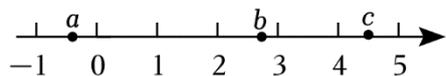


## 专题 18 数形结合思想

### (最新模拟 40 道押题预测：与数轴、坐标系、函数、几何)

#### 类型一、数轴与数形结合思想

1. (2023·济南二模) 如图, 下列结论正确的是 ( )



- A.  $b - a > 0$       B.  $a + b < 0$       C.  $|a| > |b|$       D.  $ac > 0$

【分析】根据数轴确定  $a, b, c$  的符号和绝对值的大小, 根据有理数的加减运算法则, 有理数的乘法法则判断即可.

【解答】解: 由数轴可知,  $a < 0 < b < c$ ,  $|a| < |b| < |c|$ ,

$\therefore b - a > 0$ , 故  $A$  符合题意;

$a + b > 0$ , 故  $B$  不符合题意;

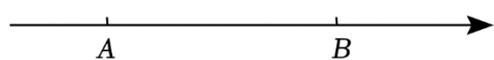
$|a| < |b|$ , 故  $C$  不符合题意,

$ac < 0$ , 故  $D$  不符合题意.

故选:  $A$ .

【点评】此题主要考查了实数与数轴, 正确结合数轴上数字位置分析是解题关键.

2. (2023·碑林区一模) 如图, 在数轴上, 点  $A, B$  分别表示数  $a, b$ , 且  $a + b = 0$ . 若  $A, B$  两点间的距离为 6, 则点  $A$  表示的数为 ( )



- A. -6      B. 6      C. -3      D. 3

【分析】根据  $a + b = 0$ ,  $A, B$  两点间的距离为 6 判断出点  $A, B$  分别表示的数即可.

【解答】解:  $\because a + b = 0$ ,

$\therefore a, b$  互为相反数,

$\because A, B$  两点间的距离为 6,

$\therefore$  点  $A, B$  分别在距离原点 3 的位置上,

$\therefore$  点  $A$  表示的数为 -3.

故选:  $C$ .

【点评】本题考查数轴上点的位置以及相反数, 解题关键是找到点  $A, B$  分别所在的位置.

3. (2023·鼓楼区校级模拟) 若有理数  $a, b, c$  在数轴上的位置如图所示, 则化简  $|a+c|+|b-a|-|b-c|$  的结果是 ( )



- A.  $-2b$                       B.  $-2a-2c$                       C.  $-2b+2c$                       D.  $2a-2b$

【分析】先根据数轴上点的位置推出  $a+c<0, b-a<0, b-c>0$ , 然后化简绝对值即可得到答案.

【解答】解: 由题意得:  $c<b<0<a, |a|<|b|<|c|$ ,

$$\therefore a+c<0, b-a<0, b-c>0,$$

$$\therefore |a+c|+|b-a|-|b-c|$$

$$= -(a+c) - (b-a) - (b-c)$$

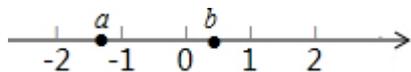
$$= -a-c-b+a-b+c$$

$$= -2b,$$

故选: A.

【点评】本题主要考查了根据数轴上点的位置判断式子符号, 有理数的加减法计算, 整式的加减计算, 化简绝对值, 正确根据题意得到  $a+c<0, b-a<0, b-c>0$  是解题的关键.

4. (2023·海淀区校级模拟) 有理数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示, 则下列各式成立的是 ( )



- A.  $a>b$                       B.  $-ab<0$                       C.  $|a|<|b|$                       D.  $a<-b$

【分析】根据各点在数轴上的位置得出  $a, b$  两点到原点距离的大小, 进而可得出结论.

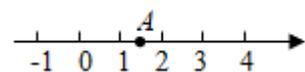
【解答】解:  $\because$  由图可知  $a<0<b$ , 且  $|a|>|b|$ ,

$$\therefore a<-b.$$

故选: D.

【点评】本题考查的是数轴, 熟知数轴上两点间的距离公式是解答此题的关键.

