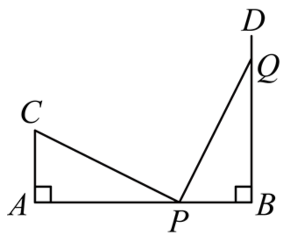
备战 2023-2024 学年八年级数学上学期期末真题分类汇编（苏科版）

专题 09 填空压轴题（精选真题 60 道）

一、填空题

1．（2016 上·江苏镇江·八年级阶段练习）如图，$AB=12\text{cm}$，$CA\perp AB$于 A，$DB\perp AB$于 B，且 $AC=4\text{cm}$，P 点从 B 向 A 运动，速度为1cm/s，Q 点从 B 向 D 运动，速度为2cm/s，P、Q 两点同时出发，则经过________s 后，$\triangle CAP$与$\triangle PQB$全等．



【答案】4

【分析】设运动x分钟后$\triangle CAP$与$\triangle PQB$全等；分两种情况：①若$BP=AC$，则$x=4$，此时$AP=BQ$，$\triangle CAP\cong\triangle PBQ(\text{SAS})$；②若$BP=AP$，则$12-x=x$，得出$x=6$，$BQ=12(\text{cm})\neq AC$，即可得出结果．

【详解】解：$\because CA\perp AB$于A，$DB\perp AB$于B，

$\therefore\angle A=\angle B=90^\circ$，

设运动xs后$\triangle CAP$与$\triangle PQB$全等；

由题意得：$BP=x\text{cm}$，$BQ=2x\text{cm}$，则$AP=(12-x)\text{cm}$，

分两种情况：

①若$BP=AC$，则$x=4$，

$AP=12-4=8$，$BQ=8$，$AP=BQ$，

$\therefore\triangle CAP\cong\triangle PBQ(\text{SAS})$；

②若$BP=AP$，则$12-x=x$，

解得：$x=6$，$BQ=12(\mathrm{cm})\neq AC$，

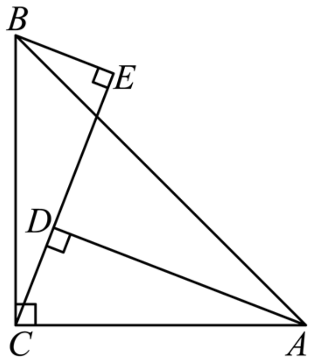
此时$\triangle CAP$与$\triangle PQB$不全等；

综上所述：运动$4\mathrm{s}$后$\triangle CAP$与$\triangle PQB$全等；

故答案为：4．

【点睛】本题考查了三角形全等的判定方法，正确理解题意、合理分类讨论是关键．

2．（2022上·江苏南通·八年级统考期末）如图，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=BC$，$AD\perp CE$，$BE\perp CE$，垂足分别为D，E，$AD=11$，$DE=7$，则BE的长为_____．



【答案】4

【分析】根据条件可以得出$\angle E=\angle ADC=90^{\circ}$，进而得出$\triangle CEB\cong\triangle ADC$，就可以得出$BE=CD$，$AD=CE=10$，即可求解．

【详解】解：$\because BE\perp CE$，$AD\perp CE$，

$\therefore\angle E=\angle ADC=90^{\circ}$，

$\therefore\angle EBC+\angle BCE=90^{\circ}$，

$\because\angle BCE+\angle ACD=90^{\circ}$，

$\therefore\angle EBC=\angle DCA$，

在$\triangle CEB$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases}\angle E=\angle ADC\\ \angle EBC=\angle ACD\\ BC=AC\end{cases}，$$

$\therefore \triangle CEB \cong \triangle ADC(\mathrm{AAS})$,

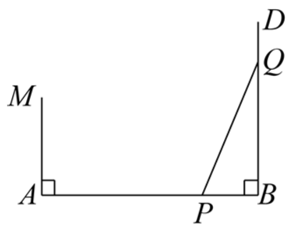
$\therefore BE = CD$, $AD = CE = 11$,

$\therefore BE = CD = CE - DE = 11 - 7 = 4$.

故答案为：4．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定及性质，直角三角形的性质的运用，解答时证明三角形全等是关键．

3．（2023上·江苏南通·八年级统考期末）如图，已知线段$AB = 20\mathrm{m}$，$MA \perp AB$于点A，$MA = 6\mathrm{m}$，射线$BD \perp AB$于B，P点从B点向A运动，每秒走1m，Q点从B点向D运动，每秒走3m，P，Q同时从B出发，则出发_________秒后，在线段MA上有一点C，使$\triangle CAP$与$\triangle PBQ$全等．



【答案】5

【分析】分两种情况考虑：当$\triangle APC \cong \triangle BQP$时与当$\triangle APC \cong \triangle BPQ$时，根据全等三角形的性质即可确定出时间．

【详解】解：当$\triangle APC \cong \triangle BQP$时，$AP = BQ$，即$20 - x = 3x$，

解得：$x = 5$；

当$\triangle APC \cong \triangle BPQ$时，$AP = BP = \frac{1}{2}AB = 10$米，

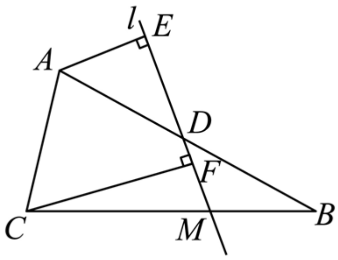
此时所用时间x为10，$AC = BQ = 30 > MA$，不合题意，舍去；

综上，出发5秒后，在线段MA上有一点C，使$\triangle CAP$与$\triangle PBQ$全等．

故答案为：5．

【点睛】此题考查了全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解本题的关键．

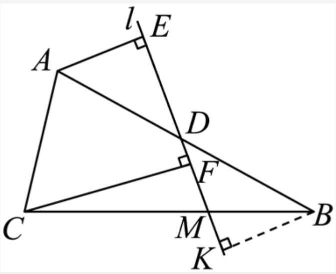
4．（2022上·江苏·八年级统考期末）如图，在△ABC中，$BC = 4\sqrt{2}$，直线l经过边AB的中点D，与BC交于点M，分别过点A，C作直线l的垂线，垂足为E，F，则AE+CF的最大值为_____．



【答案】$4\sqrt{2}$

【分析】根据AAS证明$\triangle AED \cong \triangle BKD$得$AE = BK$，可得$AE + CF = BK + CF$，又可知$CF \leq CM$，$BK \leq BM$，所以$BK + CF \leq CM + BM$，当$F, M, K$重合时，$BK + CF = CM + BM$，从而可得$BK + CF \leq BC$，故可得结论

【详解】解：作$BK \perp l$于点K，如图，



$\because AE \perp l$，

$\therefore \angle AED = \angle BKD = 90°$，

又点D为AB的中点，

$\therefore AD = BD$

又$\because \angle ADE = \angle BDK$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle BKD(\text{AAS})$

$\therefore AE = BK$

$\therefore AE + CF = BK + CF$

又$CF \perp l$，

$\therefore CF \leq CM$

又$\because BK \le BM$

$\therefore BK + CF \le CM + BM$

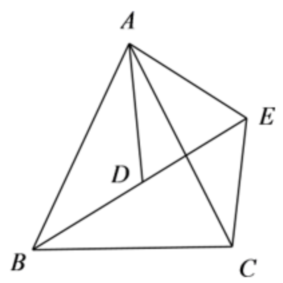
当B, K, C, F共线时，即F, M, K重合时，$BK + CF = CM + BM$，

$\therefore BK + CF \le CM + BM$，即$BK + CF \le BC$

则$BK + CF \le 4\sqrt{2}$，即$AE + CF$的最大值为$4\sqrt{2}$

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，能综合运用性质进行推理是解此题的关键，综合性比较强，难度偏大.

