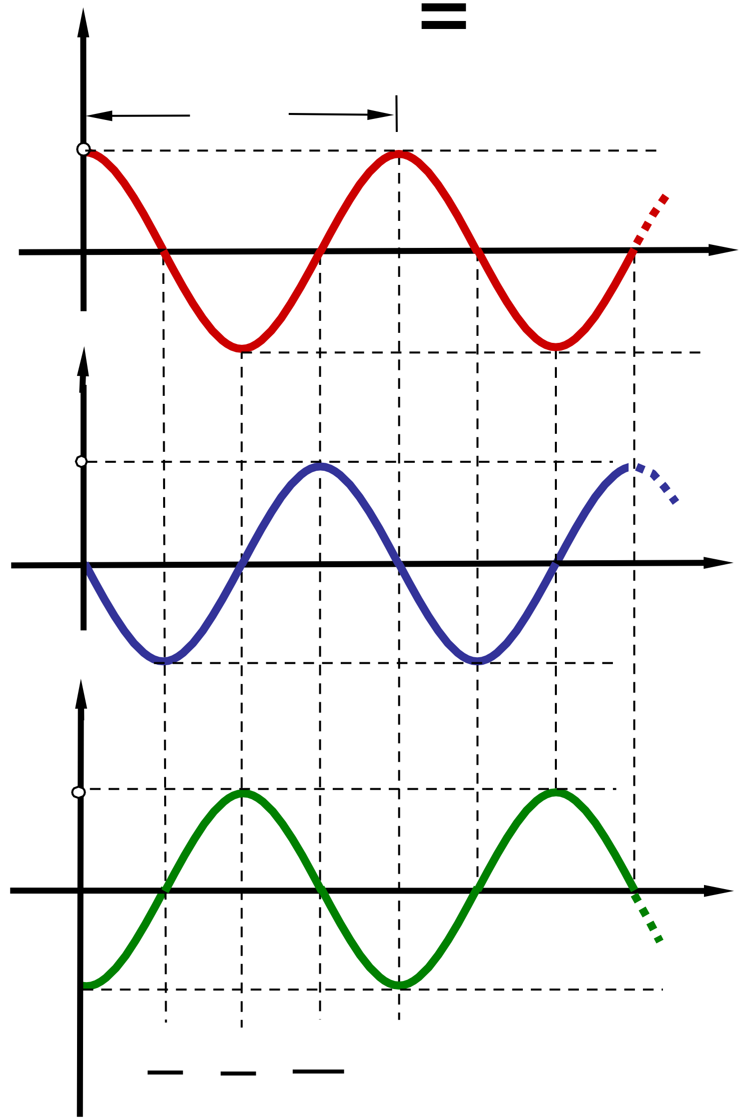
− sin = cos /

− cos = cos

_

反相 相位比 超前或落后

相位比 超前 − − = −



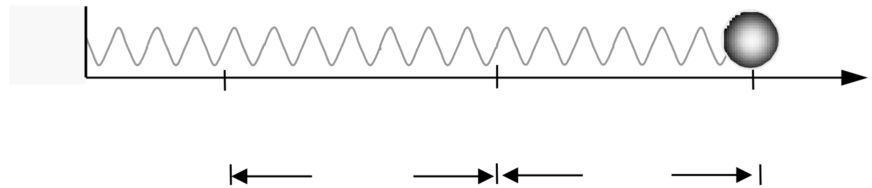
初相位

$= \cos$

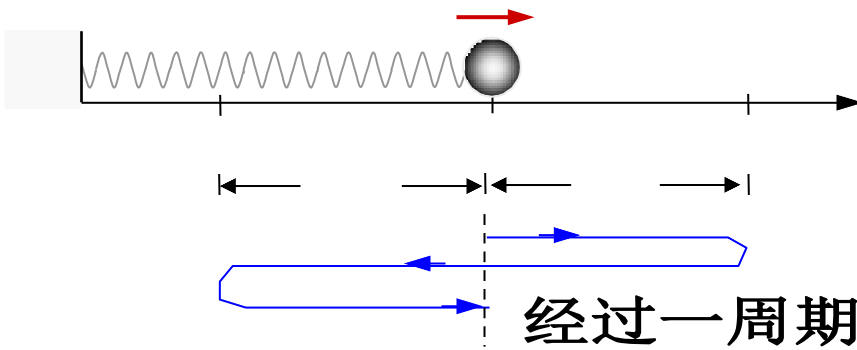
相位

$= 0$

$= 0$



$= 0$ 初相位 $=$



经过一周期又回到原状态

此时的相位 $=$

振动方程 = cos

已知 0.2 cos — - —

= 2秒时 =

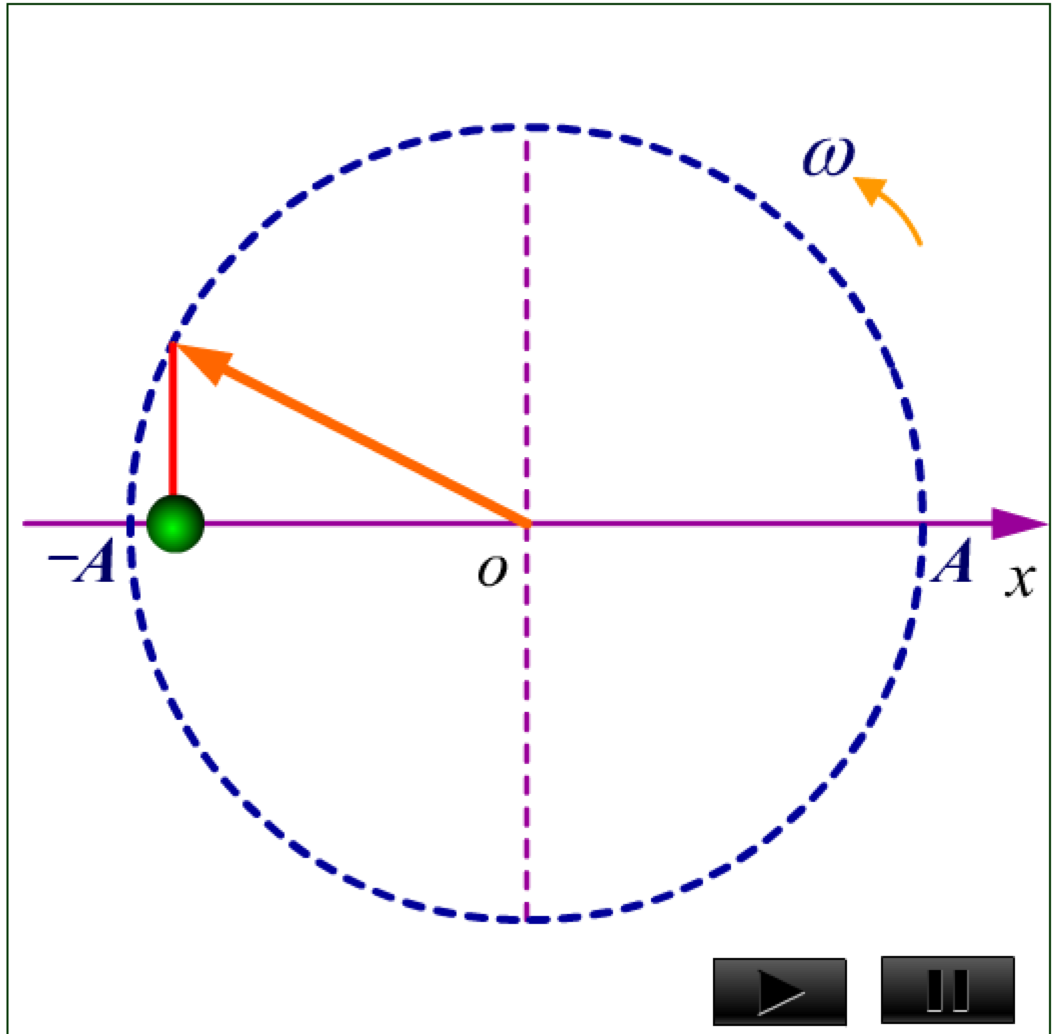
= ; = — = — = — =

= — = - sin

= - — 0.2 sin — - — = - 0.181

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

旋转矢量 $\vec{A}$ 的端点在 x 轴上的投影点的运动为简谐运动.