5. (2023·秦皇岛一模) 如图, 数轴上点  $A$  对应的数是  $\frac{3}{2}$ , 将点  $A$  沿数轴向左移动 2 个单位至点  $B$ , 则点  $B$  对应的数是 ( )



- A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $-2$                       C.  $\frac{7}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

【分析】借助数轴, 可直观得结论, 亦可运用有理数的加减得结论.

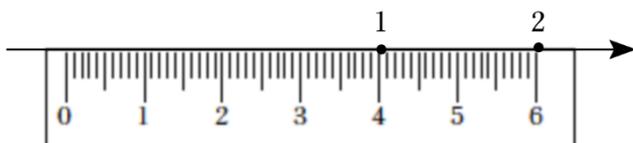
【解答】解：点  $A$  向左移动 2 个单位，

点  $B$  对应的数为： $\frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$ .

故选： $A$ .

【点评】本题考查了点在数轴上的移动，点沿数轴往正方向移动，点对应的数加移动的距离得到移动后的数，点沿数轴往负方向移动，点对应的数减移动的距离得到移动后的数.

6. (2023·陈仓区模拟) 如图，将刻度尺放在数轴上，若  $4\text{cm}$  和  $6\text{cm}$  刻度分别与数轴上表示 1 和 2 的两点对齐，则数轴上与零刻度对齐的点表示的数为 -1.



【分析】由数轴的概念即可求解.

【解答】解： $\because 4\text{cm}$  和  $6\text{cm}$  刻度分别与数轴上表示 1 和 2 的两点对齐，

$\therefore$  数轴的单位长度是  $2\text{cm}$ ，

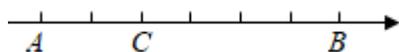
$\therefore$  原点对应  $2\text{cm}$  的刻度，

$\therefore$  数轴上与零刻度对齐的点表示的数是  $-1$ ，

故答案为： $-1$ .

【点评】本题考查数轴的概念，关键是掌握数轴的三要素.

7. (2023·碑林区校级模拟) 如图，数轴上  $A$ ， $B$  两点表示的两个数互为相反数（一格表示单位长度为 1），则点  $C$  表示的数是 -1.



【分析】根据数轴上表示的数互为相反数的性质：到原点的距离相等，再由两点之间的距离确定出  $A$  表示的数即可得出答案.

【解答】解： $\because$  数轴上  $A$ ， $B$  两点表示的数互为相反数，

$\therefore A$ ， $B$  两点到原点的距离相等，

$\because$  点  $A$  与点  $B$  之间的距离为 6 个单位长度，

$\therefore$  点  $A$  到原点的距离为  $6 \div 2 = 3$ ，

$\because$  点  $A$  在原点的左侧，

$\therefore$  点  $A$  表示的数是  $-3$ ，

$\therefore$  点  $C$  表示的数是  $-1$

故答案为：-1.

【点评】此题考查了数轴，以及相反数，弄清数轴上互为相反数两个数到原点的距离相等这个性质是解本题的关键.

8. (2023·榆林一模) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  在数轴上的位置如图所示，化简： $|2a| - |a+c| + |b-1| = \underline{-a+c-b+1}$ .



【分析】先根据数轴上各点的位置确定  $2a$ 、 $a+c$ 、 $b-1$  的符号，再根据绝对值的性质去掉绝对值符号，合并同类项即可.

【解答】解：由数轴可得  $c < a < 0 < b < 1$ ,

$$\therefore 2a < 0, a+c < 0, b-1 < 0,$$

$$\therefore \text{原式} = -2a + (a+c) - (b-1)$$

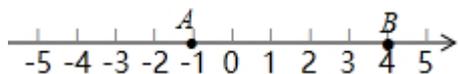
$$= -2a + a + c - b + 1$$

$$= -a + c - b + 1.$$

故答案为： $-a+c-b+1$ .

【点评】本题考查的是绝对值的性质及数轴的特点，根据数轴上各点的位置对  $2a$ 、 $a+c$ 、 $b-1$  的符号作出判断是解答此题的关键.

