2022-2023学年安徽舒城桃溪中学高考适应性测试（3月1日）数学试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(x-1),x>1\\3^{-x},x\le 1\end{cases}$，则 $f\left[f(-2)\right]=$（　　）

A．1　　**B．2**　　**C．3**　　**D．4**

2．$F\left(-c,0\right)$为双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的左焦点，过点$F$的直线与圆$x^2+y^2=\dfrac{3}{4}c^2$交于$A$、$B$两点，（$A$在$F$、$B$之间）与双曲线$E$在第一象限的交点为$P$，$O$为坐标原点，若$\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，且$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{3}{100}c^2$，则双曲线$E$的离心率为（　　）

A． $\sqrt{5}$　　**B．** $\dfrac{5}{2}$　　**C．** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　**D．** 5

3．中心在原点，对称轴为坐标轴的双曲线C的两条渐近线与圆$(x-2)^2+y^2=1$都相切，则双曲线C的离心率是（　　）

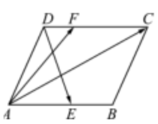
A．2或$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　**B．2或**$\sqrt{3}$　　**C．** $\sqrt{3}$ 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　**D．** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

4．盒中有**6**个小球，其中**4**个白球，**2**个黑球，从中任取$i\left(i=1,2\right)$个球，在取出的球中，黑球放回，白球则涂黑后放回，此时盒中黑球的个数$X_i\left(i=1,2\right)$，则(　　)

A． $P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1>EX_2$　　**B．** $P\left(X_1=3\right)<P\left(X_2=3\right)$，$EX_1>EX_2$

C． $P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$　　**D．** $P\left(X_1=3\right)<P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$

5．如图，四边形$ABCD$为平行四边形，E为AB中点，F为CD的三等分点（靠近D）若$\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{DE}$，则$y-x$的值为（　　）



A．$-\dfrac{1}{2}$　　　　B．$-\dfrac{2}{3}$　　　　C．$-\dfrac{1}{3}$　　　　D．-1

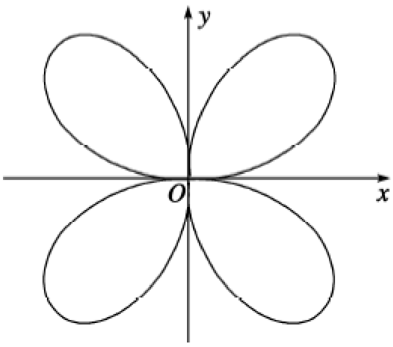
6．已知直线 **y=k(x+1)(k>0)**与抛物线 $C: y^2=4x$ 相交于 **A**，**B** 两点，**F** 为 **C** 的焦点，若|**FA**|=2|**FB**|，则|**FA**| =（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

7．在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，若$a_5a_6=3$，则$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=$（　　）

A．$1+\log_3 5$　　　　B．6　　　　C．4　　　　D．5

8．数学中的数形结合，也可以组成世间万物的绚丽画面.一些优美的曲线是数学形象美、对称美、和谐美的结合产物，曲线$C:(x^2+y^2)^3=16x^2y^2$恰好是四叶玫瑰线.



给出下列结论：①曲线 **C** 经过 5 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）；②曲线 **C** 上任意一点到坐标原点 **O** 的距离都不超过 2；③曲线 **C** 围成区域的面积大于4π；④方程$(x^2+y^2)^3=16x^2y^2\left(xy<0\right)$表示的曲线 **C** 在第二象限和第四象限其中正确结论的序号是(　　)

A．①③　　　　B．②④　　　　C．①②③　　　　D．②③④

9．设x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\le 1\\2x+y\ge -1\\x-y\le 0\end{cases}$，若$z=-3x+2y$的最大值为$n$，则$\left(2x-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中$x^2$项的系数为(　　)

A．60　　　　B．80　　　　C．90　　　　D．120

10．已知函数$f(x)=a\left(e^2x-2\ln x\right)(a>0)$，$D=\left[\dfrac{1}{e},1\right]$若所有点$(s,f(t))$，$(s,t\in D)$所构成的平面区域面积为$e^2-1$，则$a=$（　　）

A．e　　　　B．$\dfrac{1}{e-2}$　　　　C．1　　　　D．$\dfrac{e}{e-2}$

11．已知底面为边长为2的正方形，侧棱长为1的直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P是上底面$A_1B_1C_1D_1$上的动点.给出以下四个结论中，正确的个数是（　　）