5．（2023上·江苏南京·八年级校联考期末）如图，$\triangle ABC$和$\triangle ADE$中，$AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE$，且点$B$，$D$，$E$在同一条直线上，若$\angle BEC = 40°$，则$\angle ADE =$________°.



【答案】70

【分析】证明$\triangle ADB \cong \triangle AEC$，得到$AD = AE, \angle ADB = \angle AEC = \angle AED + \angle BEC$，进而得到$\angle ADE = \angle AED$，再利用$\angle ADB + \angle ADE = 180°$，进行计算即可得解.

【详解】解：$\because \angle BAC = \angle DAE$，

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$，

又$\because AB = AC, AD = AE,$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AD = AE, \angle ADB = \angle AEC$，

$\therefore \angle ADE = \angle AED$，

$\because \angle AEC = \angle AED + \angle BEC$,

$\therefore \angle AEC = \angle ADE + \angle BEC$,

$\therefore \angle ADB = \angle ADE + \angle BEC$,

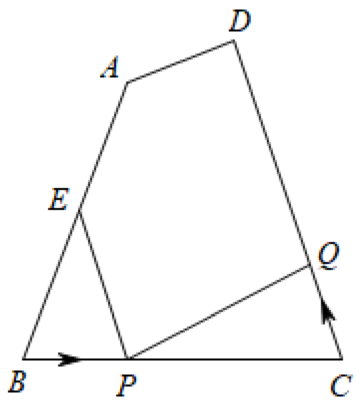
$\because \angle ADB + \angle ADE = 180°$，即：$\angle ADE + \angle BEC + \angle ADE = 180°$,

$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180° - \angle BEC) = 70°$；

故答案为：70.

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质．熟练掌握全等三角形的判定方法，证明三角形全等，是解题的关键．

6．（2019上·江苏无锡·八年级校考阶段练习）如图，已知四边形$ABCD$中，$AB = 12$厘米，$BC = 8$厘米，$CD = 14$厘米，$\angle B = \angle C$，点E为线段AB的中点．如果点P在线段BC上以3厘米/秒的速度由B点向C点运动，同时，点Q在线段CD上由C点向D点运动．当点Q的运动速度为_____厘米/秒时，能够使$\triangle BPE$与以C、P、Q三点所构成的三角形全等．



【答案】3或$\frac{9}{2}$

【分析】分两种情况讨论，依据全等三角形的对应边相等，即可得到点Q的运动速度．

【详解】解：设点P运动的时间为t秒，则$BP = 3t$，$CP = 8 - 3t$，

$\because \angle B = \angle C$，

∴①当$BE=CP=6$，$BP=CQ$时，$\triangle BPE\cong\triangle CQP$，

此时$6=8-3t$，

解得$t=\frac{2}{3}$，

∴$BP=CQ=2$，

此时，点 Q 的运动速度为$2\div\frac{2}{3}=3$厘米/秒；

②当$BE=CQ=6$，$BP=CP$时，$\triangle BPE\cong\triangle CPQ$，

此时，$3t=8-3t$，

解得$t=\frac{4}{3}$，

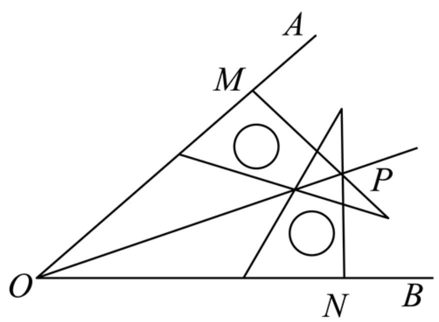
∴点 Q 的运动速度为$6\div\frac{4}{3}=\frac{9}{2}$厘米/秒；

综上所述，点 Q 的运动速度为 3 厘米/秒或$\frac{9}{2}$厘米/秒时，能够使$\triangle BPE$与以 C、P、Q 三点所构成的三角形全等.

故答案为：3或$\frac{9}{2}$.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质和判定的应用．解决问题的关键是掌握全等三角形的对应边相等.

7.（2019 下·江苏南通·七年级南通田家炳中学校考期末）如图，在∠AOB 的两边上，分别取 OM＝ON，再分别过点 M、N 作 OA、OB 的垂线，交点为 P，画射线 OP，则 OP 平分∠AOB 的依据是_____.



【答案】HL

【分析】根据题意可得$\triangle PMO$与$\triangle PNO$是直角三角形，进而根据HL判定$Rt\triangle PMO\cong Rt\triangle PNO$，进而可得$\angle POM=\angle PON$，即可求得答案

【详解】解：$\because PM\perp OA, PN\perp OB$

$\therefore \angle PMO=\angle PNO=90°$

在$Rt\triangle PMO$与$Rt\triangle PNO$中

$\begin{cases}OM=ON\\OP=OP\end{cases}$

$\therefore$ $Rt\triangle PMO\cong Rt\triangle PNO$（$HL$）

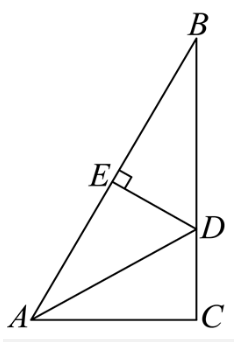
$\therefore$ $\angle POM=\angle PON$

$\therefore$ OP 平分$\angle AOB$

故答案为：HL

【点睛】本题考查了 HL 证明三角形全等，掌握直角三角形全等的判定定理是解题的关键.

8．（2023 上·江苏南京·八年级南京大学附属中学校考期末）如图，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，AD平分$\angle CAB$，$DE\perp AB$于E，$\angle B=30°$，若$DE=2$，则CB的长等于_____.



【答案】6

【分析】本题考查了等腰三角形的判定，角平分线的性质，含$30°$角的直角三角形的性质等知识点，能灵活运用知识点进行推理和计算是解此题的关键．根据角平分线的性质求出$DE=DC=2$，求出$\angle B=\angle BAD=\angle CAD=30°$，求出$AD=BD=4$，再求出答案即可.