9. (2023·碑林区校级一模) 如图，在数轴上，点  $A$  表示的数为 -1，点  $B$  表示的数为 4， $C$  是点  $B$  关于点  $A$  的对称点，则点  $C$  表示的数为  $\underline{-6}$ .



【分析】先根据已知条件可以确定线段  $AB$  的长度，然后根据点  $B$ 、点  $C$  关于点  $A$  对称，设点  $C$  所表示的数为  $x$ ，列出方程即可解决.

【解答】解：设点  $C$  所表示的数为  $x$ ,

$\therefore$  数轴上  $A$ 、 $B$  两点表示的数分别为 -1 和 4，点  $B$  关于点  $A$  的对称点是点  $C$ ,

$$\therefore AB = 4 - (-1), AC = -1 - x,$$

根据题意  $AB = AC$ ,

$$\therefore 4 - (-1) = -1 - x,$$

解得  $x = -6$ .

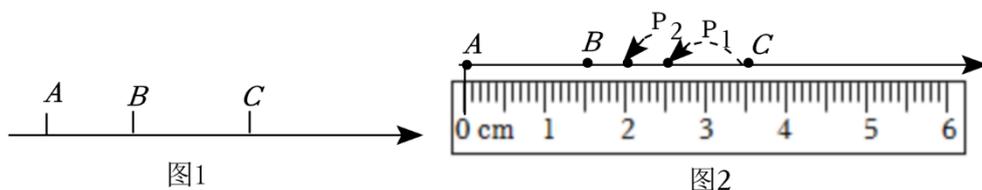
故答案为：-6.

【点评】本题主要考查实数与数轴的对应关系和轴对称的性质，熟练掌握对称性质是解本题的关键.

10. (2023·保定一模) 如图1,  $A, B, C$  是数轴上从左到右排列的三点, 在数轴上对应的数分别为  $-4, b, 3$ , 某同学将刻度尺按图2方式放置, 使刻度尺上的数字0对齐数轴上的点  $A$ , 发现点  $B$  对齐刻度尺  $1.5\text{cm}$  处, 点  $C$  对齐刻度尺  $3.5\text{cm}$  处.

(1) 在图1的数轴上,  $AC = \underline{7}$  个单位长度.

(2) 数轴上点  $B$  所对应的数  $b$  为  $\underline{-1}$ , 一质点  $P$  从点  $C$  处向点  $B$  方向跳动, 第一次跳动到  $CB$  的中点  $P_1$  处, 第二次从  $P_1$  点跳动到  $P_1B$  的中点  $P_2$  处, 第三次从  $P_2$  点跳动到  $P_2B$  的中点  $P_3$  处, 如此跳动下去, 则第四次跳动后, 数轴上点  $P_4$  所表示数为  $\underline{-\frac{3}{4}}$ .



【分析】(1) 根据点  $A, C$  是数轴上从左到右排列的点, 进而根据数轴上两点距离可进行求解;

(2) 根据线段  $AC$  的长度及刻度尺上的数字0对齐数轴上的点  $A$ , 发现点  $B$  对齐刻度尺  $1.5\text{cm}$ , 点  $C$  对齐刻度尺  $3.5\text{cm}$  处, 即可通过比例关系求出  $b$  的值, 然后分别先求出线段的长度, 既可以根据线段中点的概念进行求解.

【解答】解: (1)  $\because A, C$  是数轴上从左到右排列的点, 在数轴上对应的数分别为  $-4, 3$ ,

$$\therefore AC = 3 - (-4) = 7;$$

故答案为: 7;