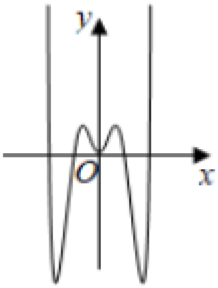
①与点D距离为$\sqrt{3}$的点P形成一条曲线，则该曲线的长度是$\dfrac{\pi}{2}$；

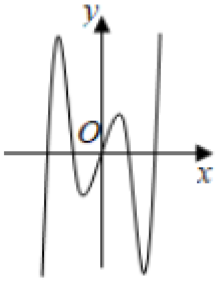
②若 $DP//$ 面 ACB_1，则 DP 与面 ACC_1A_1 所成角的正切值取值范围是 $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{2}\right]$；

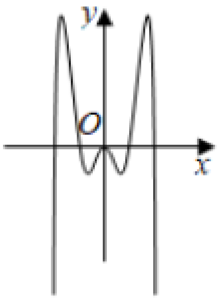
③若 $DP=\sqrt{3}$，则 DP 在该四棱柱六个面上的正投影长度之和的最大值为 $6\sqrt{2}$．

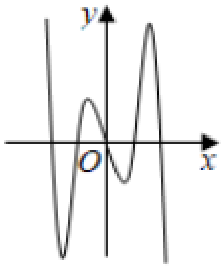
A． 0　　　　**B．** 1　　　　**C．** 2　　　　**D．** 3

12．函数 $f\left(x\right)=x^2\left(x^2-1\right)\left(x^2-4\right)$ 的图象可能是（　　）

A． 

B． 

C． 

D． 

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若函数 $f(x)=a^x$ (**a>0 且 a≠1**)在定义域[**m，n**]上的值域是[**m^2，n^2**](**1<m<n**)，则 **a** 的取值范围是_______．

14．已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^{x-4},x<0,\\ \log_2 x,x>0,\end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x)>a$ 的解集为 $\left(a^2,+\infty\right)$，则实数 a 的所有可能值之和为_______．

15．在 $(x^2-\dfrac{2}{x})^6$ 的二项展开式中，所有项的系数的和为________

16．$(2x-\dfrac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是__________．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分) 设等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的首项为 **0**，公差为 **a**，$a\in \mathrm{N}^*$；等差数列 $\left\{b_n\right\}$ 的首项为 **0**，公差为 **b**，$b\in \mathbf{N}^*$**.由数列** $\left\{a_n\right\}$ 和 $\left\{b_n\right\}$ 构造数表 **M**，与数表 M^*；

记数表 **M** 中位于第 **i** 行第 **j** 列的元素为 c_{ij}，其中 $c_{ij}=a_i+b_j$，(**i，j=1，2，3，…**)．

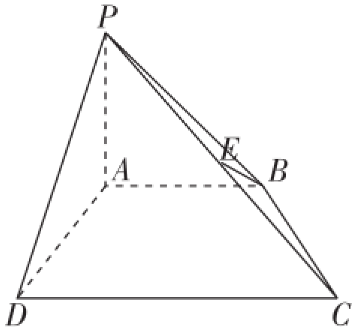
记数表 M^* 中位于第 **i** 行第 **j** 列的元素为 d_{ij}，其中 $d_{ij}=a_i-b_{j+1}$（$1\le i\le b$，$i\in \mathbf{N}^*$，$j\in \mathbf{N}^*$）**.如：**$c_{1,2}=a_1+b_2$，$d_{1,2}=a_1-b_3$．

（1）设 $a=5$，$b=9$，请计算 $c_{2,6}$，$c_{396,6}$，$d_{2,6}$；

（2）设 $a=6$，$b=7$，试求 c_{ij}，d_{ij} 的表达式（用 **i，j** 表示），并证明：对于整数 **t**，若 **t** 不属于数表 **M**，则 **t** 属于数表 M^*；

（3）设 $a=6$，$b=7$，对于整数 **t**，**t** 不属于数表 **M**，求 **t** 的最大值.

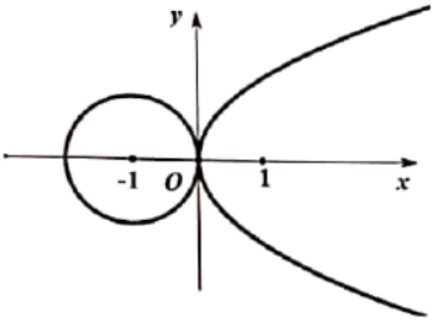
18.（12 分）如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\perp AB, AB//CD, AB=AD=AP=\frac{1}{2}CD=2$，$E$ 为 PC 的中点.



（1）求证：$BE\perp$ 平面 PCD；

（2）求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.

