2023-2024学年上海市闵行区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列命题中，真命题是（　　）

A．两个直角三角形一定相似　　B．两个等腰三角形一定相似

C．两个钝角三角形一定相似　　D．两个等边三角形一定相似

2.（4 分）在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝3，AC＝2，那么 cosA 的值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

3.（4 分）下列说法错误的是（　　）

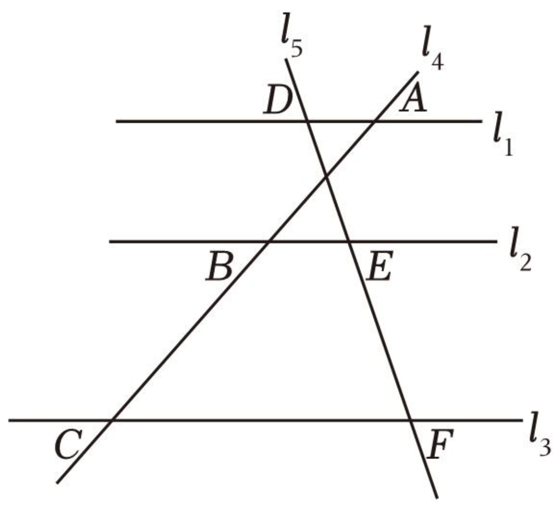
A．如果$\vec{a}$与$\vec{b}$都是单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$

B．如果$k\vec{a}=\vec{0}$，那么 k＝0 或$\vec{a}=\vec{0}$

C．如果$\vec{a}=-3\vec{b}$（$\vec{b}$为非零向量），那么$\vec{a}+3\vec{b}=0$

D．如果$\vec{a}+\vec{b}=2\vec{c}$，$\vec{a}-\vec{b}=3\vec{c}$（$\vec{c}$为非零向量），那么$\vec{a}$与$\vec{b}$平行

4.（4 分）如图，已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$，直线 l_1，l_2，l_3 分别交直线 l_4 于点 A、B、C，交直线 l_5 于点 D、E、F，那么下列比例式正确的是（　　）



A．$\frac{AC}{BC}=\frac{DF}{EF}$　　B．$\frac{AB}{DE}=\frac{BE}{AD}$　　C．$\frac{AB}{BC}=\frac{DF}{EF}$　　D．$\frac{DF}{EF}=\frac{CF}{BE}$

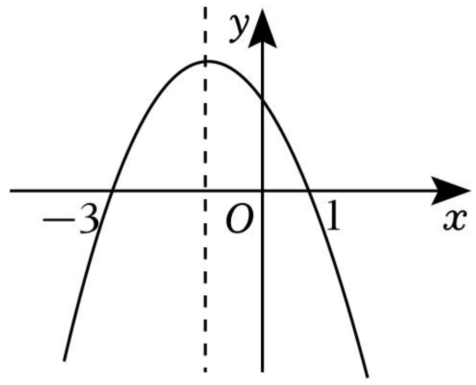
5.（4 分）已知二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x$，下列关于函数图象的说法正确的是（　　）

A．对称轴是直线 x＝－1　　B．图象经过原点

C．开口向上　　D．图象有最低点

6.（4 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象经过（1，0），（－3，0），如果实数 P 表示 9a－3b+c 的值，实数 Q 表示－a－b 的值，那么 P、Q

的大小关系为（　　）



A．P＞Q　　　　B．P＝Q　　　　C．P＜Q　　　　D．无法确定

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

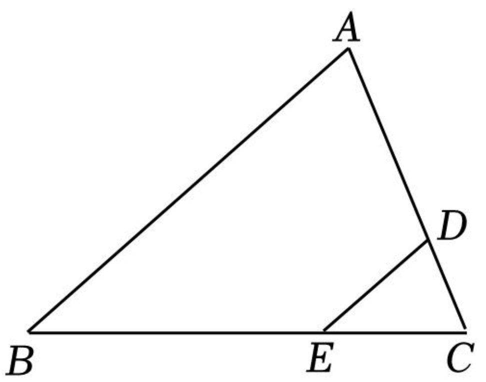
7.（4 分）计算：$1^0\times2^{-1}$＝____________.

8.（4 分）已知$\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$，那么$\frac{a+b}{b}$＝____________.

9.（4 分）计算：$(\vec{a}+\vec{b})-(\frac{7}{2}\vec{a}-2\vec{b})$＝____________.

10.（4 分）在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，如果 $\tan B$＝2，BC＝2，那么 AC＝______.