(2)  $\because$  刻度尺上的数字0对齐数轴上的点  $A$ , 发现点  $B$  对齐刻度尺  $1.5\text{cm}$  处, 点  $C$  对齐刻度尺  $3.5\text{cm}$  处,  $AC = 7$ ,

$$\therefore b = -4 + 7 \times \frac{1.5}{3.5} = -1,$$

$\therefore$  数轴上点  $B$  对应的数  $b$  为  $-1$ ,

$$\therefore BC = 3 - (-1) = 4,$$

$\because$  一质点  $P$  从点  $C$  处向点  $B$  方向跳动, 第一次跳动到  $CB$  的中点  $P_1$  处,

$$\therefore \text{点 } P_1 \text{ 表示的数为 } 3 - \frac{1}{2} \times 4 = 1,$$

$\because$  第二次从  $P_1$  点跳动到  $P_1B$  的中点  $P_2$  处,

$$\therefore \text{点 } P_2 \text{ 表示的数为 } 1 - \frac{1}{2} \times |1 - (-1)| = 0,$$

∴第三次从  $P_2$  点跳动到  $P_2B$  的中点  $P_3$  处，

∴点  $P_3$  表示的数为  $0 - \frac{1}{2} \times |0 - (-1)| = -\frac{1}{2}$ ，

∴第四次从  $P_3$  点跳动到  $P_3B$  的中点  $P_4$  处，

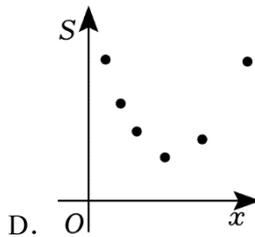
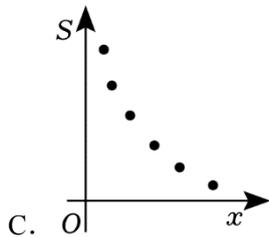
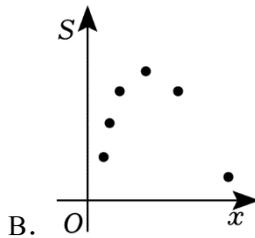
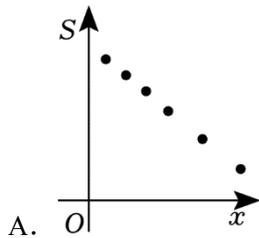
∴点  $P_4$  表示的数为  $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times |-\frac{1}{2} - (-1)| = -\frac{3}{4}$ 。

故答案为：7， -1，  $-\frac{3}{4}$ 。

【点评】本题主要考查数轴上的动点问题，熟练掌握数轴上的动点问题是解题的关键。

## 类型二、坐标系中的数形结合思想

11. (2023·市中区校级模拟) 用  $16m$  长的篱笆围成长方形的生物园饲养小兔，设围成长方形生物园的一边长为  $xm$ ，则围成长方形生物园的面积为  $S m^2$ ，选取 6 组数对  $(a, b)$  在坐标系中描点，则正确的是 ( )



【分析】根据题意列出  $S$  与  $x$  的函数关系式，再根据关系式判断  $S$  与  $x$  的关系是一次函数、二次函数还是反比例函数，再选出正确答案即可。

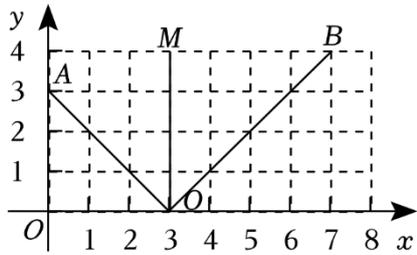
【解答】解：由题意得  $S = x \cdot \frac{(16-2x)}{2} = x(8-x) = -x^2 + 8x$ ，

$S$  是  $x$  的二次函数，且开口向下。

故选：B。

【点评】本题主要考查了根据题意列函数关系式及一次函数、二次函数、反比例函数图像的特征，熟练掌握以上函数图像的特征是解题的关键。

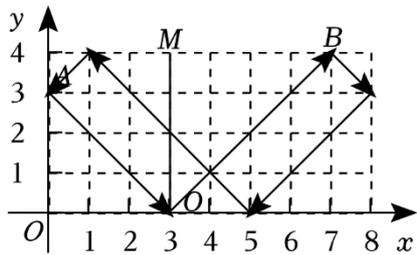
12. (2023·金水区校级一模) 如图，动点  $P$  从  $(0, 3)$  出发，沿所示方向运动，每当碰到矩形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角 ( $\angle AOM = \angle BOM$ )，当点  $P$  第 2023 次碰到矩形的边时，点  $P$  的坐标为 ( )



- A. (0, 3)      B. (3, 0)      C. (1, 4)      D. (8, 3)

【分析】根据反射角与入射角的定义可以在格点中作出图形，可以发现，在经过 6 次反射后，动点回到起始的位置，将 2023 除以 6 得到 337 余 1，说明点  $P$  第 2023 次碰到矩形的边时为第 338 个循环的第一次，因此点  $P$  的坐标为 (3, 0).