七、旋转矢量表示法

- 简谐运动方程

$$x = A\cos(\omega t + \quad)$$

旋转矢量 A

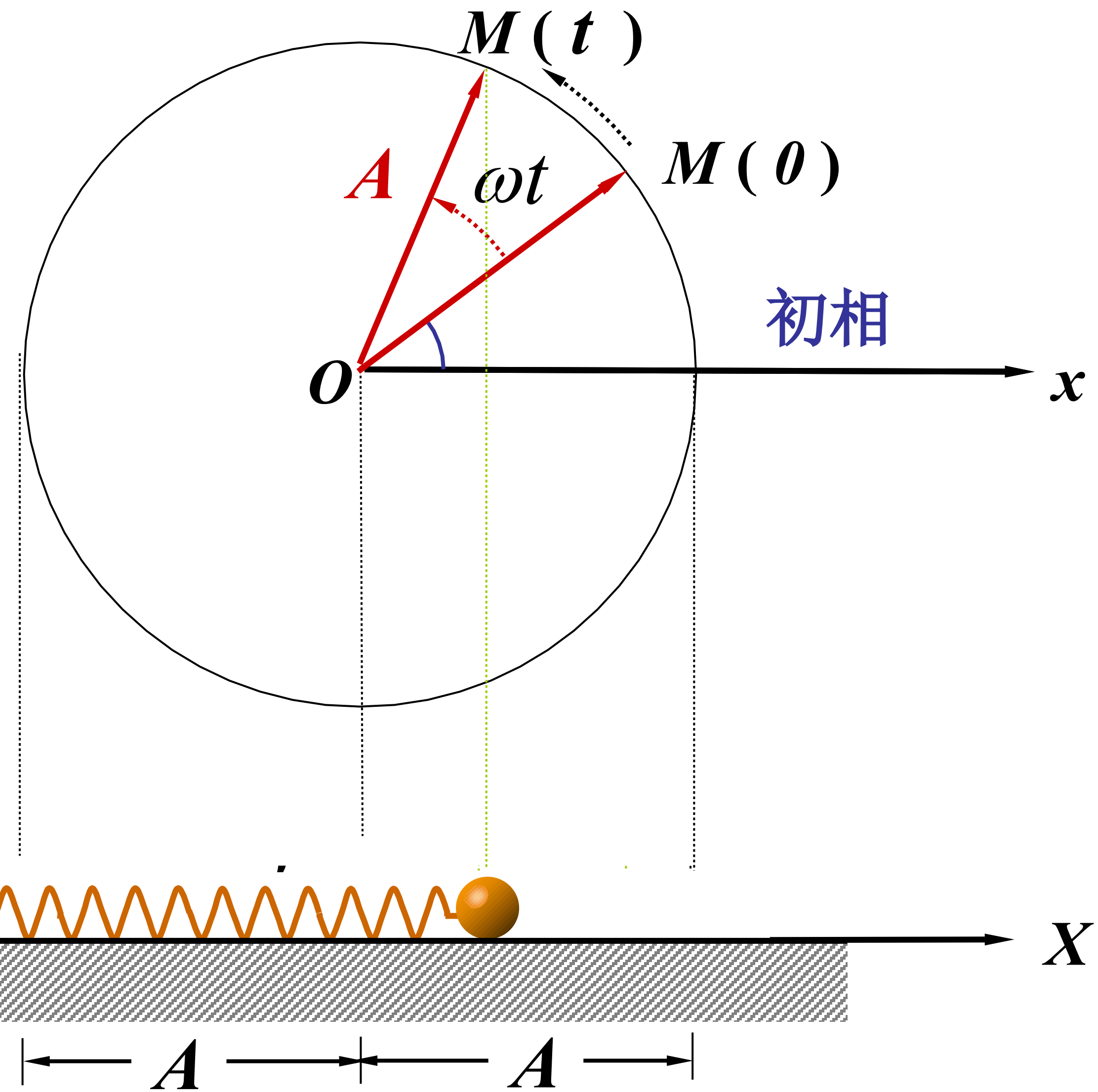
以匀角速

逆时针转动

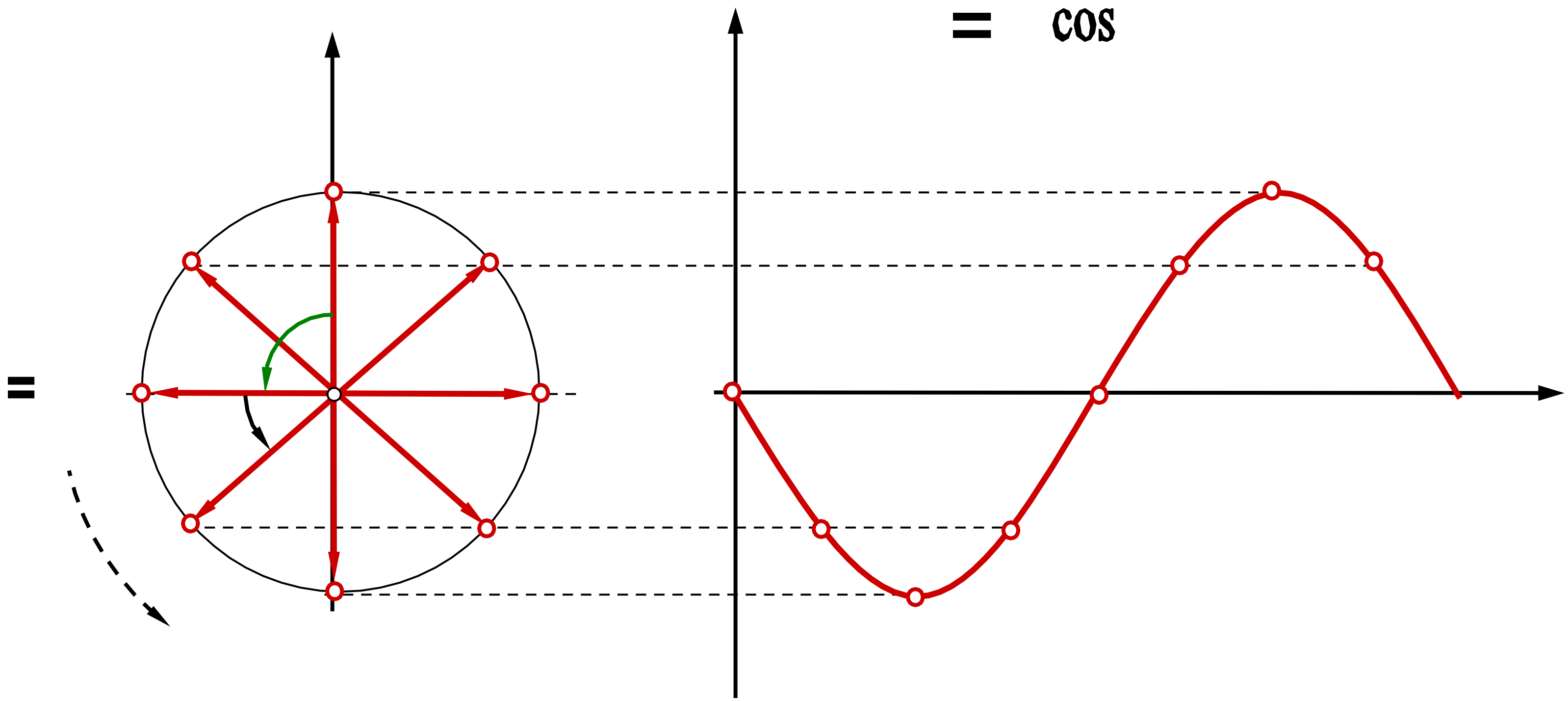
t 时刻的

振动相位

$$=(\omega t + \quad)$$