11.（4 分）如图，在△ABC 中，点 D 在边 AC 上，点 E 在边 BC 上，DE∥AB，AD：AC＝2：3，那么$\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{梯形ABED}}$的值为 ____________.



12.（4 分）将抛物线 $y=x^2+4x$ 向上平移 2 个单位，平移后的抛物线的顶点坐标是 __________.

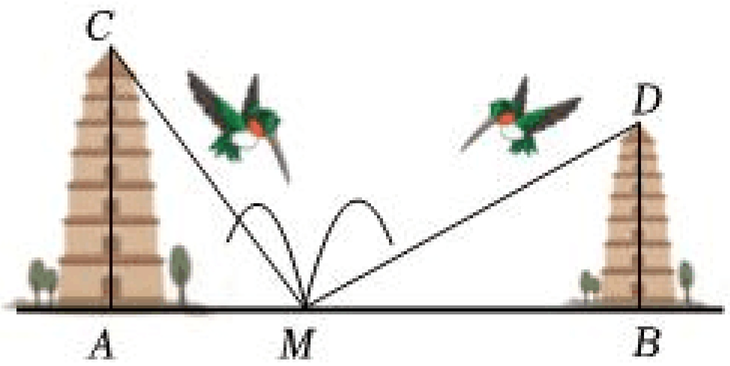
13.（4 分）抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-4$，如果点 A（0，y_1）、B（1，y_2）在此抛物线上，那么 y_1______y_2.（填“＞”、“＝”或“＜”）

14.（4 分）小明沿斜坡坡面向上前进了 5 米，垂直高度上升了 1 米，那么这个斜坡的坡比是 ____________.

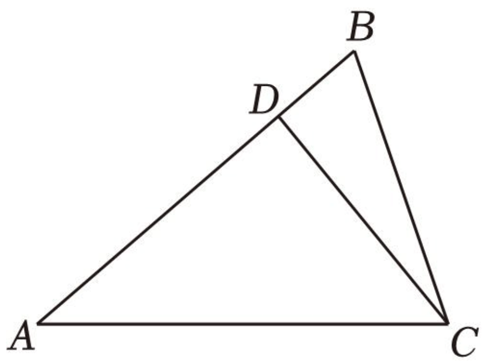
15.（4 分）已知反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$，如果 $x_1<x_2<0$，$0<y_1<y_2$，那么 k ______ 0.（填“＞”或“＜”）

16.（4 分）“二鸟饮泉”问题中记载：“两塔高分别为 30 步和 20 步．两塔之间有喷泉，两

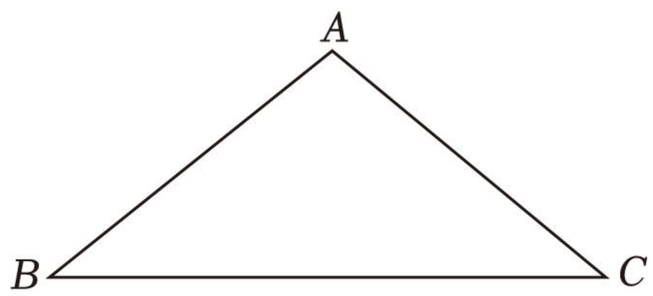
鸟从两塔顶同时出发，以相同速度沿直线飞往喷泉中心，同时抵达．喷泉与两塔在同一平面内，求两塔之间的距离．”如图，已知 $AC\perp AB$，$BD\perp AB$，M 是 AB 上一点，$CM=DM$，在 C 处测得点 M 的俯角为 60°，$AC=30$，$BD=20$，那么 $AB=$_______________________.



17.（4 分）新定义：如果等腰三角形腰上的中线与腰的比值为黄金分割数（黄金数），那么称这个等腰三角形为“精准三角形”．如图，△ABC 是“精准三角形”，$AB=AC=2$，$CD\perp AB$，垂足为点 D，那么 BD 的长度为 _______________________.