【解答】解：如图，根据反射角与入射角的定义作出图形，



∵第 6 次反弹时回到出发点，

∴每 6 次碰到矩形的边为一个循环组依次循环，

∵ $2023 \div 6 = 337 \cdots 1$ ，

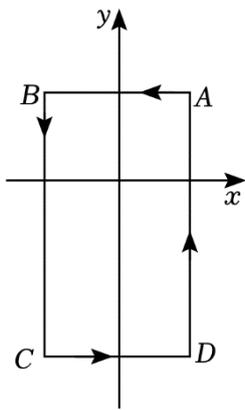
∴点  $P$  第 2023 次碰到矩形的边时是第 338 个循环的一次，

坐标为 (3, 0).

故选：B.

【点评】本题主要考查了点的坐标，根据作出图形，观察出每 6 次反弹为一个循环组依次循环是解题的关键.

13. (2023•郸城县一模) 如图，在平面直角坐标系中，已知点  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(-1, -2)$ ,  $D(1, -2)$ ，一智能机器人从点  $A$  出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿  $AB \rightarrow BC \rightarrow CD \rightarrow DA$  方向匀速循环前行，当机器人前行了 2023s 时，其所在位置的点的坐标为 ( )



- A.  $(-1, 0)$       B.  $(-1, 1)$       C.  $(1, -1)$       D.  $(1, 1)$

【分析】由点可得  $ABCD$  是长方形，智能机器人从点  $A$  出发沿着  $A-B-C-D$  回到点  $A$  所走路程是 10，即每过 10 秒点  $P$  回到  $A$  点一次，判断  $2023 \div 10$  的余数就是可知智能机器人的位置.

【解答】解：由点  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(-1, -2)$ ,  $D(1, -2)$ ,

可知  $ABCD$  是长方形，

$$\therefore AB=CD=2, CB=AD=3,$$

$$\therefore \text{机器人从点 } A \text{ 出发沿着 } A-B-C-D \text{ 回到点 } A \text{ 所走路程是: } 2+2+3+3=10,$$

$$\because 2023 \div 10 = 202 \text{ 余 } 3,$$

$\therefore$  第 2023 秒时机器人在  $BC$  与  $x$  轴的交点处，

$\therefore$  机器人所在点的坐标为  $(-1, 0)$ ,

故选：A.

【点评】本题考查规律型 - 点的坐标，平面内点的坐标特点. 能够找到点的运动每 10 秒回到起点的规律是解题的关键.

14. (2023·沈河区校级模拟) 在平面直角坐标系中，对于点  $P(x, y)$ ，我们把点  $P'(-y+1, x+1)$  叫做点  $P$  伴随点，已知点  $A_1$  的伴随点为  $A_2$ ，点  $A_2$  的伴随点为  $A_3$ ，点  $A_3$  的伴随点为  $A_4$ ， $\dots$ ，这样依次得到点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$  若点  $A_1$  的坐标为  $(2, 4)$ ，则点  $A_{2023}$  的坐标为 ( )

- A.  $(3, -1)$       B.  $(-2, -2)$       C.  $(-3, 3)$       D.  $(2, 4)$

【分析】根据“伴随点”的定义依次求出各点，不难发现，每 4 个点为一个循环组依次循环，用 2023 除以 4，根据商和余数的情况确定点  $A_{2023}$  的坐标即可.