19.（12 分）已知抛物线 C_1：$y^2=2px$（$p>0$）上横坐标为 **3** 的点与抛物线焦点的距离为 **4.**



（1）求 p 的值；

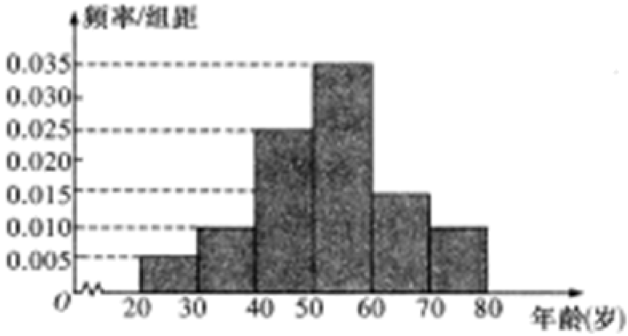
（2）设 $P(x_0,y_0)$（$0<x_0\le 2$）为抛物线 C_1 上的动点，过 P 作圆 $(x+1)^2+y^2=1$ 的两条切线分别与 y 轴交于 A、B 两点.求 $|AB|$ 的取值范围.

20.（12 分）在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $\sqrt{3}a=b(\sin C+\sqrt{3}\cos C)$.

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $A=\frac{\pi}{3}$，D 为 ΔABC 外一点，$DB=2, CD=1$，求四边形 $ABDC$ 面积的最大值.

21.（12 分）**2019** 年是中华人民共和国成立 **70** 周年．为了让人民了解建国 **70** 周年的风雨历程，某地的民调机构随机选取了该地的 **100** 名市民进行调查，将他们的年龄分成 **6** 段：$[20,30)$，$[30,40)$，…，$[70,80]$，并绘制了如图所示的频率分布直方图.



（1）现从年龄在$[20,30)$，$[30,40)$，$[40,50)$内的人员中按分层抽样的方法抽取 **8** 人，再从这 **8** 人中随机选取 **3** 人进行座谈，用X表示年龄在$[30,40)$）内的人数，求X的分布列和数学期望；

（2）若用样本的频率代替概率，用随机抽样的方法从该地抽取 **20** 名市民进行调查，其中有k名市民的年龄在$[30,50)$的概率为$P(X=k)(k=0,1,2,\cdots,20)$．当$P(X=k)$最大时，求$k$的值．

22．（10 分）在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$8\cos^2\dfrac{B+C}{2}-2\cos 2A=3$

（1）求A；

（2）若$a=2$，且$\triangle ABC$面积的最大值为$\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$周长的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

结合分段函数的解析式,先求出$f(-2)$,进而可求出$f\left[f(-2)\right]$.

【详解】

由题意可得$f(-2)=3^2=9$，则$f\left[f(-2)\right]=f(9)=\log_2(9-1)=3$.

故选:**C.**

【点睛】

本题考查了求函数的值,考查了分段函数的性质,考查运算求解能力,属于基础题.

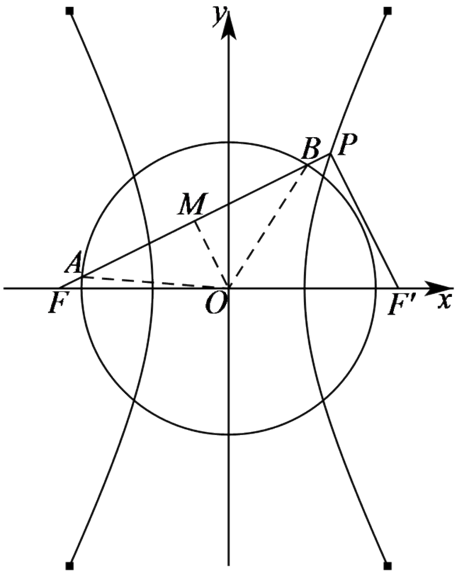
2、**D**

【解析】

过点O作$OM\perp PF$，可得出点M为AB的中点，由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{3}{100}c^2$可求得$\cos\angle AOB$的值，可计算出$\cos\dfrac{\angle AOB}{2}$的值，进而可得出$|OM|$，结合$\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$可知点$M$为$PF$的中点，可得出$|PF'|$，利用勾股定理求得$|PF|$（$F'$为双曲线的右焦点），再利用双曲线的定义可求得该双曲线的离心率的值.

【详解】

如下图所示，过点O作$OM\perp PF$，设该双曲线的右焦点为F'，连接PF'.



$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}c\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}c\cdot\cos\angle AOB=-\dfrac{3}{100}c^2$，$\therefore\cos\angle AOB=-\dfrac{1}{25}$.