18.（4 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\tan C=\frac{3}{4}$，点 D 为边 BC 上的点，联结 AD，将△ABD 沿 AD 翻折，点 B 落在平面内点 E 处，边 AE 交边 BC 于点 F，联结 CE，如果 $AF=3FE$，那么 $\tan\angle BCE$ 的值为 _____________________.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

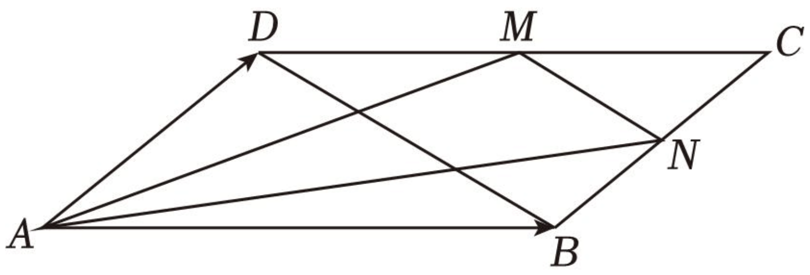
19.（10 分）计算：$\sin30^\circ-\cot60^\circ+8^{\frac{1}{3}}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

20.（10 分）如图，在平行四边形 ABCD 中，点 M，N 分别是边 DC、BC 的中点，设 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$.

（1）$\overrightarrow{DB}=$____________，$\overrightarrow{MN}=$____________；（用含有向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 的式子表示）

（2）在图中画出 $\overrightarrow{AN}$ 在向量 $\overrightarrow{a}$ 和 $\overrightarrow{b}$ 方向上的分向量．（不要求写作法，但要保留作图痕迹，

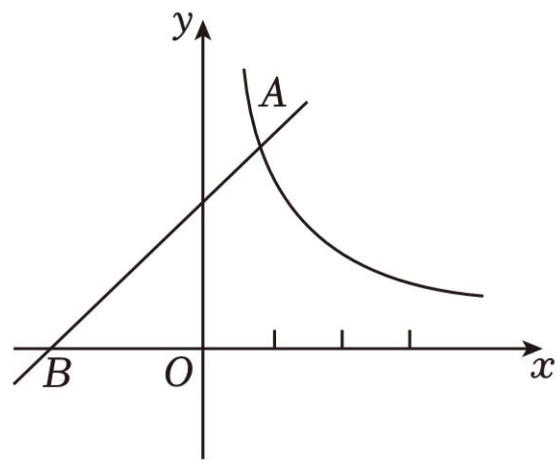
并写明结论）



21.（10 分）如图，在坐标平面 xOy 中，一次函数 $y=x+2$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象交于点 A（a，3），与 x 轴交于点 B．