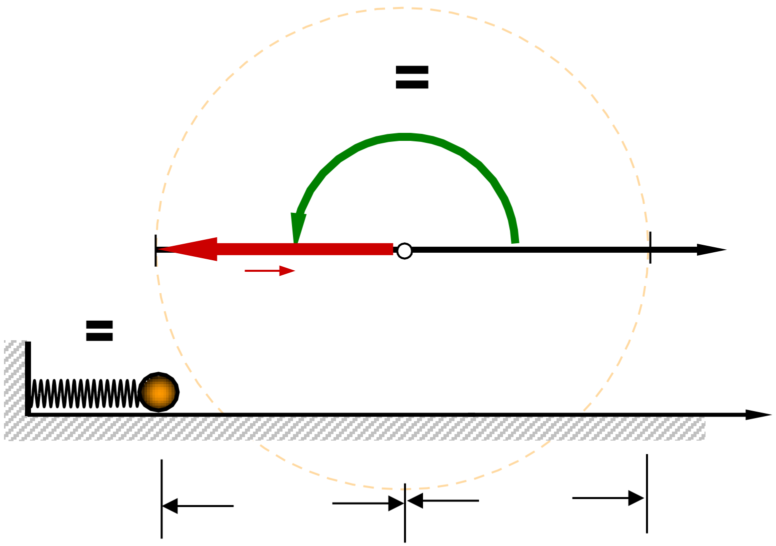
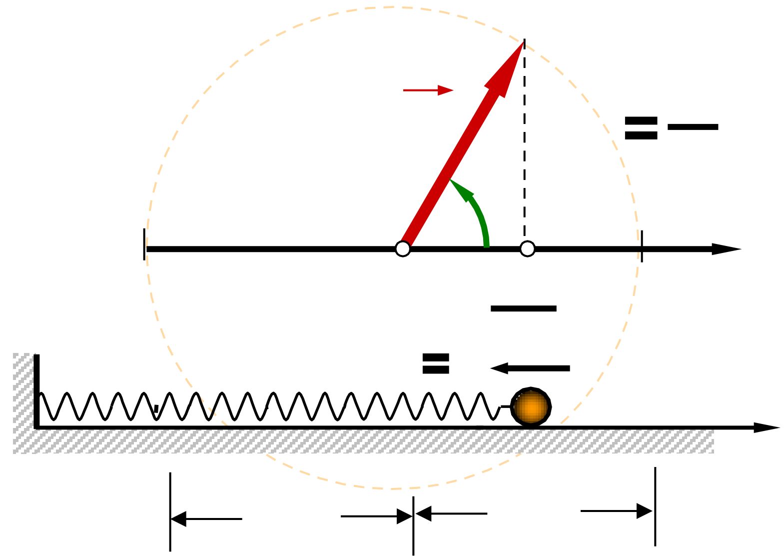
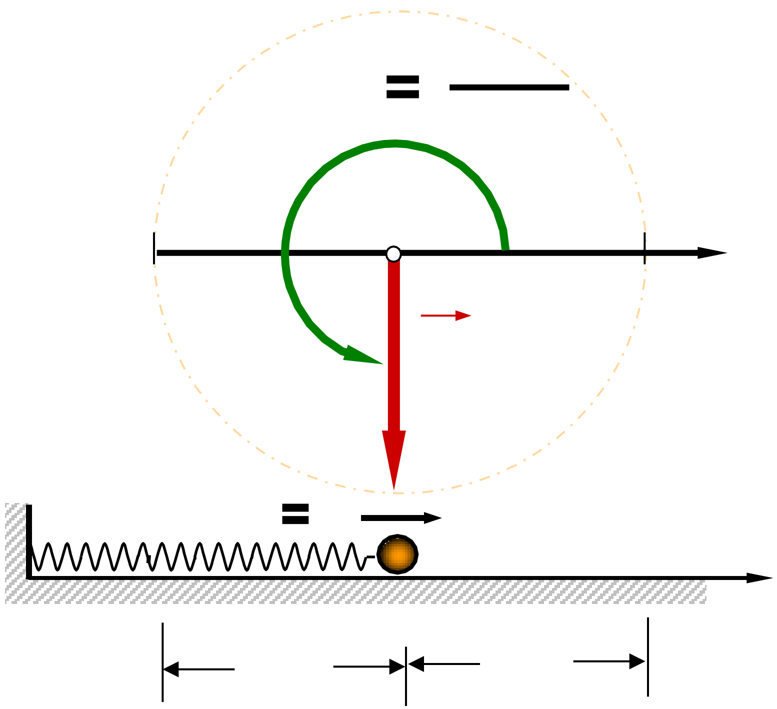
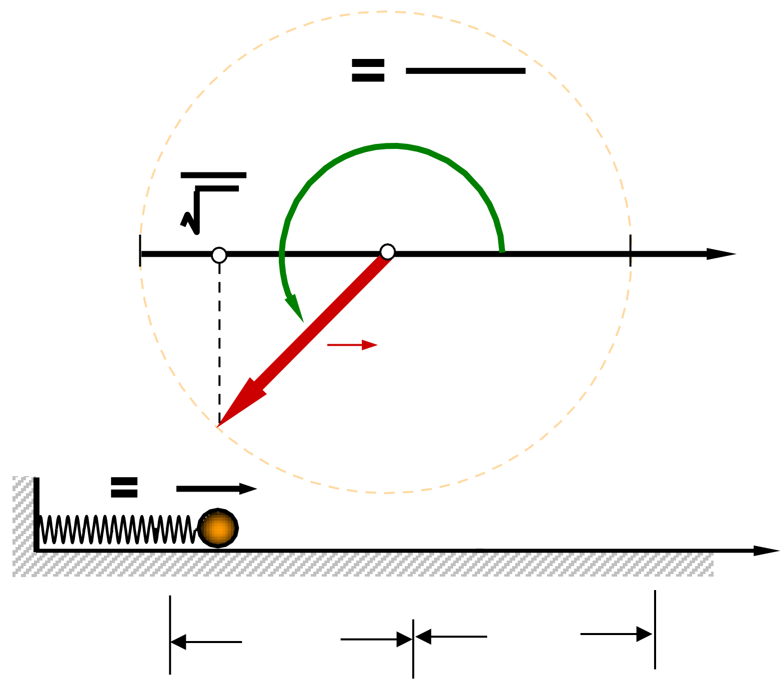


旋转矢量图与 — 曲线



旋转矢量表示法的优点：直观，方便.