【解答】解： $\because A_1$  的坐标为  $(2, 4)$ ，

$$\therefore A_2(-3, 3), A_3(-2, -2), A_4(3, -1), A_5(2, 4),$$

$\dots$ ,

依此类推，每 4 个点为一个循环组依次循环，

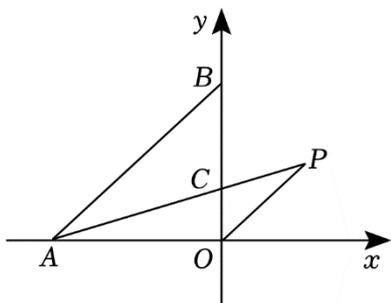
$$\because 2023 \div 4 = 505 \cdots 3,$$

$\therefore$  点  $A_{2023}$  的坐标与  $A_3$  的坐标相同，为  $(-2, -2)$ .

故选：B.

【点评】本题是对点的变化规律的考查，读懂题目信息，理解“伴随点”的定义并求出每 4 个点为一个循环组依次循环是解题的关键.

15. (2023·碑林区校级模拟) 如图，在平面直角坐标系中，点  $A$ 、 $B$  分别在  $x$  轴负半轴和  $y$  轴正半轴上，点  $C$  在  $OB$  上， $OC:BC=1:2$ ，连接  $AC$ ，过点  $O$  作  $OP \parallel AB$  交  $AC$  的延长线于  $P$ ，若  $P(1, 1)$ ，则  $AB$  的长为 ( )



- A.  $2\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D. 3

【分析】由  $P(1, 1)$ ，得  $OP = \sqrt{2}$ ，根据  $OP \parallel AB$ ，有  $\triangle COP \sim \triangle CBA$ ，即得  $\frac{\sqrt{2}}{AB} = \frac{1}{2}$ ，故  $AB = 2\sqrt{2}$ .

【解答】解： $\because P(1, 1)$ ，

$$\therefore OP = \sqrt{2},$$

$\because OP \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle COP, \quad \angle BAC = \angle P,$$

$$\therefore \triangle COP \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{OP}{AB} = \frac{OC}{BC} = \frac{1}{2}, \quad \text{即} \frac{\sqrt{2}}{AB} = \frac{1}{2},$$

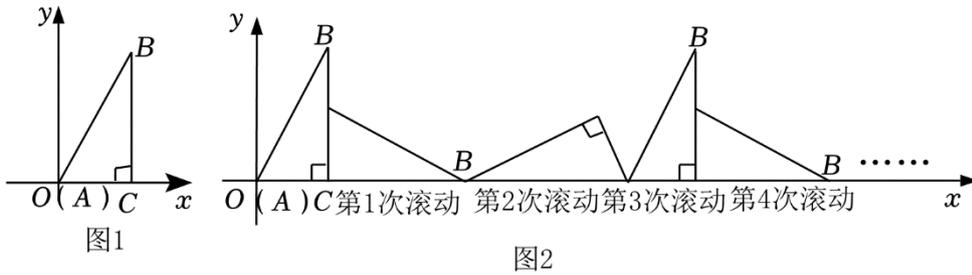
$$\therefore AB = 2\sqrt{2},$$

故选：A.

【点评】本题考查坐标与图形性质，解题的关键是掌握相似三角形的判定与性质定理.

16. (2023·泌阳县一模) 如图①， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $BC = 2$ ，将  $\triangle ABC$  放置在平面直角坐标系中，使点  $A$  与原点重合，点  $C$  在  $x$  轴正半轴上. 将  $\triangle ABC$  按如图②

方式顺时针滚动（无滑动），则滚动 2022 次后，点  $B$  的横坐标为（ ）



- A.  $2022+673\sqrt{5}$     B.  $2022+674\sqrt{5}$     C.  $2023+674\sqrt{5}$     D.  $2023+673\sqrt{5}$