（1）求这个反比例函数的解析式；

（2）过点 A 作 AC ⊥x 轴，垂足为点 C，将一次函数图象向右平移，且经过点 C，求平移后的一次函数的解析式．

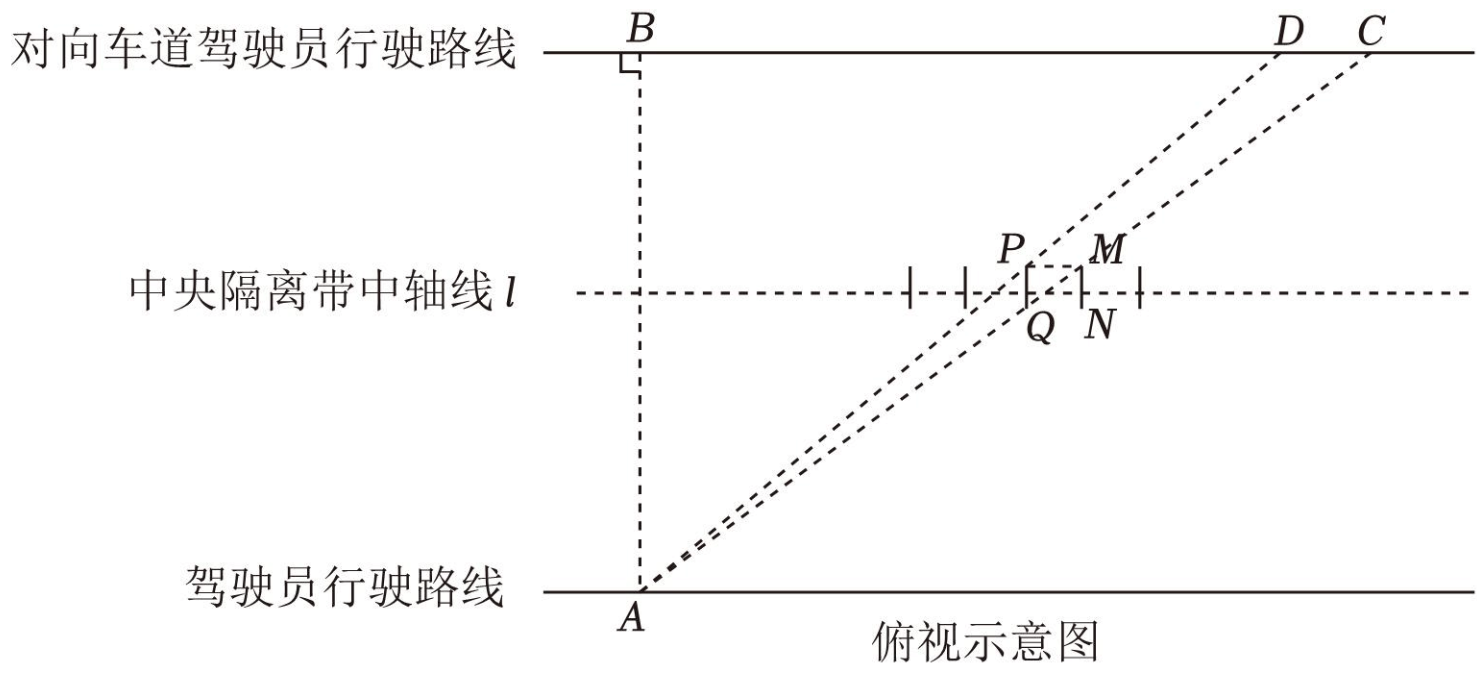


22.（10 分）诱发高速公路夜间行车安全事故的一个重要原因是眩光现象．夜间会车时，对向车辆车灯的强光射向驾驶员，存在安全隐患．目前主要措施是设置防眩装置遮挡车辆灯光，避免强光射向对向车道的驾驶员．

如图所示，一条东西方向的双向笔直道路，中央隔离带中轴线 l 垂直平分每块遮光板，遮光板宽度是 0.2米，即 PQ ＝MN ＝0.2米．一辆摩托车自西向东行驶，车灯位于点 A 时，车灯发出的光线 AC 经过相邻 2 个遮光板外侧的点 Q 和点 M，光线 AD 经过遮光板外侧的点 P，点 D 和点 C 在对向车道驾驶员行驶路线上．AB ⊥DC 于点 B，两侧驾驶员行驶路线之间的距离 AB ＝4 米，光线和行驶路线的夹角∠BDA ＝11.4°，点 A，B，C，D，P，Q，M，N 在同一平面内．（参考数据：$\tan 11.4^{\circ}\approx\frac{1}{5}$）

（1）BD 的长度是多少米？

（2）相邻遮光板的距离 PM 是多少米？

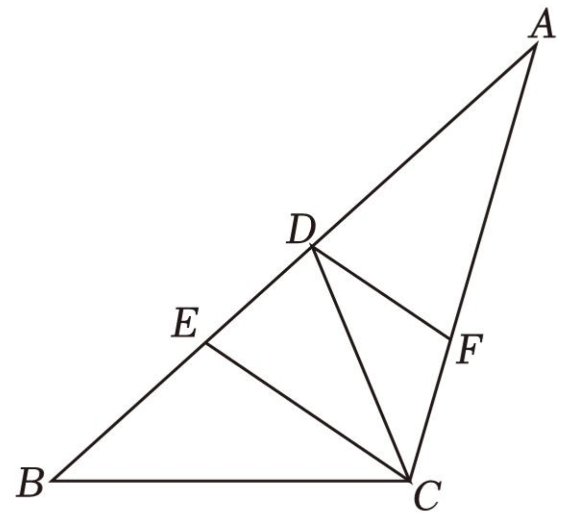


俯视示意图

23.（12 分）如图，在△ABC 中，点 D、E 在边 AB 上，$AC^2=AD\cdot AB$，AC＝AE，过点 D 作 DF∥CE 交边 AC 于点 F.

（1）求证：△ACD ∽△ABC；

（2）求证：AE•EB＝AB•FC.



24.（12 分）

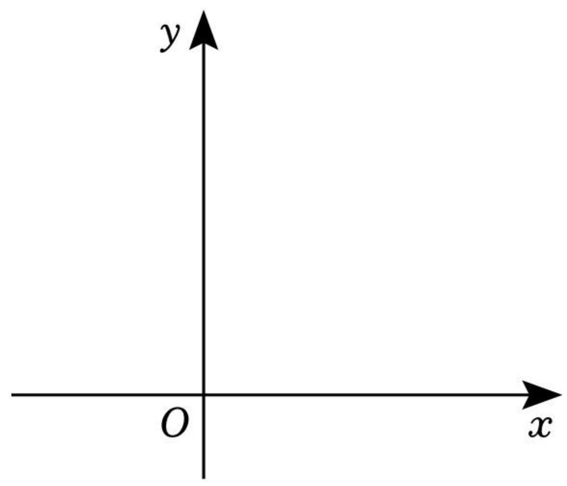
如果两个二次函数图象的形状相同，开口方向相同，那么它们的二次项系数相等； 如果两个二次函数图象的形状相同，开口方向相反，那么它们的二次项系数是互为相反数.