【详解】解：$\because AD$平分$\angle CAB$，$DE\perp AB$，$\angle C=90°$，

$\therefore DE = DC$,

$\because DE = 2$,

$\therefore DC = 2$,

$\because \angle ACB = 90°$, $\angle B = 30°$,

$\therefore \angle BAC = 180° - \angle ACB - \angle B = 60°$,

$\because AD$平分$\angle BAC$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 30°$,

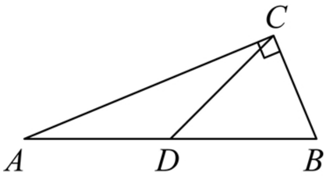
$\therefore AD = 2DC = 4$, $\angle B = \angle BAD$,

$\therefore AD = DB = 4$,

$\therefore CB = CD + DB = 2 + 4 = 6$,

故答案为：6．

9．（2020上·江苏盐城·八年级统考期末）如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，CD是斜边AB上的中线，若$AB = 4$，则CD的长是_____．



【答案】2

【分析】根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半即可得到答案．

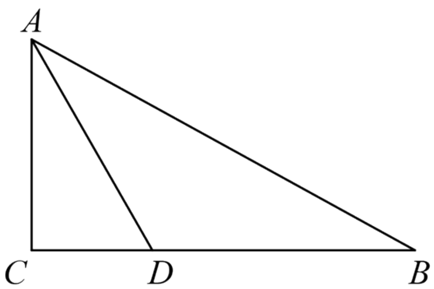
【详解】解：$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，CD是斜边AB上的中线，$AB = 4$，

$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 2$，

故答案为：2．

【点睛】本题考查直角三角形性质，熟记直角三角形斜边中线等于斜边的一半是解决问题的关键．

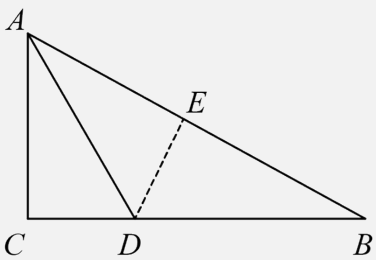
10．（2023上·江苏南通·八年级统考期末）如图，有三条道路围成$\mathrm{Rt}\triangle ABC$，其中$BC=1000\mathrm{m}$，一个人从B处出发沿着BC行走了$800\mathrm{m}$到达D处，AD恰为$\angle CAB$的平分线，则此时这个人到AB的最短距离为______m．



【答案】200

【分析】过D作$DE\perp AB$于点E，根据角平分线的性质得出$DE=DC$，再求出DC的长即可．

【详解】解：如图，过D作$DE\perp AB$于点E，



，

$\because \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore DC\perp AC$，

$\because AD$为$\angle CAB$的平分线，$DE\perp AB$，

$\therefore DE=DC$，

$\because BC=1000\mathrm{m}$，$BD=800\mathrm{m}$，

$\therefore DC=BC-BD=200\mathrm{m}$，

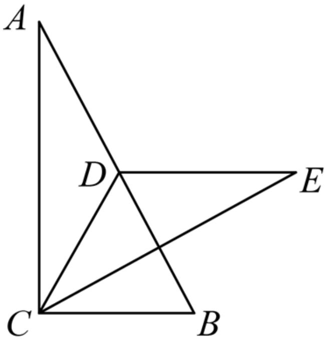
$\therefore DE=DC=200\mathrm{m}$，

$\therefore$此时这个人到AB的最短距离为$200\mathrm{m}$，

故答案为：200．

【点睛】本题考查的是角平分线的性质，垂线段最短，熟练掌握角平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键.

11．(2023上·江苏泰州·八年级校考期末）如图，直角三角形ABC纸片中，$\angle ACB=90^{\circ}$，点D是AB边上的中点，连接CD，将$\triangle ACD$沿CD折叠，点A落在点E处，此时恰好有$CE\perp AB$．若$CB=1$，那么折痕CD的长为______.



【答案】1

【分析】如图，设CE交AB于点O，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得$CD=AD=BD$，$\angle A=\angle ACD$，由翻折的性质可知$\angle ACD=\angle DCE$，再根据$CE\perp AB$，可证明$\angle ACD=\angle DCE=\angle BCE=30^{\circ}$，可得$\angle B=60^{\circ}$，从而得到$\triangle BCD$是等边三角形，由等边三角形的性质可得结论.

【详解】解：如图，设CE交AB于点O，

$\because \angle ACB=90^{\circ}$，点$D$是$AB$边上的中点，

$\therefore CD=AD=BD$，

$\therefore \angle A=\angle ACD$，

由翻折的性质可知$\angle ACD=\angle DCE$，

$\because CE\perp AB$，

$\therefore \angle BCE+\angle B=90^{\circ}$，

$\because \angle A+\angle B=90^{\circ}$，

∴$\angle BCE=\angle A$，

∴$\angle ACD=\angle DCE=\angle BCE=30^{\circ}$，

∴$\angle B=90^{\circ}-\angle BCE=90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$，

∵$CD=BD$，

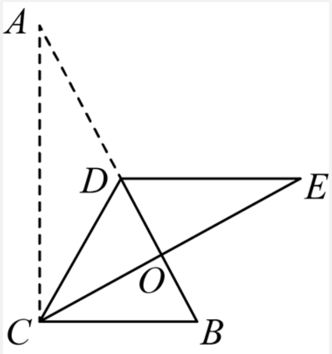
∴$\triangle BCD$是等边三角形，

∵$CB=1$，

∴$CD=CB=1$，

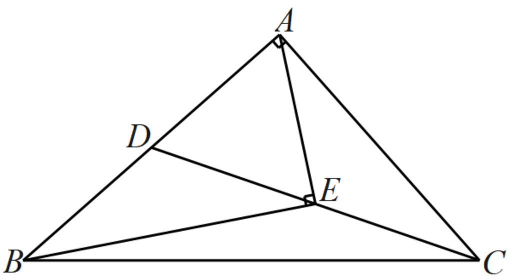
∴折痕CD的长为1．

故答案为：1．



【点睛】本题考查翻折变换，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，等腰三角形的性质，等边三角形的判定和性质等知识，解题的关键是掌握翻折变换的性质．

12．(2022上·江苏南京·八年级统考期末）如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^{\circ}$，$AB=4$，CD是$\triangle ABC$的中线，E是CD的中点，连接AE，BE，若$AE\perp BE$，垂足为E，则BC的长为_____．



【答案】$2\sqrt{7}$

【分析】根据垂直定义可得$\angle AEB=90^\circ$，利用直角三角形斜边上的中线性质可得$AD=ED=2$，$AD=DE=AE=2$，从而可得$\triangle ADE$是等边三角形，然后利用等边三角形的性质可得$\angle ADE=60^\circ$，从而利用直角三角形的两个锐角互余可得$\angle ACD=30^\circ$，利用含30度角的直角三角形的性质可得$AC=2\sqrt{3}$，最后利用勾股定理进行计算即可解答.

【详解】解：$\because AE\perp BE$，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$，

$\because CD$是$\triangle ABC$的中线，$AB=4$，

$\therefore ED=\frac{1}{2}AB=2$，$AD=\frac{1}{2}AB=2$，

$\because \angle DAC=90^\circ$，$E$是$CD$的中点，

$\therefore AE=DE=2$，

$\therefore AD=DE=AE=2$，

$\therefore \triangle ADE$是等边三角形，

$\therefore \angle ADE=60^\circ$，

$\therefore \angle ACD=90^\circ-\angle ADC=30^\circ$，

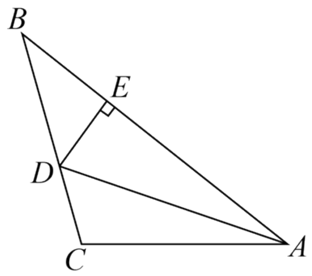
$\therefore AC=\sqrt{3}AD=2\sqrt{3}$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{4^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{7}$，

故答案为：$2\sqrt{7}$.