可快捷准确地判断初相，相位差和合相位.

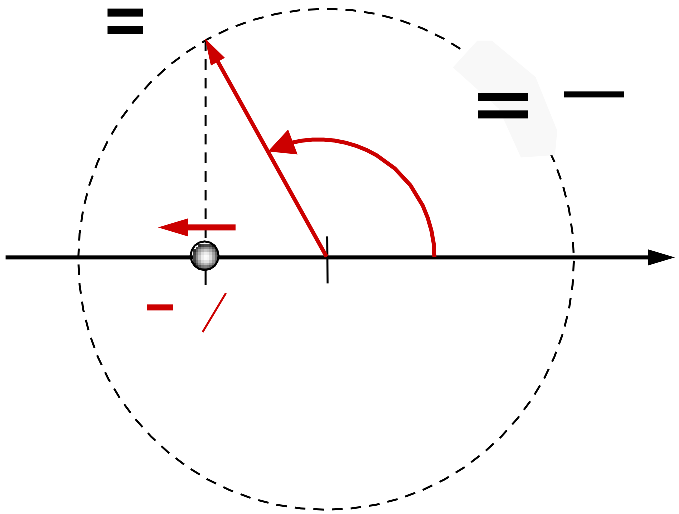
$= \quad \cos$

$= — = - \quad \sin \qquad\qquad = — = - \quad \cos$

已知 ; $=$ $_{max} = 1.58$. - $= -0.05$ $<$

简谐运动方程

$=$



解法提要

$= \quad ; = \quad \text{rad} \cdot \; -$

$_{max} = | - \quad |$

$$= \frac{\quad_{max}}{\quad} = \frac{1.58}{158} = 0.1$$

$$= 0.1\cos \qquad —$$

垂直弹簧振子的平衡位置，是静止时振子　所在位置。

取向下为正方向，平衡位置为原点。其振动方程为　$=\quad\cos$

已知　$=0.24$　$=4.0$

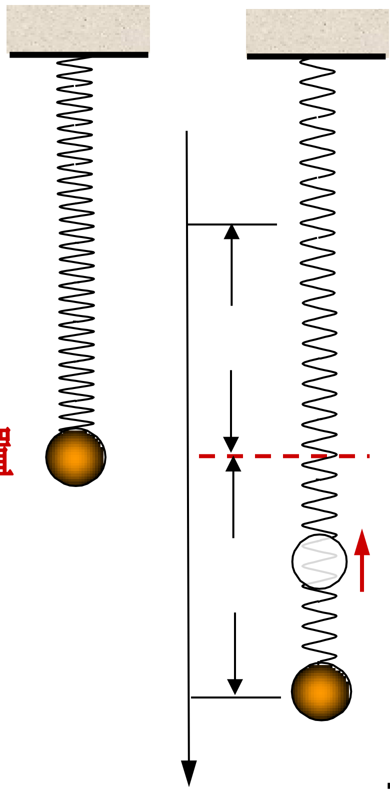
$=$　$=0.12$　$<$

运动学方程

$=0.12$　运动到　$=-0.12$

所需的最短时间

平衡位置



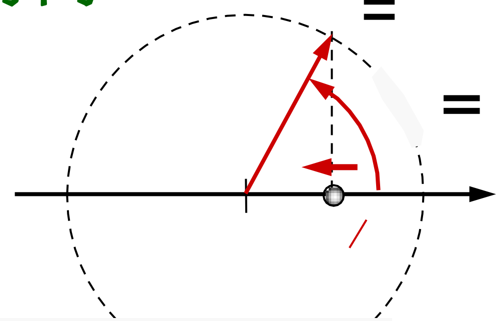