已知，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为（8，0），点 B 的坐标为（0，6）. 抛物线 C_1：$y=-ax^2+2x$ 上有一点 P，以点 P 为顶点的抛物线 C_2 经过点 B（点 P 与点 B 不重合），抛物线 C_1 和 C_2 形状相同，开口方向相反.

（1）当抛物线 C_1 经过点 A 时，求抛物线 C_1 的表达式；

（2）求抛物线 C_2 的对称轴；

（3）当 $a<0$ 时，设抛物线 C_1 的顶点为 Q，抛物线 C_2 的对称轴与 x 轴的交点为 F，联结 PQ、QO、FQ，求证：QO 平分∠PQF.



25.（14 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB ＝90°，以 AC，BC 为边在△ABC 外部作等边三角形 ACE 和等边三角形 BCF，且联结 EF．

（1）如图 1，联结 AF，EB，求证：△ECB ≌△ACF；

（2）如图 2，延长 AC 交线段 EF 于点 M．

① 当点 M 为线段 EF 中点时，求$\frac{AC}{BC}$的值；

② 请用直尺和圆规在直线 AB 上方作等边三角形 ABD（不要求写作法，保留作图痕迹，并写明结论），当点 M 在△ABD 的内部时，求$\frac{AC}{BC}$的取值范围.

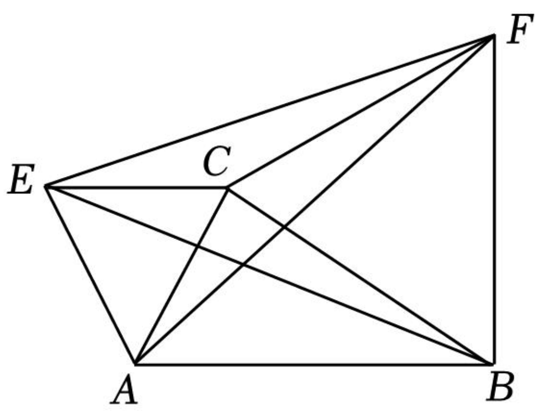


图1

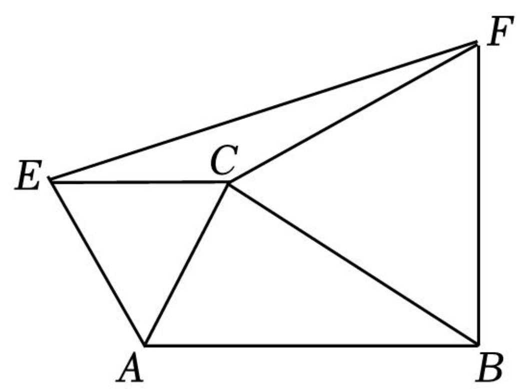
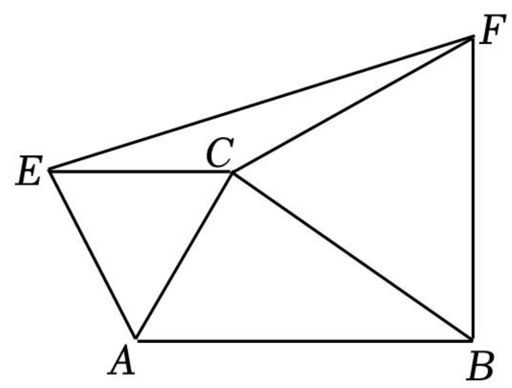


图2



备用图

2023-2024学年上海市闵行区九年级（上）期末数学试卷（一模）

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列命题中，真命题是（　　）

A．两个直角三角形一定相似

B．两个等腰三角形一定相似

C．两个钝角三角形一定相似

D．两个等边三角形一定相似

【分析】根据相似三角形的判定定理对各个选项进行分析即可．

【解答】解：A，不正确，不符合三角形相似的判定方法，是假命题，不符合题意；

B，不正确，没有指明相等的角或边的比例，是假命题，不符合题意；

C，不正确，没有指明另一个锐角或边的比例，是假命题，不符合题意；

D，正确，等边三角形的三个角均相等，能通过有两个角相等的三角形相似来判定，是真命题，符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查命题和定理，三角形相似的判定，正确记忆相关内容是解题关键．

2.（4 分）在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=3$，$AC=2$，那么 $\cos A$ 的值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