$\therefore\cos\dfrac{\angle AOB}{2}=\sqrt{\dfrac{1+\cos\angle AOB}{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$，　$\therefore|OM|=|OA|\cos\dfrac{\angle AOB}{2}=\dfrac{3}{5}c$，

$\because\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，$\therefore M$为$PF$的中点，$\therefore PF'//OM$，$\angle FPF'=90^\circ$，$|PF'|=2|OM|=\dfrac{6c}{5}$，

$\therefore|PF|=\sqrt{(2c)^2-|PF'|^2}=\dfrac{8c}{5}$，

由双曲线的定义得$|PF|-|PF'|=2a$，即$\dfrac{2c}{5}=2a$，

因此，该双曲线的离心率为$e=\dfrac{c}{a}=5$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解，解题时要充分分析图形的形状，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

3、**A**

【解析】

根据题意，由圆的切线求得双曲线的渐近线的方程，再分焦点在 x、y 轴上两种情况讨论，进而求得双曲线的离心率．

【详解】

设双曲线 C 的渐近线方程为 y=kx，是圆的切线得：$\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1, \therefore k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

得双曲线的一条渐近线的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$∴焦点在 x、y 轴上两种情况讨论：

①当焦点在 x 轴上时有：$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3^2+3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

②当焦点在 y 轴上时有：$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3^2+3}}{\sqrt{3}}=2$;

∴求得双曲线的离心率 2 或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：A．

【点睛】

本小题主要考查直线与圆的位置关系、双曲线的简单性质等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想．解题的关键是：由圆的切线求得直线 的方程，再由双曲线中渐近线的方程的关系建立等式，从而解出双曲线的离心率的值．此题易忽视两解得出错误答案．

4、C

【解析】

根据古典概型概率计算公式，计算出概率并求得数学期望，由此判断出正确选项．

【详解】

$X_1=3$表示取出的为一个白球，所以$P\left(X_1=3\right)=\frac{C_4^1}{C_6^1}=\frac{2}{3}$. $X_1=2$表示取出一个黑球，$P\left(X_1=2\right)=\frac{C_2^1}{C_6^1}=\frac{1}{3}$，所以$E\left(X_1\right)=3\times\frac{2}{3}+2\times\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$.

$X_2=3$表示取出两个球，其中一黑一白，$P\left(X_2=3\right)=\frac{C_4^1C_2^1}{C_6^2}=\frac{8}{15}$，$X_2=2$表示取出两个球为黑球，

$P\left(X_2\right)=\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{1}{15}$，$X_2=4$表示取出两个球为白球，$P\left(X_2=4\right)=\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{6}{15}$，所以

$E\left(X_2\right)=3\times\frac{8}{15}+2\times\frac{1}{15}+4\times\frac{6}{15}=\frac{10}{3}$.所以$P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查离散型随机变量分布列和数学期望的计算，属于中档题.

5、**D**

【解析】

使用不同方法用表示出 $\overrightarrow{AF}$，结合平面向量的基本定理列出方程解出.

【详解】

解：$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，

又 $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{DE}=x(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})+y(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=(x+\frac{1}{2}y)\overrightarrow{AB}+(x-y)\overrightarrow{AD}$

$\therefore\begin{cases}x+\frac{y}{2}=\frac{1}{3}\\x-y=1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{5}{9}\\y=-\frac{4}{9}\end{cases}$，所以 $y-x=-1$

故选：**D**

【点睛】

本题考查了平面向量的基本定理及其意义，属于基础题.

6、**C**

【解析】

方法一：设 $P(-1,0)$，利用抛物线的定义判断出 B 是 AP 的中点，结合等腰三角形的性质求得 B 点的横坐标，根据抛物线的定义求得 $|FB|$，进而求得 $|FA|$.

方法二：设出 A,B 两点的横坐标 x_A,x_B，由抛物线的定义，结合 $|FA|=2|FB|$ 求得 x_A,x_B 的关系式，联立直线 $y=k\left(x+1\right)$ 的方程和抛物线方程，写出韦达定理，由此求得 x_A，进而求得 $|FA|$.