$=$

解法提要

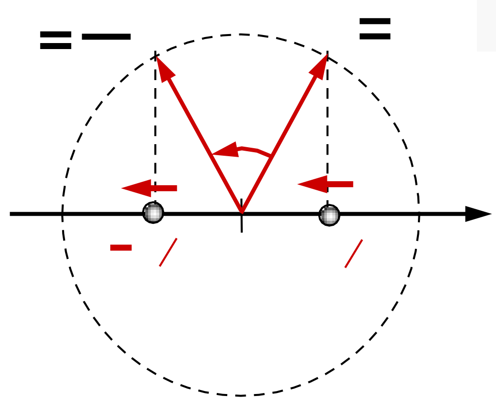
$=0.24$

$=\quad/\quad=\quad/$

$=\quad/$



$=0.24\cos\quad-\quad-$

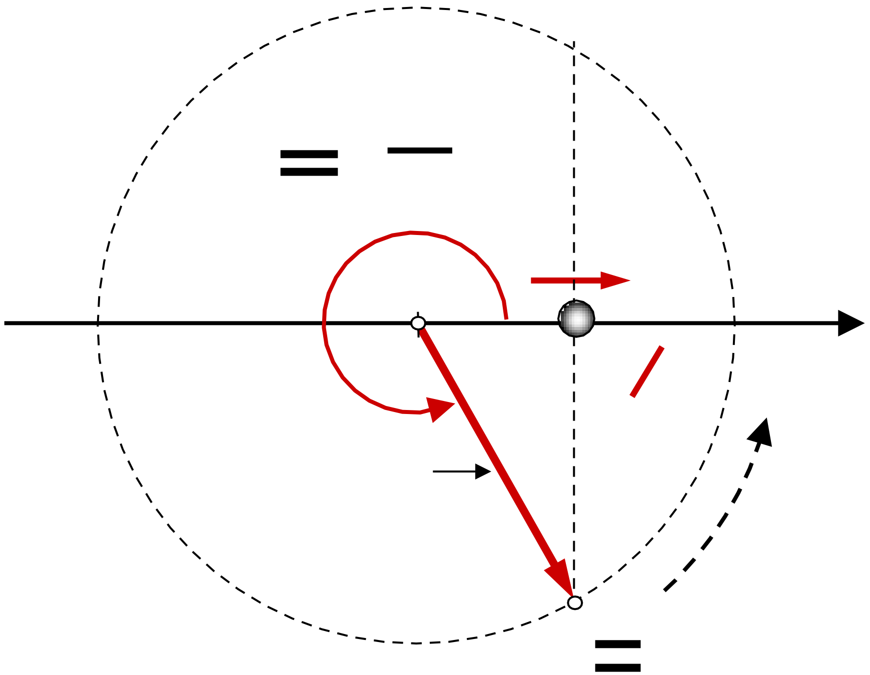


$_{\min}=-=-=-$

看初始条件画旋转矢量图

已知　　　　　　　=　　　　　　=—　沿　　正向运动

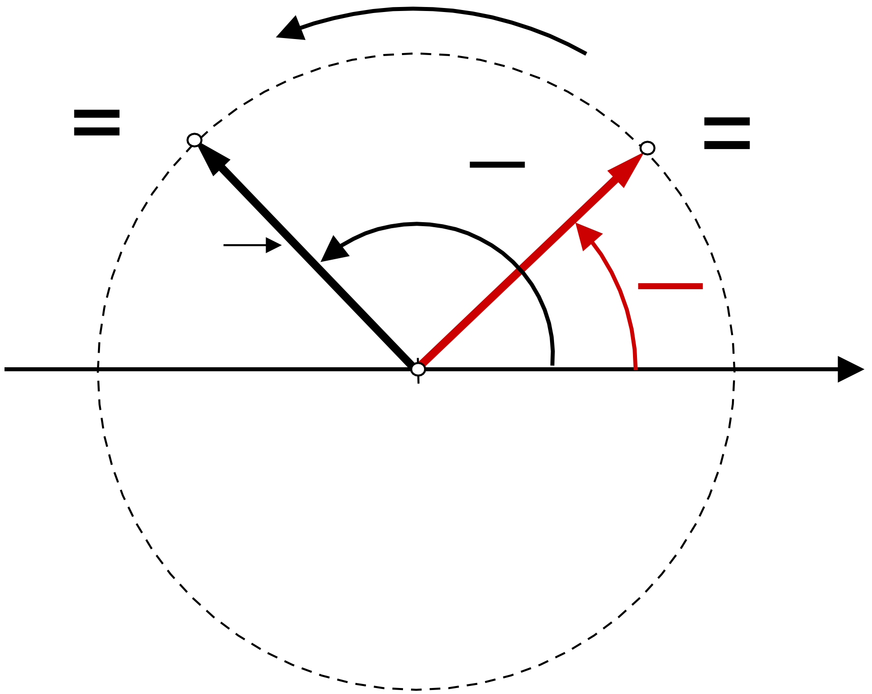
试画出旋转矢量图



看旋转矢量图写方程

已知

$=$ cm



由图可判断

$=$ rad · $^{-}$

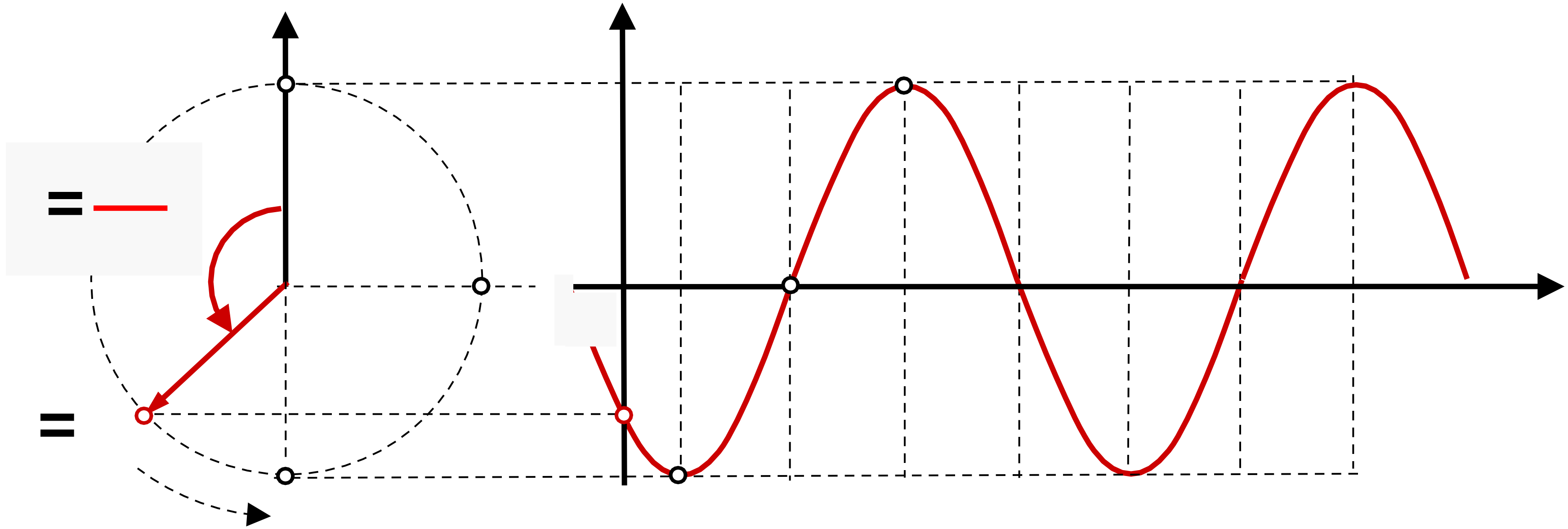
$=$ /

$= 0.02\cos$ —

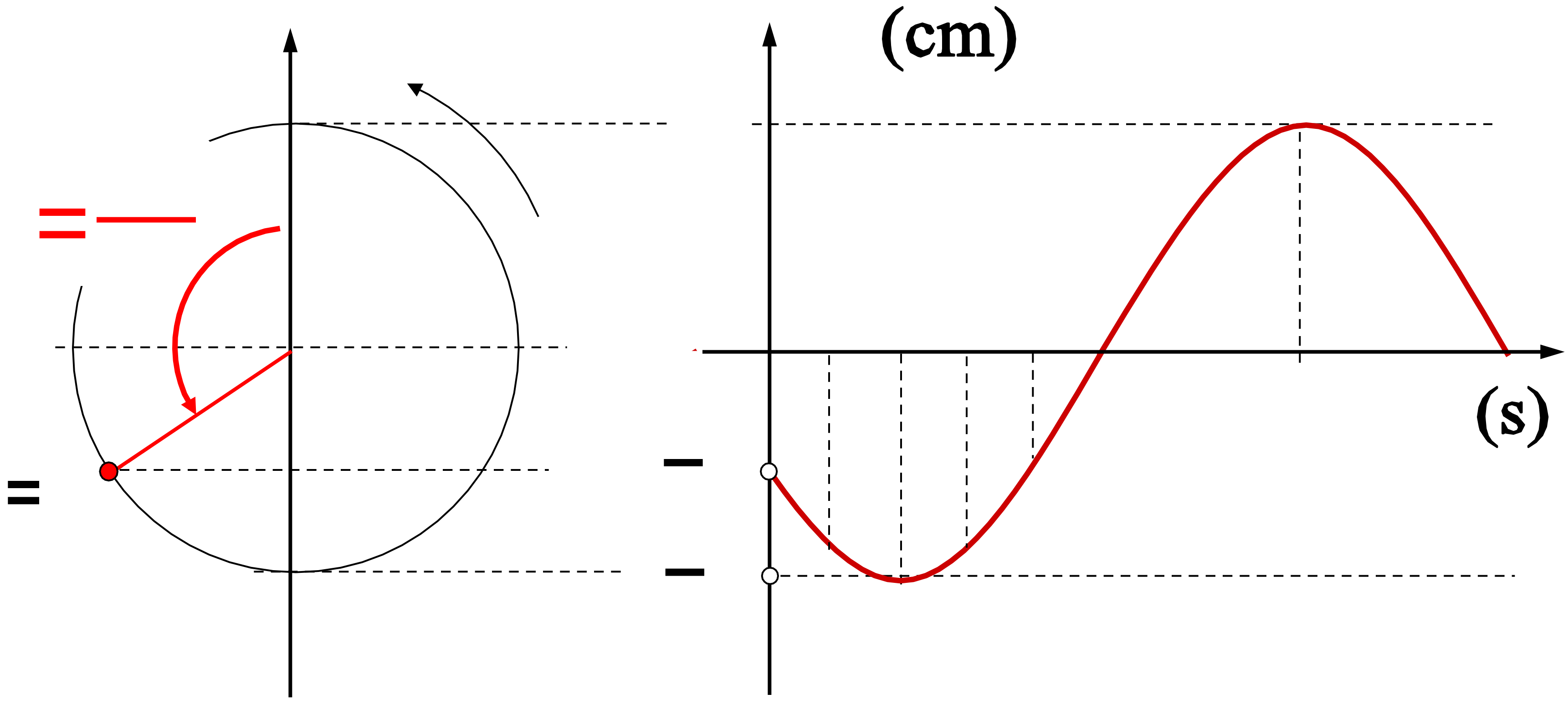
看方程画 — 图线

已知 = cos —

试画出 — 图线



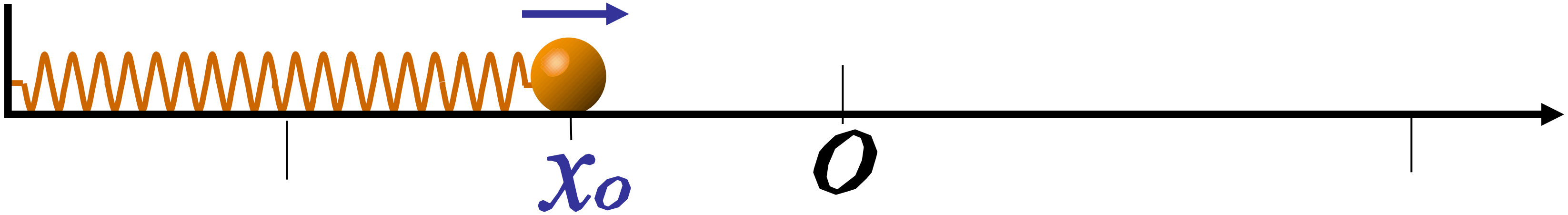
看 – 图线写方程



12 =　　　　=—　　　　= / =—