【分析】根据直角三角形中余弦的定义 $\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}$计算即可．

【解答】解：根据题意，得 $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{2}{3}$，

故选：B．

【点评】本题考查锐角三角函数的定义，掌握在直角三角形中计算锐角三角函数的方法是本题的关键．

3.（4 分）下列说法错误的是（　　）

A．如果$\vec{a}$与$\vec{b}$都是单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$

B．如果$k\vec{a}=\vec{0}$，那么 $k=0$ 或$\vec{a}=\vec{0}$

C．如果$\vec{a}=-3\vec{b}$（$\vec{b}$为非零向量），那么$\vec{a}+3\vec{b}=0$

D．如果$\vec{a}+\vec{b}=2\vec{c}$，$\vec{a}-\vec{b}=3\vec{c}$（$\vec{c}$为非零向量），那么$\vec{a}$与$\vec{b}$平行

【分析】根据平面向量的运算法则逐一判断即可.

【解答】解：如果$\vec{a}$与$\vec{b}$都是单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，

故A选项正确，不符合题意；

如果$k\vec{a}=\vec{0}$，那么$k=0$或$\vec{a}=\vec{0}$，

故B选项正确，不符合题意；

如果$\vec{a}=-3\vec{b}$（$\vec{b}$为非零向量），那么$\vec{a}+3\vec{b}=\vec{0}$，

故C选项不正确，符合题意；

∵$\vec{a}+\vec{b}=2\vec{c}$，$\vec{a}-\vec{b}=3\vec{c}$（$\vec{c}$为非零向量），

∴$3(\vec{a}+\vec{b})=2(\vec{a}-\vec{b})$，

即$3\vec{a}+3\vec{b}=2\vec{a}-2\vec{b}$，

∴$\vec{a}=-5\vec{b}$，

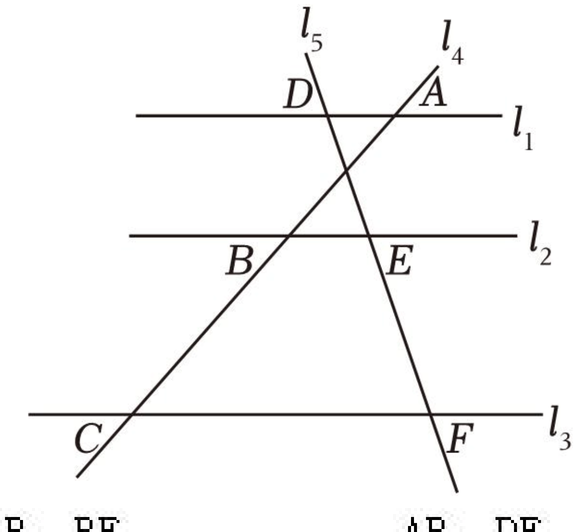
∴$\vec{a}$与$\vec{b}$平行.

故D选项正确，不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的运算法则是解答本题的关键.

4.（4分）如图，已知l_1∥l_2∥l_3，直线l_1，l_2，l_3分别交直线l_4于点A、B、C，交直线l_5于点D、E、F，那么下列比例式正确的是（　　）



A．$\frac{AC}{BC}=\frac{DF}{EF}$　　B．$\frac{AB}{DE}=\frac{BE}{AD}$　　C．$\frac{AB}{BC}=\frac{DF}{EF}$　　D．$\frac{DF}{EF}=\frac{CF}{BE}$

【分析】根据平行线分线段成比例定理列出比例式即可判断.

【解答】解：∵$l_1 // l_2 // l_3$，

∴$\frac{AC}{BC}=\frac{DF}{EF}$，A 选项符合题意；

$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$，B 选项不符合题意；

$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，C 选项不符合题意；

$\frac{DF}{EF}=\frac{AC}{BC}$，D 选项不符合题意；

故选：A．

【点评】本题考查的是平行线分线段成比例定理，灵活运用定理、找准对应关系是解题的关键．

5．（4 分）已知二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x$，下列关于函数图象的说法正确的是（　　）

A．对称轴是直线 $x=-1$　　B．图象经过原点

C．开口向上　　D．图象有最低点

【分析】依据题意，将二次函数解析式化为顶点式求解．

【解答】解：∵$y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$，

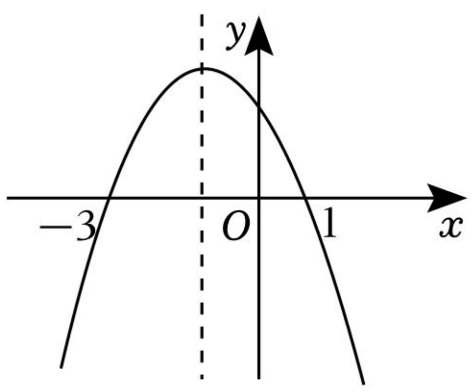
∴抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=1$，顶点坐标为（1，1），函数图象有最高点（1，1），