【点睛】本题考查了直角三角形斜边上的中线，勾股定理，熟练掌握直角三角形斜边上的中线性质是解题的关键.

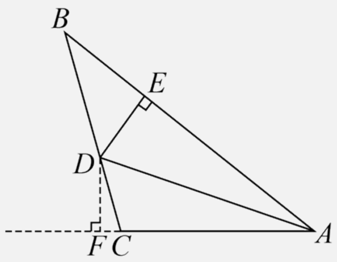
13．（2023上·江苏徐州·八年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，AD平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$，$AC=5$，$DE=2$，$\triangle ACD$面积为 __.



【答案】5

【分析】过点 D 作 $DF\perp AC$，交 AC 的延长线于点 F，先利用角平分线的性质可得 $DE=DF=2$，然后利用三角形的面积公式，进行计算即可解答．

【详解】解：过点 D 作 $DF\perp AC$，交 AC 的延长线于点 F，



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，$DE=2$，

$\therefore DE=DF=2$，

$\because AC=5$，

$\therefore \triangle ACD$ 面积 $=\frac{1}{2}AC\bullet DF$

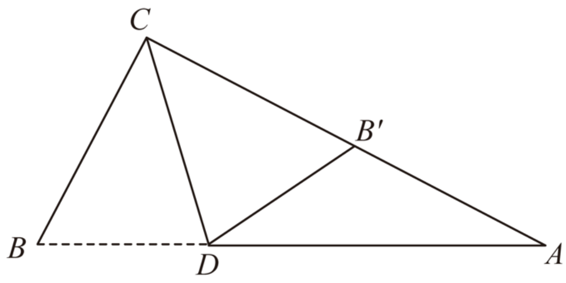
$=\frac{1}{2}\times 5\times 2$

$=5$，

故答案为：5．

【点睛】本题考查了角平分线的性质，三角形的面积，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

14．（2023 上·江苏淮安·八年级统考期末）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，D 在 AB 上，将 $\triangle ABC$ 沿 CD 折叠，点 B 落在 AC 边上的点 B' 处，若 $\angle A=35°$，则 $\angle ADB'$ 的度数为_____ $°$．



【答案】20

【分析】根据题意，可得$\triangle ABC$是直角三角形，$\angle B$的度数，根据折叠可知，$\angle CB'D=\angle B$，再根据$\angle CB'D$是$\triangle AB'D$的外角，由外角的性质即可求解．

【详解】解：在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=35°$，

$\therefore\triangle ABC$是直角三角形，且$\angle B=90°-35°=55°$，

根据折叠，$\angle CB'D=\angle B=55°$，

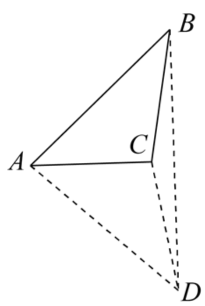
$\because\angle CB'D$是$\triangle AB'D$的外角，即$\angle CB'D=\angle A+\angle ADB'$，

$\therefore\angle ADB'=\angle CB'D-\angle A=55°-35°=20°$，

故答案为：20．

【点睛】本题主要考查直角三角形，三角形的外角知识的综合，掌握直角三角形的性质，折叠的性质，三角形外角的性质的知识是解题的关键．

15．（2022上·江苏南京·八年级统考期末）如图，在三角形纸片ABC中，$AC=BC$，把$\triangle ABC$沿着AC翻折，使点B落在点D处，连接BD．如果$\angle BAC=40°$，那么$\angle CBD$的度数为_____°．



【答案】10

【分析】由$AC=BC$，$\angle BAC=40°$，根据等边对等角的性质，即可求得$\angle ABC$的度数，又由折叠的性

质，求得$\angle ABD$的度数，继而求得$\angle CBD$的度数．

【详解】解：∵$AC=BC$，$\angle BAC=40°$，

∴$\angle ABC=\angle BAC=40°$，

由折叠的性质可得：$\angle CAD=\angle BAC=40°$，$AB=AD$，

∴$\angle BAD=\angle CAD+\angle BAC=80°$，

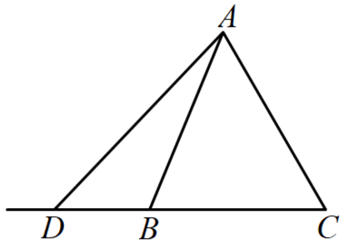
∴$\angle ABD=\frac{1}{2}(180°-\angle BAD)=50°$，

∴$\angle CBD=\angle ABD-\angle ABC=10°$．

故答案为：10．

【点睛】此题考查了折叠的性质与等腰三角形的性质．此题注意折叠中的对应关系，注意数形结合思想的应用．

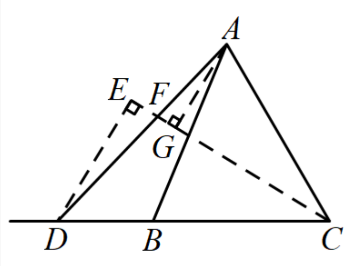
16．（2023上·江苏南京·八年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=60°$，$AC=5$，$BC=4$，点D为CB延长线上一点．当点D在CB延长线上运动时，$AD-\frac{1}{2}BD$的最小值为______．



【答案】$\frac{9}{2}$

【分析】作CE平分$\angle ACB$，交AD于点F，过点D作$DE\perp CF$交CF于点E，根据含30度角的直角三角形性质及线段的和差得出$DE=\frac{1}{2}BD+2$，过点A作$AG\perp EC$于点G，根据斜边大于垂边可知$AD-\frac{1}{2}BD\geq 2+AG$，再次根据根据含30度角的直角三角形性质求出$2+AG$的值，即可得出答案．

【详解】解：作CE平分$\angle ACB$，交AD于点F，过点D作$DE \perp CF$交CF于点E



$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle CDE$中，$\angle E = 90°$，

$\because \angle ACB = 60°$

$\therefore \angle ECD = 30°$

$\therefore DE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}(BD + BC) = \frac{1}{2}(BD + 4) = \frac{1}{2}BD + 2$

过点A作$AG \perp EC$于点G

$\therefore AD - DE \geq AD - DF = AF \geq AG$

$\therefore AD - \left(\frac{1}{2}BD + 2\right) \geq AG$

$\therefore AD - \frac{1}{2}BD \geq 2 + AG$

在$\mathrm{Rt}\triangle AGC$中，$\angle AGC = 90°$，$\angle ACG = \frac{1}{2}\angle ACB = 30°$

$\therefore AG = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}$

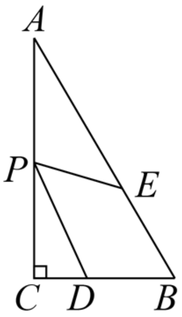
$\therefore 2 + AG = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$

$\therefore AD - \frac{1}{2}BD \geq \frac{9}{2}$

$\therefore$ $AD - \frac{1}{2}BD$的最小值为$\frac{9}{2}$.