= cos —　　—　cm

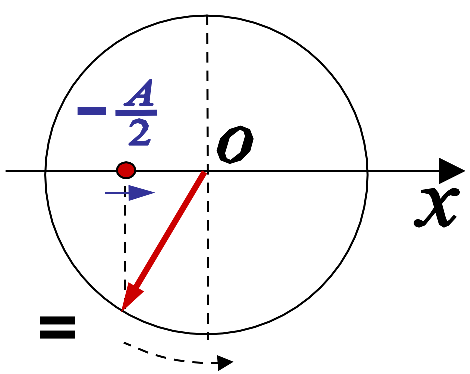
已知 V_o a_o 简谐运动动方程



$x_o = -A/2$ $V_o = \sqrt{\ }$ m /s $a_o = 20$ m /s

解法提要

$_o = -$ $--$



$V_o = -\ A\sin\ _o = \ A\sqrt{\ }/2$

$a_o = -\ x_o = \ A/2$

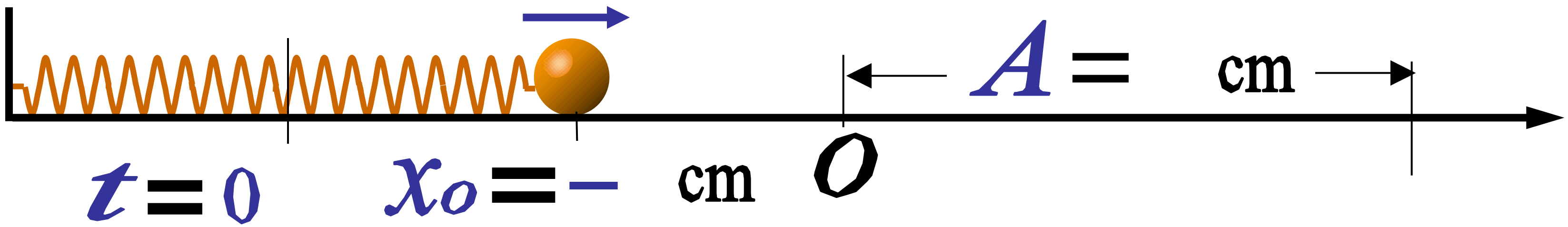
联立解得 $a_o/V_o = \ /\sqrt{\ }$

$= a_o\sqrt{\ }/V_o = 10$ rad/s

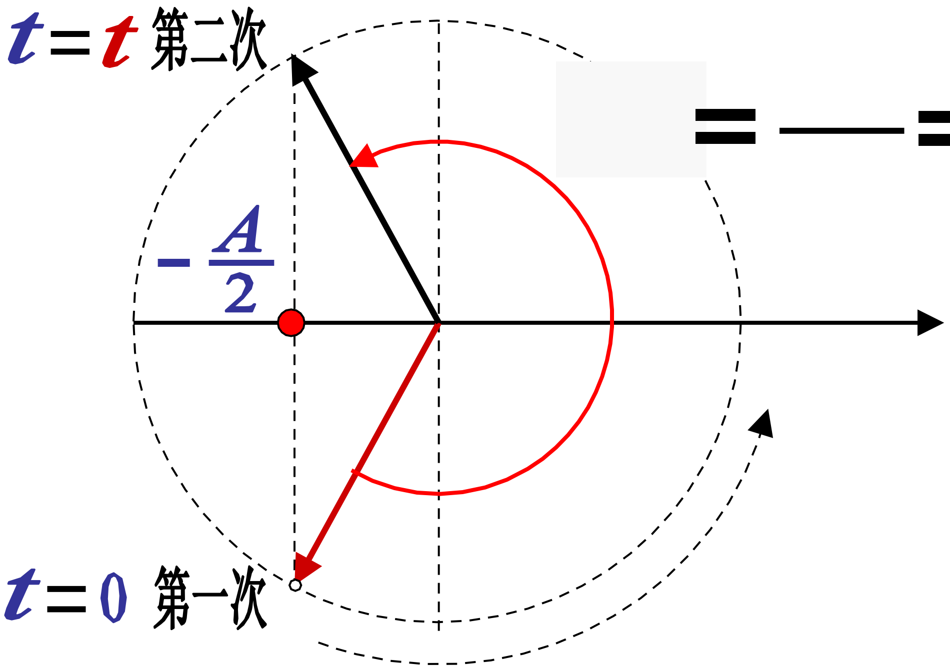
$A = 2a_o/\ = 0.4$ m

运动方程 $= 0.4\cos\ 10\ -\ —$

已知 =



第二次通过 x = − cm 的时刻

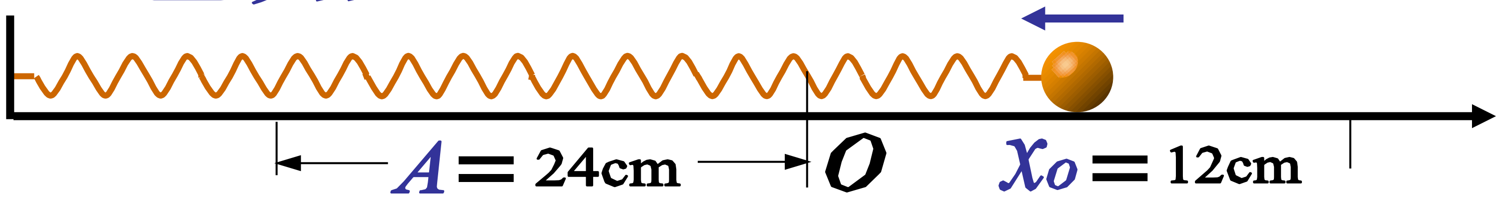


= = =

=

= =

已知 $= 0.25\text{Hz}$

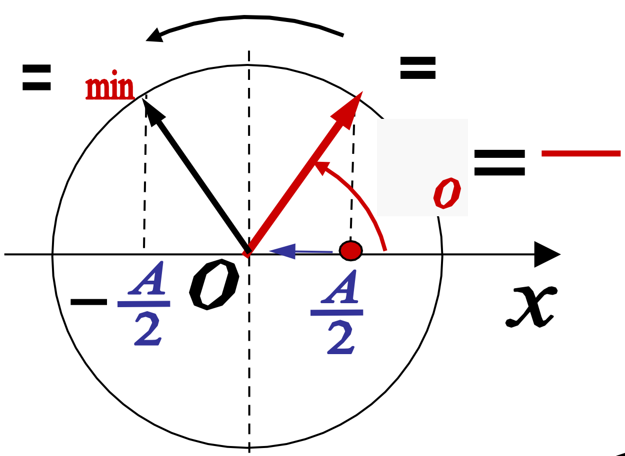