当 $x=0$ 时，$y=0$，即图象过原点．

故选：B．

【点评】本题主要考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系．

6．（4 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象经过（1，0），（－3，0），如果实数 P 表示 $9a-3b+c$ 的值，实数 Q 表示 $-a-b$ 的值，那么 P、Q 的大小关系为（　　）



A．P＞Q　　B．P＝Q　　C．P＜Q　　D．无法确定

【分析】根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象经过（1，0），（－3，0），得 $P=9a-3b+c=0$，对称轴为直线 $x=-1$，根据抛物线开口向下，得 $a<0$，$b<0$，所以 $Q=-a-b>0$，即可得出答案．

【解答】解：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象经过（1，0），（－3，0），

∴$P=9a-3b+c=0$，对称轴为直线 $x=\frac{-3+1}{2}=-1$，

∵抛物线开口向下，

∴$a<0$，

∵$-\frac{b}{2a}=-1$，

∴$b=2a<0$，

∴$Q=-a-b>0$，

∴$P<Q$．

故选：C．

【点评】本题考查了二次函数的图象和二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数图象与系数是解题的关键．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7．（4 分）计算：$1^0\times2^{-1}=$__$\frac{1}{2}$__．

【分析】根据零指数和负整数指数幂公式可解答．

【解答】解：$1^0\times2^{-1}=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$．

【点评】本题考查了零指数和负整数指数幂，掌握 $a^0=1$（$a\neq0$），$a^{-p}=$（$a\neq0$，p 为正整数）是解本题的关键．

8．（4 分）已知$\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$，那么$\frac{a+b}{b}=$__$\frac{4}{3}$__．

【分析】根据比例的性质“如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$”计算即可．

【解答】解：∵$\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$，

∴$\frac{a+b}{b}=\frac{1+3}{3}$，

∴$\frac{a+b}{b}=\frac{4}{3}$．

故答案为：$\frac{4}{3}$

【点评】本题考查比例的性质，理解并灵活运用它是本题的关键．

9.（4 分）计算：$(\vec{a}+\vec{b})-(\frac{7}{2}\vec{a}-2\vec{b})$=__ $-\frac{5}{2}\vec{a}+3\vec{b}$__.

【分析】根据平面向量的运算法则计算即可.

【解答】解：$(\vec{a}+\vec{b})-(\frac{7}{2}\vec{a}-2\vec{b})$

$=\vec{a}+\vec{b}-\frac{7}{2}\vec{a}+2\vec{b}$

$=\vec{a}-\frac{7}{2}\vec{a}+\vec{b}+2\vec{b}$

$=-\frac{5}{2}\vec{a}+3\vec{b}$.

故答案为：$-\frac{5}{2}\vec{a}+3\vec{b}$.

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

10.（4 分）在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，如果 tanB＝2，BC＝2，那么 AC＝__4__.

【分析】利用正切的定义计算即可.

【解答】解：∵$\tan B=\frac{AC}{BC}=2$，

∴AC＝2BC，

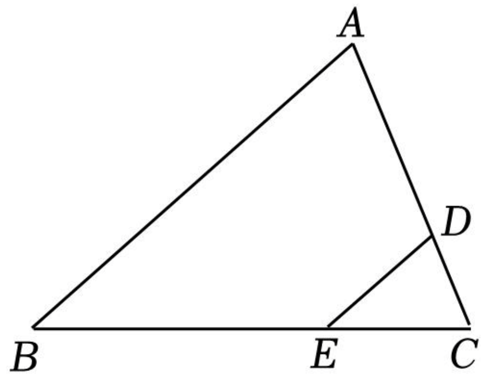
∵BC＝2，

∴AC＝4，

故答案为：4.

【点评】本题考查锐角三角函数的定义，熟练掌握并灵活运用各锐角三角函数的定义是解题的关键.

11.（4 分）如图，在△ABC 中，点 D 在边 AC 上，点 E 在边 BC 上，DE∥AB，AD：AC＝2：3，那么$\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{梯形ABED}}$的值为 __$\frac{1}{8}$__.