【点睛】本题考查了含 30 度角的直角三角形的性质、线段的和差，根据已知条件作出合适的辅助线是解题的关键.

17．（2023 上·江苏连云港·八年级统考期末）如图，在中$\mathrm{R}\triangle ABC$，$\angle C = 90°$，$\angle B=60°$，点D在BC上，$BD = 4$，点P、E分别是AC、AB上动点，当$DP + EP$的值最小时，$BE = 5$，则AB的长为_____.



【答案】14

【分析】根据动点的运动，当点D、P、E'（E关于AC的对称点）三点共线且$DE'\perp AB'$于点E'时，$DP+EP=DP+PE'=DE'$的值最小，再根据等边三角形的性质，即可求出答案.

【详解】如图所示，以AC为对称轴作$\triangle AB'C$，E的对称点为E'；

$\therefore DP+EP=DP+PE'$，

当D、P、E'三点共线且$DE'\perp AB'$时，$DP+EP=DP+PE'=DE'$的值最小，

$\because DE'\perp AB'$，$\angle B=\angle B'=60°$，$BE=B'E'=5$，

$\therefore B'D=2B'E'=10$，

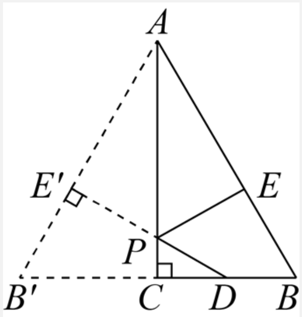
$\therefore B'B=B'D+BD=14$，

$\because \angle B=\angle B'=60°$，

$\therefore \triangle AB'B$是等边三角形，

$\therefore AB=B'B=14$，

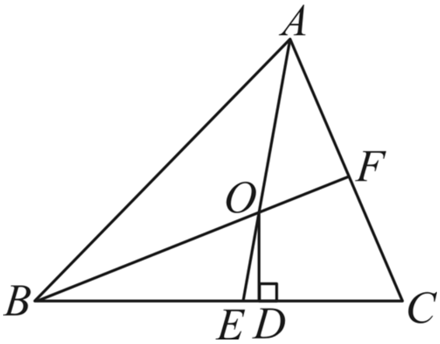
故答案为14.



【点睛】本题考查轴对称最短路径问题，等边三角形和直角三角形的知识，解题的关键是掌握轴对

称最短路径问题，等边三角形的性质和直角三角形中，$30°$所对的直角边是斜边的一半．

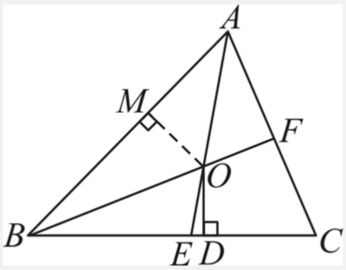
18．（2023上·江苏扬州·八年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC$和$\angle ABC$的平分线AE，BF相交于点O，AE交BC于E，BF交AC于F，过点O作$OD\perp BC$于D，若$AB=8$，$OD=1$，则$\triangle AOB$的面积为________．



【答案】4

【分析】根据角平分线的性质得到$OD=OM=1$，再利用三角形面积公式即可求解．

【详解】解：如图，作$OM\perp AB$于M，



$\because BF$平分$\angle ABC$，$OD\perp BC$，$OM\perp AB$，

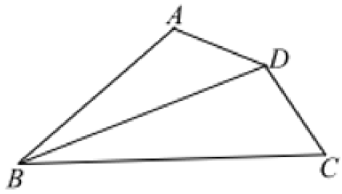
$\therefore OD=OM=1$，

$\therefore \triangle AOB$的面积为$\frac{1}{2}AB\times OM=\frac{1}{2}\times 8\times 1=4$．

故答案为：4．

【点睛】本题考查了角平分线的性质，结合图形利用角平分线的性质是解题的关键．

19．（2022上·江苏·八年级统考期末）如图，四边形$ABCD$中，$\angle A=120°$，$\angle C=60°$．若将四边形$ABCD$沿BD折叠后，顶点A恰好落在边BC上的点E处（E与C不重合），则$\angle CDE$的度数为_____．



【答案】60°/60 度

【分析】根据对称的性质得到BD垂直平分AE，则有$AD=ED$，$AB=EB$，证明$\triangle ABD\cong\triangle EBD(SSS)$，得到$\angle BED=\angle BAD=120^{\circ}$，再利用三角形外角的性质可得结果.

【详解】解：∵A 和 E 关于BD对称，

∴BD垂直平分AE，

∴$AD=ED$，$AB=EB$，

在$\triangle ABD$和$\triangle EBD$中，

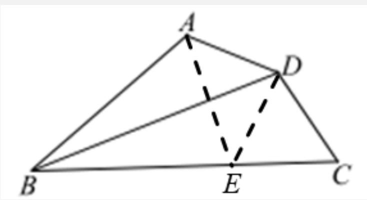
$$\begin{cases}AD=ED\\AB=EB\\BD=BD\end{cases},$$

∴$\triangle ABD\cong\triangle EBD(SSS)$，

∴$\angle BED=\angle BAD=120^{\circ}$，

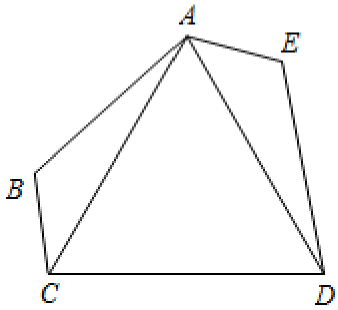
∴$\angle CDE=\angle BED-\angle C=60^{\circ}$，

故答案为：60°.



【点睛】本题考查了翻折变换，全等三角形的判定和性质，垂直平分线的性质，外角的性质，掌握折叠的性质是本题的关键.

20.（2023上·江苏扬州·八年级统考期末）如图，$\triangle ACD$是等边三角形，若$AB=DE=5$，$BC=AE$，$\angle E=116^{\circ}$，则$\angle BAE=$________________°.