运动方程 $x_0 \to -A/2$ 所需 min

到达 $-A/2$ 时的 V

解法提要 $=$ $=$ / rad/s 运动方程：

$= 0.24\cos$ — + —



$A/$ $\to -A/$ min $=$ /

min $=$ / $=$ / / $=$ —

$= -$ { $= -\ A\sin$ $= -0.326\ \text{m/s}$

$= -$ $= 0.29\ \text{m/s}$

6 - 2

简谐运动的动力学特征

kinetic characteristic of simple harmonic motion

一、简谐运动的动力学方程

简谐运动的动力学方程

$$\boxed{\quad = \quad = \quad \frac{\quad}{\quad} = - \quad}$$

$$= -$$

$$- \qquad = - \qquad = \sqrt{\frac{\quad}{\quad}}$$

简谐运动的动力学微分方程

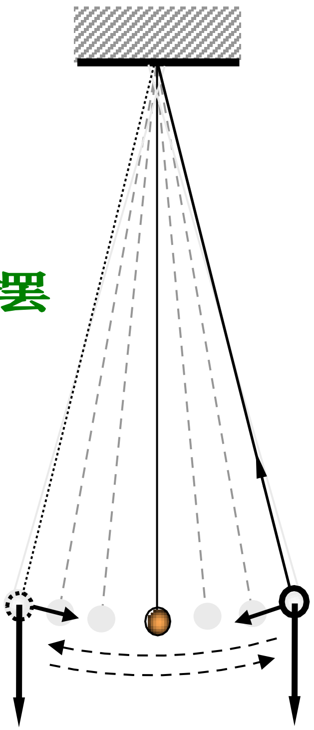
$$\boxed{\quad \frac{\quad}{\quad} \quad = \quad}$$