【分析】根据平行线可推出△ADE∽△ABC，依据面积比等于相似比的平方进行解答即可.

【解答】解：∵DE∥BC，

∴△ADE ∽△ABC，

∵AD：AC＝2：3，

∴CD：AC＝1：3，

∴$\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle CAB}}=\frac{1}{9}$，

∴$\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{梯形ABED}}=\frac{1}{8}$，

故答案为：$\frac{1}{8}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定及性质，熟记面积比等于相似比的平方是解题的关键.

12.（4分）将抛物线 $y=x^2+4x$ 向上平移2个单位，平移后的抛物线的顶点坐标是 __（－2，－2）__.

【分析】依据题意，直接利用抛物线平移规律：上加下减，左加右减进而得出平移后的解析式，即可得出顶点坐标.

【解答】解：∵将抛物线 $y=x^2+4x=(x+2)^2-4$ 向上平移2个单位，

∴平移后的抛物线的解析式为：$y=(x+2)^2-4+2=(x+2)^2-2$.

∴平移后的抛物线的顶点坐标为：（－2，－2）.

故答案为：（－2，－2）.

【点评】本题主要考查了二次函数图象的平移变换，解题时要熟练掌握并能正确理解平移规律是关键.

13.（4分）抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-4$，如果点A（0，y_1）、B（1，y_2）在此抛物线上，那么 y_1 __<__ y_2.（填“>”、“=”或“<”）

【分析】依据题意，首先利用对称轴和二次项系数的符号确定增减性，然后写出答案即可.

【解答】解：∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-4$，$a=1>0$，

∴当 $x>-4$ 时，y随着x的增大而增大.

∵ $-4<0<1$，

∴$y_1<y_2$.

故答案为：<.

【点评】本题主要考查了二次函数的性质，解题时要熟练掌握并能理解函数的增减性是关键.

14.（4分）小明沿斜坡坡面向上前进了5米，垂直高度上升了1米，那么这个斜坡的坡比是 __1：$2\sqrt{6}$__.

【分析】由勾股定理求出小明行走的水平距离，由坡比的定义即可计算.

【解答】解：由勾股定理得：小明行走的水平距离是$\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$（米），

∴这个斜坡的坡比 $i=1$：$2\sqrt{6}$.

故答案为：1：$2\sqrt{6}$.

【点评】本题考查解直角三角形的应用－坡度坡角，关键是掌握斜坡的坡比的定义.

15.（4分）已知反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$，如果$x_1<x_2<0$，$0<y_1<y_2$，那么k __<__ 0.（填“>”或“<”）

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征可确定k的符号.

【解答】解：∵$x_1<x_2<0$，$0<y_1<y_2$，

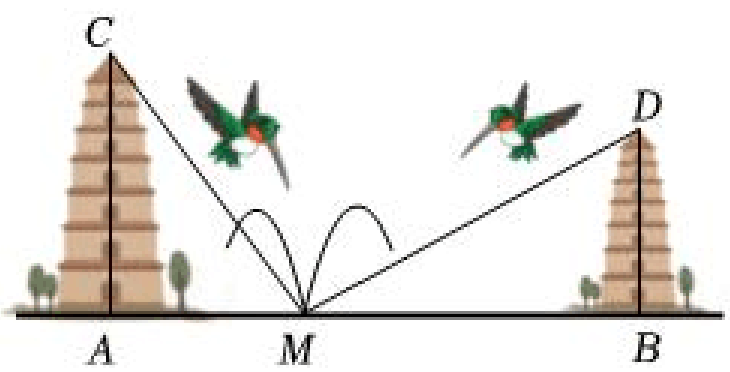
∴点（x_1，y_1）和点（x_2，y_2）在第二象限，

∴$k<0$.

故答案为：<.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征和图象与k的关系，先根据题意判断出函数的图象所在的象限是解题的关键.

16.（4分）“二鸟饮泉”问题中记载：“两塔高分别为30步和20步．两塔之间有喷泉，两鸟从两塔顶同时出发，以相同速度沿直线飞往喷泉中心，同时抵达．喷泉与两塔在同一平面内，求两塔之间的距离.”如图，已知AC ⊥AB，BD ⊥AB，M 是AB 上一点，CM ＝DM ，在C 处测得点M 的俯角为60°，AC ＝30，BD ＝20，那么AB ＝__$10\sqrt{3}+20\sqrt{2}$__.



【分析】先解Rt△AMC ，求出AM 和CM ，再由DM ＝CM ，利用勾股定理求出BM 即可解决问题.

【解答】解：由题知，