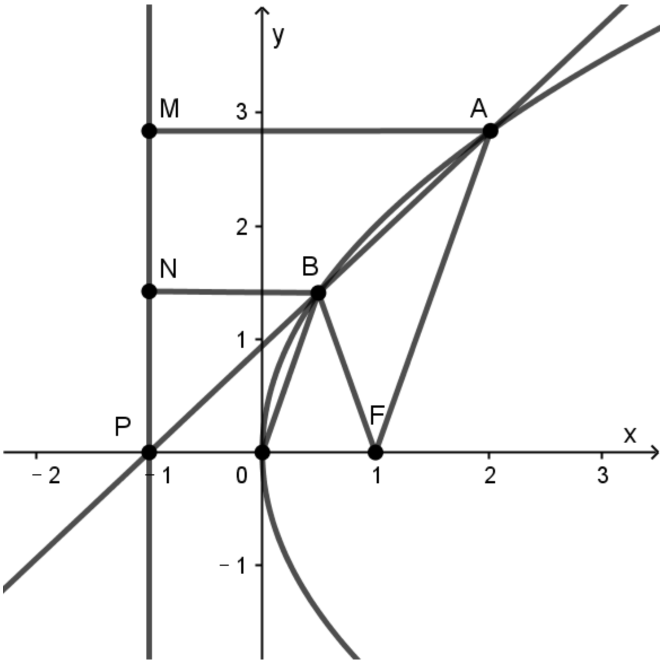
【详解】

方法一：由题意得抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $l:x=-1$，直线 $y=k(x+1)$ 恒过定点 $P(-1,0)$，过 A,B 分别作 $AM\perp l$ 于 M，$BN\perp l$ 于 N，连接 OB，由 $|FA|=2|FB|$，则 $|AM|=2|BN|$，所以点 B 为 AP 的中点，又点 O 是 PF 的中点，

则 $|OB|=\frac{1}{2}|AF|$，所以 $|OB|=|BF|$，又 $|OF|=1$

所以由等腰三角形三线合一得点 B 的横坐标为 $\frac{1}{2}$，

所以 $|FB|=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，所以 $|FA|=2|FB|=3$．



方法二：抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $l:x=-1$，直线 $y=k(x+1)$

由题意设 A,B 两点横坐标分别为 $x_A,x_B(x_A,x_B>0)$，

则由抛物线定义得 $|FA|=x_A+1,|FB|=x_B+1$

又 $|FA|=2|FB|$, $\therefore x_A+1=2(x_B+1)\Rightarrow x_A=2x_B+1$　　①

$\begin{cases}y^2=4x\\ y=k(x+1)\end{cases}\Rightarrow k^2x^2+(2k^2-4)x+k^2=0\Rightarrow x_A\cdot x_B=1$　　②

由①②得 $x_A^2-x_A-2=0$, $\therefore x_A=2,|FA|=x_A+1=3$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义，考查直线和抛物线的位置关系，属于中档题.

7、**D**

【解析】

由对数运算法则和等比数列的性质计算.

【详解】

由题意 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=\log_3(a_1a_2\cdots a_{10})$

$=\log_3(a_5a_6)^5=5\log_3(a_5a_6)=5\log_3 3=5$.

故选：D.

【点睛】

本题考查等比数列的性质，考查对数的运算法则．掌握等比数列的性质是解题关键．

8、B

【解析】

利用基本不等式得 $x^2+y^2\le 4$，可判断②；$x^2+y^2=4$ 和 $\left(x^2+y^2\right)^3=16x^2y^2$ 联立解得 $x^2=y^2=2$ 可判断①③；由图可判断④.

【详解】

$\left(x^2+y^2\right)^3=16x^2y^2\le 16\left(\dfrac{x^2+y^2}{2}\right)^2$，

解得 $x^2+y^2\le 4$（当且仅当 $x^2=y^2=2$ 时取等号），则②正确；

将 $x^2+y^2=4$ 和 $\left(x^2+y^2\right)^3=16x^2y^2$ 联立，解得 $x^2=y^2=2$，

即圆 $x^2+y^2=4$ 与曲线 C 相切于点 $\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$，$\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$，$\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$，$\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$，

则①和③都错误；由 $xy<0$，得④正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查曲线与方程的应用，根据方程，判断曲线的性质及结论，考查学生逻辑推理能力，是一道有一定难度的题.

9、B

【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到 $n=5$，再利用二项式定理计算得到答案.

【详解】

如图所示：画出可行域和目标函数，

$z=-3x+2y$，即 $y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{z}{2}$，故 z 表示直线与 y 截距的 2 倍，

根据图像知：当 $x=-1,y=1$ 时，$z=-3x+2y$ 的最大值为 5，故 $n=5$.

$\left(2x-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 展开式的通项为：$T_{r+1}=C_5^r\cdot(2x)^{5-r}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_5^r\cdot 2^{5-r}\cdot(-1)^r\cdot x^{5-\frac{3}{2}r}$，

取 $r=2$ 得到 x^2 项的系数为：$C_5^2\cdot 2^{5-2}\cdot(-1)^2=80$.