【分析】根据三角形滚动规律得出每 3 次一循环，由已知可得三角形周长为  $3+\sqrt{5}$ ，进而可得滚动 2022 次后，点  $B$  的横坐标。

【解答】解：∵  $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $BC=2$ ，

$$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5},$$

∴  $\triangle ABC$  的周长为  $3+\sqrt{5}$ ，

根据题意可得，每滚动 3 次，点  $B$  的横坐标增加  $3+\sqrt{5}$ ，

$$\therefore 2022 \div 3 = 674,$$

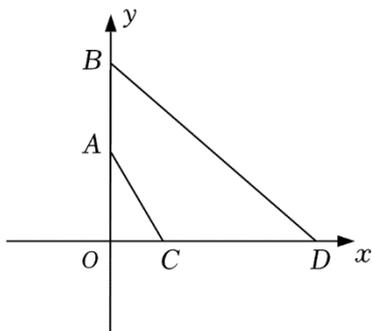
∴ 滚动 2022 次后，点  $B$  的横坐标增加了  $674 \times (3+\sqrt{5})$ ，

∴ 滚动 2022 次后，点  $B$  的横坐标为  $1+674 \times (3+\sqrt{5}) = 2023+674\sqrt{5}$ ，

故选：C.

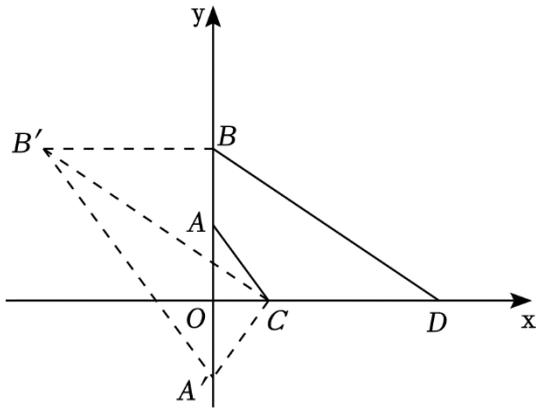
【点评】本题主要考查了规律型：点的坐标，勾股定理，根据已知得出点的变化规律是解题关键。

17. (2023·荆州模拟) 如图，在平面直角坐标系中，长为 3 的线段  $CD$ （点  $D$  在点  $C$  右侧）在  $x$  轴上移动，点  $A(0, 2)$ 、 $B(0, 4)$  是  $y$  轴上定点，连接  $AC$ 、 $BD$ ，则  $AC+BD$  的最小值为  $3\sqrt{5}$ 。



【分析】平移  $CD$  使点  $D$  落在点  $B$  处，连接  $B'C$ ，则点  $C$  平移后为点  $B'$ ，即  $B'C=BD$ ，进而得出  $B'(-3, 4)$ ，再作点  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $A'$ ，则  $A'(0, -2)$ ，进而得出  $AC+BD$  的最小值为  $A'B'$ ，即可求解答案。

【解答】解：如图，平移  $CD$  使点  $D$  落在点  $B$  处，连接  $B'C$ ，则点  $C$  的对应点为  $B'$ ，即  $B'C=BD$ ，



$\because CD=3, B(0, 4),$

$\therefore$ 点  $B'(-3, 4),$

作点  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $A'$ , 此时点  $A', C, B'$  在同一条线上时,  $AC+BD$  最小,

$\because A(0, 2),$

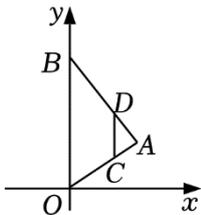
$\therefore A'(0, -2),$

连接  $A'B'$ , 则  $AC+BD$  的最小值为  $A'B' = \sqrt{(-3)^2 + (4+2)^2} = 3\sqrt{5}.$

故答案为:  $3\sqrt{5}.$

**【点评】** 此题主要考查了对称的性质, 平移的性质, 将  $AC+BD$  的最小值转化为  $A'B'$  是解本题的关键.

18. (2023•和平区一模) 如图,  $\triangle AOB$  的顶点  $O(0, 0)$ , 顶点  $A$  在第一象限, 顶点  $B$  在  $y$  轴正半轴上, 点  $C$  为  $OA$  上的一点,  $AC:OC=1:2$ , 过  $C$  作  $CD \parallel OB$  交  $AB$  于点  $D$ ,  $CD=2$ , 则  $B$  点的坐标为  $(0, 6)$ .