【答案】124

【分析】先证明$\triangle ABC\cong\triangle DEA$，得到$\angle BAC=\angle ADE$，再根据三角形内角和得到所求角中两角的和$\angle BAC+\angle DAE$，最后与等边三角形内角$\angle CAD$相加就得到结果．

【详解】解：$\because\triangle ACD$是等边三角形，

$\therefore AC=AD$，$\angle CAD=60°$，

在$\triangle ABC$与$\triangle DEA$中，

$$\begin{cases}AB=DE\\BC=AE\\AC=AD\end{cases},$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle DEA$，

$\therefore\angle BAC=\angle ADE$，

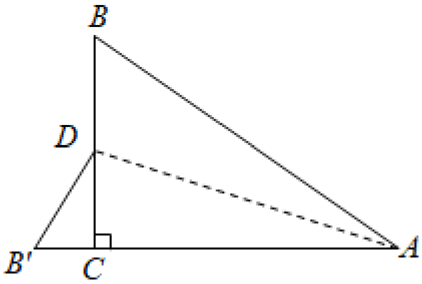
$\therefore\angle BAC+\angle DAE=\angle ADE+\angle DAE=180°-116°=64°$，

$\therefore\angle BAE=\angle BAC+\angle DAE+\angle CAD=60°+64°=124°$，

故答案为：124．

【点睛】本题考查等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，三角形内角和的概念．解题的关键在于熟练掌握这些相关知识点．

21．（2022上·江苏苏州·八年级统考期末）如图，三角形纸片三角形纸片ABC中，$\angle ACB=90°$，$BC=3$，$AB=5$．D是BC边上一点，连接AD，把ABD沿AD翻折，点B恰好落在AC延长线上的点B'处，则CD的的长为 _________．

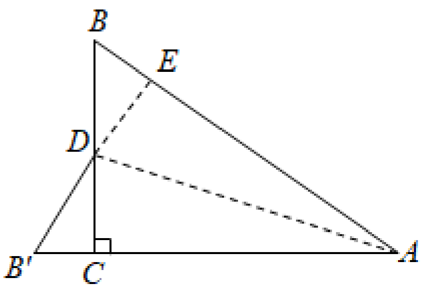


【答案】$\frac{4}{3}$

【分析】由翻折可得AD为$\angle BAC$的角平分线，由$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$求解．

【详解】由翻折可得AD为$\angle BAC$的角平分线，

作$DE\perp AB$于点E，则$DE=DC$，



在$\mathrm{Rt}\triangle \mathrm{ABC}$中，由勾股定理得$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

$\because S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot DE$，$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot CD$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot DE}{\frac{1}{2}AC\cdot CD}=\frac{AB}{AC}=\frac{5}{4}$，

又$\because \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{BD}{CD}$，

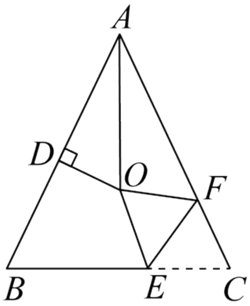
$\therefore \frac{BD}{CD}=\frac{5}{4}$，

$\therefore CD=\frac{4}{9}BC=\frac{4}{9}\times 3=\frac{4}{3}$．

故答案为：$\frac{4}{3}$.

【点睛】本题考查翻折问题，解题关键是掌握角平分线的性质，通过添加辅助线求解.

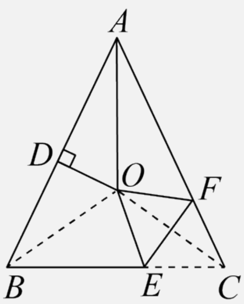
22.（2022上·江苏无锡·八年级江苏省锡山高级中学实验学校校考期末）如图，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=50°$，$\angle BAC$的平分线与AB的垂直平分线交于点O，将$\angle C$沿EF（E在BC上，F在AC上）折叠，点C与点O恰好重合，则$\angle OEC$为___度.



【答案】100

【分析】连接OB、OC，根据角平分线的定义求出$\angle BAO$，根据等腰三角形两底角相等求出$\angle ABC$，再根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等可得$OA=OB$，根据等边对等角可得$\angle ABO=\angle BAO$，再求出$\angle OBC$，证明$OB=OC$，再根据等边对等角求出$\angle OCB=\angle OBC$，根据翻折的性质可得$OE=CE$，然后根据等边对等角求出$\angle COE$，再利用三角形的内角和定理列式计算即可.

【详解】解：如图，连接OB、OC，



$\because \angle BAC=50°$，AO为$\angle BAC$的平分线，

$\therefore \angle BAO=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 50°=25°$，

又$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$，

$\because DO$是AB的垂直平分线，

$\therefore OA=OB$，

$\therefore \angle ABO=\angle BAO=25^\circ$，

$\therefore \angle OBC=\angle ABC-\angle ABO=65^\circ-25^\circ=40^\circ$，

$\because AO$为$\angle BAC$的平分线，$AB=AC$，

$\therefore$点O在BC的垂直平分线上，

$\therefore OB=OC$，

$\therefore \angle OCB=\angle OBC=40^\circ$，

$\because$将$\angle C$沿$EF(E$在BC上，F在AC上）折叠，点C与点O恰好重合，

$\therefore OE=CE$，

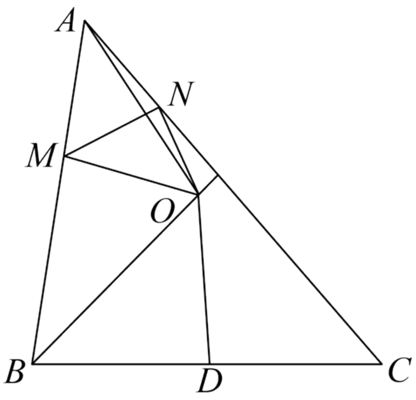
$\therefore \angle COE=\angle OCB=40^\circ$，

在$\triangle OCE$中，$\angle OEC=180^\circ-\angle COE-\angle OCB=180^\circ-40^\circ-40^\circ=100^\circ$，

故答案为：100.

【点睛】本题考查了线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质，等腰三角形三线合一的性质，等边对等角的性质，以及翻折变换的性质，三角形内角和定理等等，熟知相关知识是解题的关键.

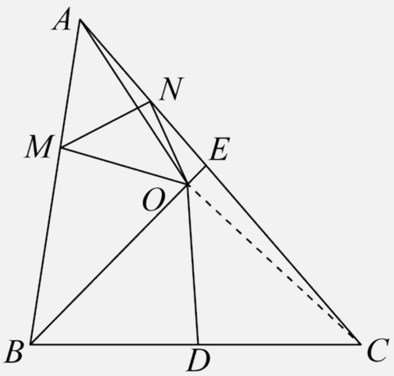
23.（2022上·江苏扬州·八年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=BC$，$\angle ABC=80^\circ$，$\angle ABC$的平分线与BC的垂直平分线相交于点O，点M、N分别在AB、AC上，点A沿MN折叠后与点O重合，则$\angle ONC=$__________.



【答案】20°/20 度

【分析】连接OC，设$\angle ABC$的平分线与AC交于点 E，求出$\angle BAC=\angle BCA=50^{\circ}$，$\angle ABE=\angle CBE=40^{\circ}$，根据$OD$垂直平分$BC$，得到$OB=OC$，即$\angle OBC=\angle OCB=40^{\circ}$，进一步可得$\angle OCE=50^{\circ}-40^{\circ}=10^{\circ}$，利用$BE$垂直平分$AC$，得到$\angle OAC=\angle OCA=10^{\circ}$，由折叠的性质可知：$AN=ON$，所以$\angle NAO=\angle NOA=10^{\circ}$，进一步可得$\angle ONC=\angle NAO+\angle NOA=20^{\circ}$.