这一微分方程通解的三角函数形式为 $= \cos$

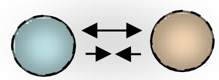
二、 准弹性力

自身不是弹性力,但在某种场合中却起着弹性力作用的力,称为准弹性力。

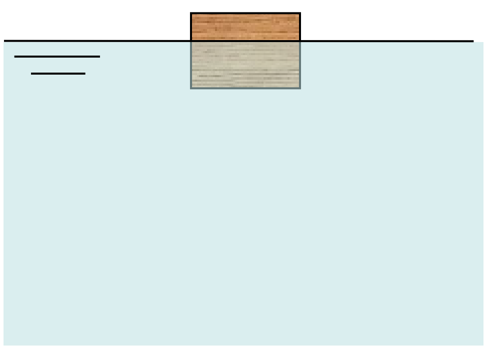
例如



单摆



分子振动



浮动

三、 简谐运动的能量

振动系统：如 水平弹簧振子 振子质量 弹簧劲度 振动角频率 $=\sqrt{}$

简谐运动方程 $=$ cos

振子运动速度 $=-$ sin

系统的 动能 $=-$ $=-$ sin

系统的 势能 $=-$ $=-$ cos

（以x=0处为零势点）

系统的 机械能 $\boxed{= \quad =- \quad A \quad =- \quad A}$

、 均随时间而变且能量相互转换 { 变到最大时 变为零；变到最大时 变为零

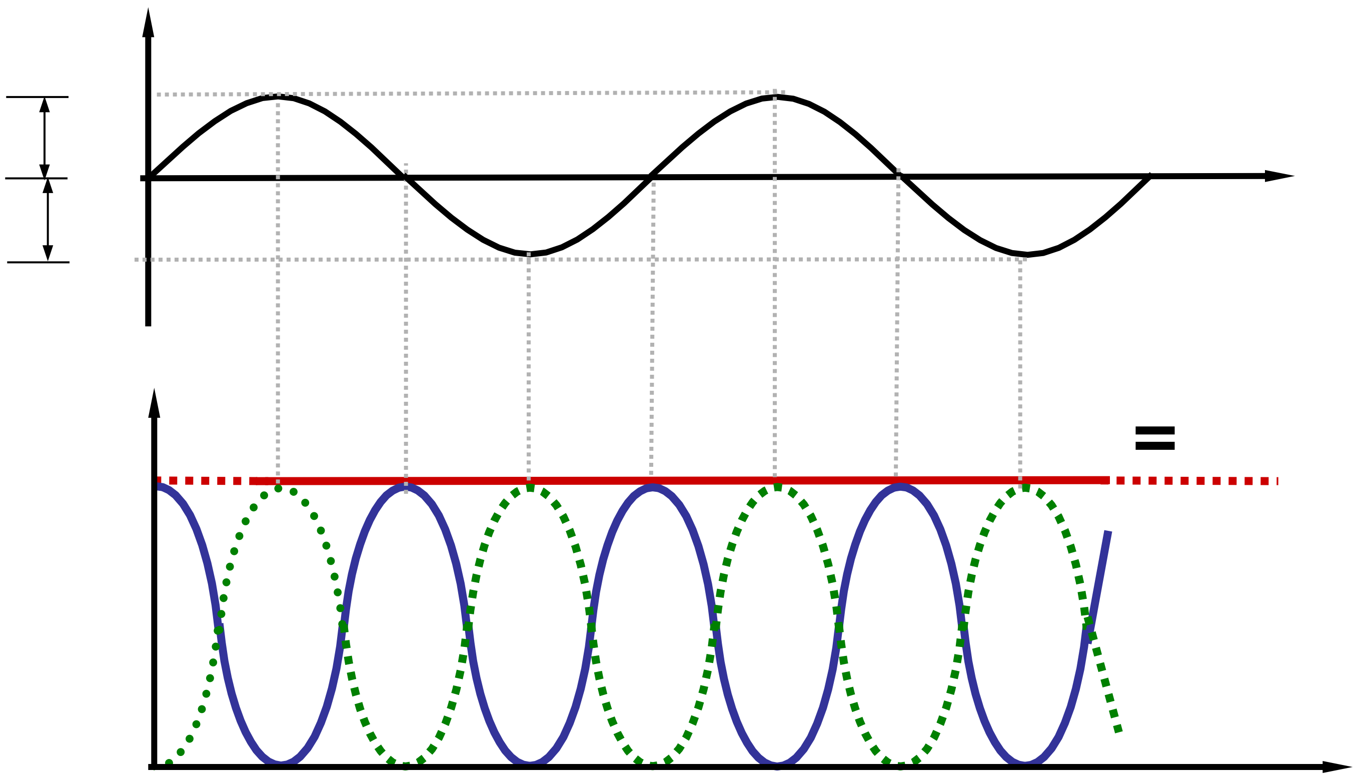
系统的机械能 守恒。 及 A

简谐运动方程 = cos

系统的 动能 = — = — sin

势能 = — = — cos

机械能 = = — = —



系统的**机械能** $= \qquad = - \qquad A = - \qquad A$

$' = \qquad ' = \qquad ' = \underline{\qquad\qquad}$

方法一： $' = - \qquad =$

方法二： 注意到 $= \sqrt{\overline{\qquad}}$

$' = - \times \qquad \overline{\qquad}$

$= - \qquad \times \qquad =$

系统的 **机械能** $= \quad = — \quad A$ $= —$

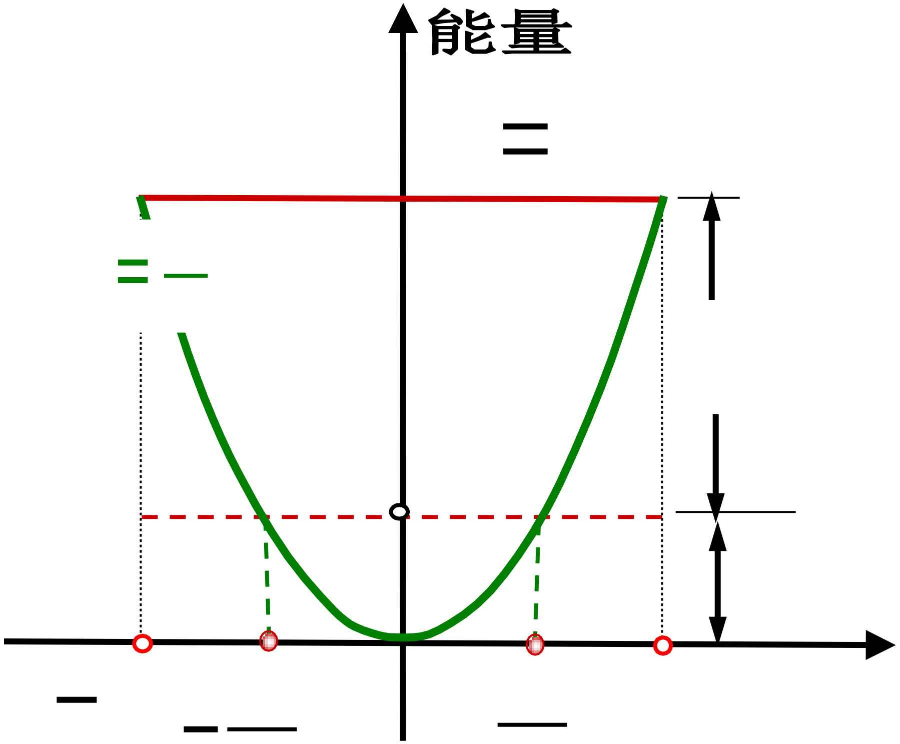
$= \quad /$ $= \_\_\_\_\_\_$

$=$ —

$=$ — —— ——

$=$ — ——

$=$ ——



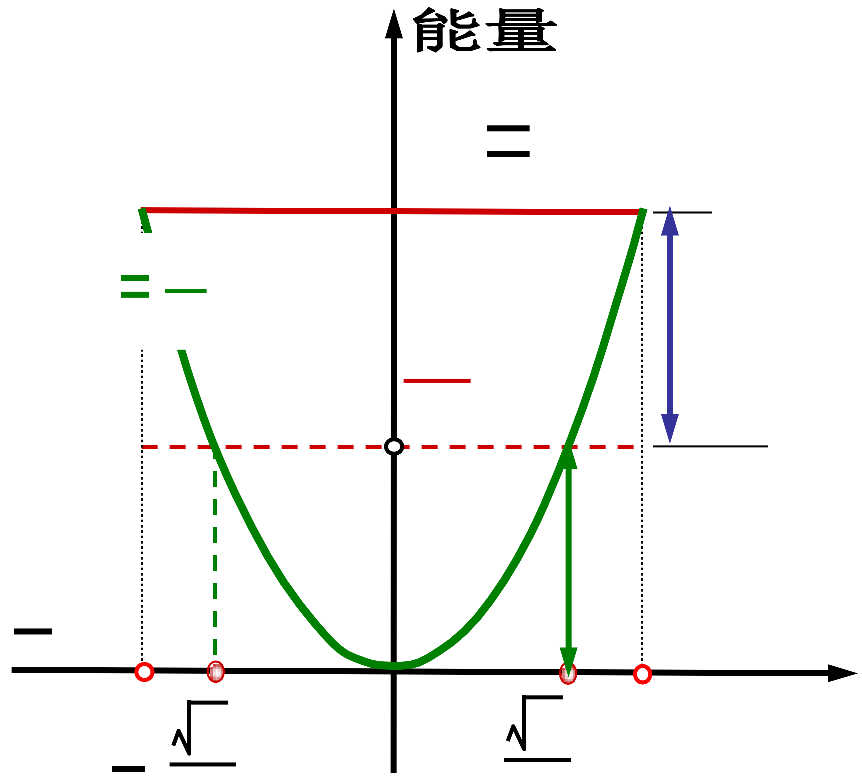
系统的机械能 $\boxed{= \qquad = - \quad A}$ $= -$

$=$ $= \underline{\qquad}$

$= -$

$= \; / \quad = - \quad /$

$= -\dfrac{\sqrt{\quad}}{\quad}$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/827151160116006102