【详解】解：连接OC，设$\angle ABC$的平分线与AC交于点 E，如图



$\because AB=BC$，$\angle ABC=80^{\circ}$，

$\therefore \angle BAC=\angle BCA=\frac{180^{\circ}-80^{\circ}}{2}=50^{\circ}$，

$\because BE$平分$\angle ABC$，

$\therefore \angle ABE=\angle CBE=40^{\circ}$，

$\because OD$垂直平分BC，

$\therefore OB=OC$，即$\angle OBC=\angle OCB=40°$，

$\therefore \angle OCE=50°-40°=10°$，

$\because AB=BC$，BE平分$\angle ABC$，

由三线合一的性质可得：BE垂直平分AC，

$\therefore OA=OC$，即$\angle OAC=\angle OCA=10°$，

由折叠的性质可知：$AN=ON$，

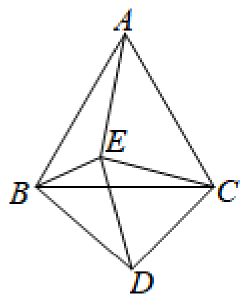
$\therefore \angle NAO=\angle NOA=10°$，

$\therefore \angle ONC=\angle NAO+\angle NOA=20°$，

故答案为：$20°$

【点睛】本题考查了角平分线的定义、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质以及折叠的性质，三角形外角的性质，解题的关键是熟练掌握以上相关知识点，并能够综合运用．

24．（2022上·江苏宿迁·八年级校考期末）如图，$\triangle ABC$和$\triangle CDE$都是等边三角形，且$\angle EBD=66°$，则$\angle AEB=$____________．



【答案】$126°$/126度

【分析】根据等边三角形性质得出$AC=BC$，$CE=CD$，$\angle BAC=60°$，$\angle ACB=\angle ECD=60°$，求出$\angle ACE=\angle BCD$，证$\triangle ACE\cong\triangle BCD$，根据全等三角形的性质得出$\angle CAE=\angle CBD$，求出$\angle ABE+\angle BAE=54°$，根据三角形内角和定理求出即可

【详解】$\because \triangle ABC$和$\triangle CDE$都是等边三角形，

$\therefore AC=BC$，$CE=CD$，$\angle BAC=60°$，$\angle ACB=\angle ECD=60°$，

$\therefore \angle ACB-\angle ECB=\angle ECD-\angle ECB$，

$\therefore \angle ACE=\angle BCD$，

在$\triangle ACE$和$\triangle BCD$中，

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACE=\angle BCD \\ CE=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle BCD$（SAS），

$\therefore \angle CAE=\angle CBD$，

$\because \angle EBD=66^\circ$，

$\therefore 66^\circ-\angle EBC=60^\circ-\angle BAE$，

$\therefore 66^\circ-(60^\circ-\angle ABE)=60^\circ-\angle BAE$，

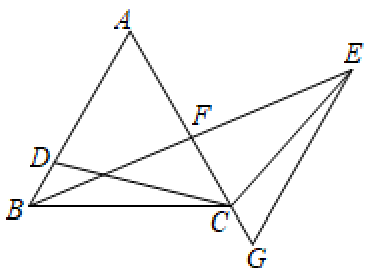
$\therefore \angle ABE+\angle BAE=54^\circ$，

$\therefore \angle AEB=180^\circ-(\angle ABE+\angle BAE)=126^\circ$.

故答案为：126°.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质和判定，三角形内角和定理，等边三角形的性质的应用，能求出$\angle CAE=\angle CBD$是解此题的关键，难度适中.

25．（2022上·江苏南通·八年级统考期末）如图，$\triangle ABC$是等边三角形，点D在AB上，$AD=3BD$，$\angle ACE=\angle ADC$，$CE=CD$．G是AC延长线上一点，$EG\parallel AB$．连接BE交AC于点F，则$\frac{FG}{FC}$的值为____.



【答案】$\frac{5}{3}$/$1\frac{2}{3}$

【分析】由“AAS”可证$\triangle BCD\cong\triangle GEC$，设$BD=CG=x$，$BC=GE=AB$，由“AAS”可证$\triangle ABF\cong\triangle GEF$，可得$AF=FG=\frac{5}{2}x$，求比值即可．

【详解】解：∵$AD=3BD$，

∴设$BD=x$，则$AD=3x$，

∴$AB=4x$，

∵$\triangle ABC$是等边三角形，

∴$AB=AC=BC=4x$，$\angle A=\angle ABC=60°$，

∵$EG\parallel AB$，

∴$\angle A=\angle G=60°$，

∴$\angle ABC=\angle G=60°$，

∵$\angle ACE=\angle ADC$，

∴$\angle BDC=\angle GCE$，

在$\triangle BCD$和$\triangle GEC$中，

$$\begin{cases}\angle BDC=\angle GCE\\ \angle DBC=\angle G\\ CD=EC\end{cases}$$

∴$\triangle BCD\cong\triangle GEC$（AAS），

∴$BD=GC=x$，$BC=GE=AB$，

∴$AG=AC+CG=5x$，

在$\triangle ABF$和$\triangle GEF$中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle G\\ \angle AFB=\angle GFE\\ AB=GE\end{cases}$$

∴$\triangle ABF\cong\triangle GEF$（AAS），

$\therefore AF = FG = \frac{5}{2}x$，

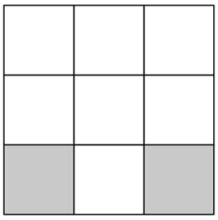
$\therefore FC = \frac{3}{2}x$，

$\therefore \frac{FG}{FC} = \frac{5}{3}$；

故本题答案为：$\frac{5}{3}$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，等边三角形的性质，平行线的性质等知识，证明$\triangle ABF \cong \triangle GEF$是解题的关键.

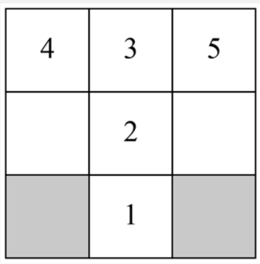
26.（2021上·江苏镇江·八年级校联考阶段练习）如图，在3×3的正方形网格中有两个小正方形被涂黑，再将图中其余小正方形任意一个涂黑，使得整个图形构成一个轴对称图形，那么涂法共有____种.



【答案】5

【分析】根据轴对称图形的定义，即可求解.

【详解】解：如图所示：所标数字之处都可以构成轴对称图形，共有5种情形，

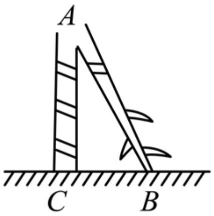


故答案为：5.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形的定义，熟练掌握若一个图形沿着一条直线折叠后两部分能完全重合，这样的图形就叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴是解题的关键.

27.（2021上·江苏常州·八年级统考期末）《九章算术》中有一个“折竹抵地”问题：今有竹高九尺，

未折抵地，去本三尺，$AC=x$ 问折者高几何？意思是：现有竹子高 9 尺，折后竹尖抵地与竹子底部的距离为 3 尺，问折几处高几尺？即：如图，$AB+AC=9$尺，$BC=3$尺，则$AC=$__________.



【答案】4 尺

【分析】本题主要考查了勾股定理的实际应用，设$AC=x$尺，则$AB=(9-x)$尺，利用勾股定理建立方程$x^2+3^2=(9-x)^2$，解方程即可得到答案.

【详解】解：设$AC=x$尺，则$AB=(9-x)$尺，

由题意得，$\angle ACB=90°$，

在$\text{Rt}\triangle ABC$中，由勾股定理得$AC^2+BC^2=AB^2$，

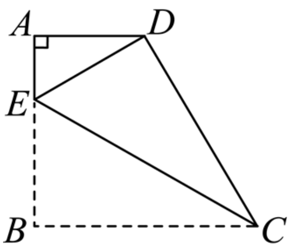
$\therefore x^2+3^2=(9-x)^2$，

解得$x=4$，

$\therefore AC=4$尺，

故答案为：4 尺.

28．（2023 上·江苏南京·八年级期末）如图，在四边形$ABCD$中，$\angle A=90°$，$AB=4\text{cm}$，$AD=2\text{cm}$，$BC=CD$，E是AB上一点．若沿CE折叠，恰好 B，D 两点重合，则$DE=$__________



【答案】2.5cm

【分析】本题考查折叠问题，解题的关键是掌握折叠的性质，熟练应用勾股定理列方程求解．由折

叠性质可得$BE=DE$，表示出AE，在直角三角形中，用勾股定理求解即可．

【详解】解：∵CD沿CE折叠后，B，D两点恰好重合，

利用折叠性质可设$BE=DE=x$

则$AE=4-x$

在$\text{Rt}\triangle ADE$中，由勾股定理可得

$AD^2+AE^2=DE^2$

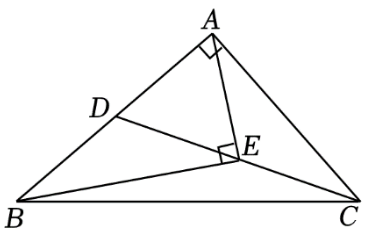
即$4+(4-x)^2=x^2$

解得$x=2.5$，

∴$DE=2.5\text{cm}$．

故答案为：2.5cm．

29．（2023上·江苏南京·八年级期末）如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$ $AB=4$，CD是$\triangle ABC$的中线，E是CD的中点，连接AE，BE，若$AE\perp BE$，垂足为E，则BC的长为 ___．



【答案】$2\sqrt{7}$

【分析】本题考查了直角三角形斜边上的中线定理，勾股定理， 根据中线定理解题即可．

【详解】解：∵$AE\perp BE$，

∴$\angle AEB=90°$，

∵点D是AB的中点，$AB=4$，

∴$ED=AD=DB=\frac{1}{2}AB=2$，

∵E是CD的中点

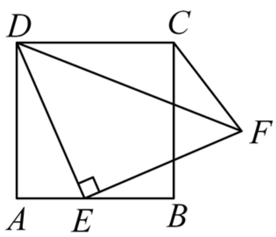
$\therefore CD=4$

$\therefore AC=\sqrt{CD^2-AD^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$,

故答案为：$2\sqrt{7}$.

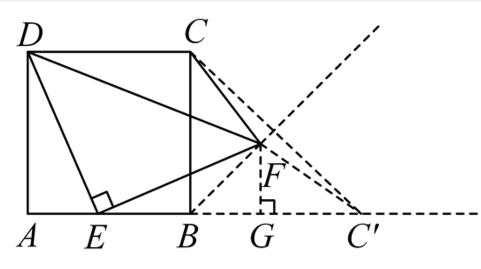
30．(2023上·江苏淮安·八年级校考期末）如图，已知正方形$ABCD$的边长为1，点E是AB边上一动点，连接ED，将ED绕点E顺时针旋转$90°$到EF，连接DF，CF，则$DF+CF$的最小值是__________________.



【答案】$\sqrt{5}$

【分析】连接BF，过点F作$FG\perp AB$交AB延长线于点G，通过证明$\triangle AED\cong\triangle GFE$，确定$F$点在$BF$的射线上运动；作点$C$关于$BF$的对称点$C'$，由三角形全等得到$\angle CBF=45°$，从而确定$C'$点在$AB$的延长线上；当$D$、$F$、$C'$三点共线时，$DF+CF=DC'$最小，在$\mathrm{Rt}\triangle ADC'$中，勾股定理即可求解．

【详解】解：连接BF，过点F作$FG\perp AB$交AB延长线于点G，



$\because$将ED绕点E顺时针旋转$90°$到EF，

$\therefore EF\perp DE$，且$EF=DE$，

$\therefore \angle EDA+\angle AED=\angle FEG+\angle AED=90°$，

$\therefore \angle EDA = \angle FEG$，

在$\triangle AED$和$\triangle GFE$中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle FGE \\ \angle EDA = \angle FEG \\ DE = EF \end{cases}$$，

$\therefore \triangle AED \cong \triangle GFE(\text{AAS})$，

$\therefore FG = AE$，$AD = EG$，

$\because AD = AB$，

$\therefore AB = EG$，

$\therefore AE = BG$，

$\therefore BG = FG$，

$\therefore F$点在BF的射线上运动，

作点C关于BF的对称点C'，

$\because EG = DA$，$FG = AE$，

$\therefore AE = BG$，

$\therefore BG = FG$，

$\therefore \angle FBG = 45°$，

$\therefore \angle CBF = 45°$，

$\therefore BF$是$\angle CBC'$的角平分线，

即F点在$\angle CBC'$的角平分线上运动，

$\therefore C'$点在AB的延长线上，

当D、F、C'三点共线时，$DF + CF = DC'$最小，

在$\text{Rt}\triangle ADC'$中，$AD = 1$，$AC' = 2$，

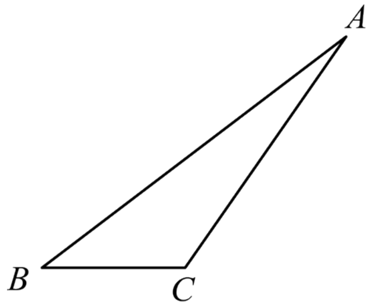
$\therefore DC' = \sqrt{AD^2 + C'A^2} = \sqrt{5}$,

$\therefore DF + CF$的最小值为$\sqrt{5}$，

故答案为：$\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了旋转的性质，全等三角形的判定和性质，正方形的性质，轴对称求最短路径；能够将线段的和通过轴对称转化为共线线段是解题的关键.

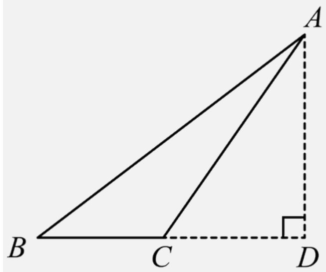
31．（2022上·江苏南京·八年级统考期末）如图,在$\triangle ABC$，$AB=20$，$AC=15$，$BC=7$，点A到BC的距离是____________.



【答案】12

【分析】过点A作$AD\perp BC$交BC的延长线于点D，由勾股定理得出$AB^2-BD^2=AD^2=AC^2-CD^2$，代入数据得出CD的长，再根据勾股定理求解即可.

【详解】解：如图，过点A作$AD\perp BC$交BC的延长线于点D，



在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$和$\mathrm{Rt}\triangle ACD$中，由勾股定理得，

$AB^2-BD^2=AD^2=AC^2-CD^2$，即$20^2-(7+CD)^2=15^2-CD^2$，

解得$CD=9$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=12$，