**【分析】** 由点  $B$  在  $y$  轴上, 且  $CD \parallel OB$ , 得  $CD \parallel y$  轴, 则  $\triangle ACD \sim \triangle AOB$ , 得比例式可得  $OB=6$ , 从而得出结论.

**【解答】** 解:  $\because$  点  $B$  在  $y$  轴上, 且  $CD \parallel OB$ ,

$\therefore CD \parallel y$  轴,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AOB$ ,

$$\therefore \frac{AC}{OA} = \frac{DC}{OB},$$

$\because AC:OC=1:2,$

$$\therefore \frac{AC}{OA} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{OB},$$

$$\therefore OB = 6,$$

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(0, 6)$ .

故答案为:  $(0, 6)$ .

**【点评】** 此题重点考查相似三角形的判定与性质、图形与坐标等知识, 根据“平行于三角形一边的直线和其它两边或两边的延长线相交所构成的三角形与原三角形相似”证明  $\triangle ACD \sim \triangle AOB$  是解题的关键.

19. (2023·孟村县校级一模) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P(x, y)$ , 我们把点  $P'(-y+1, x+1)$  叫做点  $P$  的伴随点. 已知点  $A_1$  的伴随点为  $A_2$ , 点  $A_2$  的伴随点为  $A_3$ , 点  $A_3$  的伴随点为  $A_4$ ,  $\dots$ , 这样依次得到点  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ . 若点  $A_1$  的坐标为  $(3, 1)$ , 则点  $A_2$  的坐标为  $(0, 4)$ , 点  $A_{2023}$  的坐标为  $(-3, 1)$ ; 若点  $A_1$  的坐标为  $(a, b)$ , 对于任意的正整数  $n$ , 点  $A_n$  均在  $x$  轴上方, 则  $a, b$  应满足的条件为  $-1 < a < 1$  且  $0 < b < 2$ .

**【分析】** 根据点  $A_1$  的坐标结合伴随点的定义, 即可找到点  $A_2, A_3, A_4, A_5$  的坐标, 进而得出坐标的变化规律: 每 4 个点为一个循环组依次循环, 按照此规律即可得出答案; 根据点  $A_1$  的坐标为  $(a, b)$  和伴随点的定义, 即可求得点  $A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, \dots$  的坐标, 总结得出规律, 再根据“对于任意的正整数  $n$ , 点  $A_n$  均在  $x$  轴上方”列出不等式组求解即可.

**【解答】** 解:  $\because$  点  $A_1$  的坐标为  $(3, 1)$ ,

$\therefore$  点  $A_2$  的坐标为  $(0, 4)$ , 点  $A_3$  的坐标为  $(-3, 1)$ , 点  $A_4$  的坐标为  $(0, -2)$ , 点  $A_5$  的坐标为  $(3, 1)$ ,

点  $A_6$  的坐标为  $(0, 4)$ .  $\dots$ ,

依此类推, 每 4 个点为一个循环组依次循环,

$$\because 2023 \div 4 = 505 \cdots 3,$$

$\therefore$  点  $A_{2023}$  的坐标与  $A_3$  的坐标相同, 为  $(-3, 1)$ .

$\because$  点  $A_1$  的坐标为  $(a, b)$ ,

$\therefore$  点  $A_2$  的坐标为  $(-b+1, a+1)$ , 点  $A_3$  的坐标为  $(-a, -b+2)$ , 点  $A_4$  的坐标为  $(b-1, -a+1)$ , 点  $A_5$  的坐标为  $(a, b)$ ,

$\therefore$  点  $A_n$  的坐标四次一循环.

∵对于任意的正整数  $n$ , 点  $A_n$  均在  $x$  轴上方,

$$\therefore \begin{cases} b > 0 \\ a+1 > 0 \\ -b+2 > 0 \\ -a+1 > 0 \end{cases},$$

解得:  $-1 < a < 1$  且  $0 < b < 2$ .

故答案为:  $(0, 4); (-3, 1); -1 < a < 1$  且  $0 < b < 2$ .

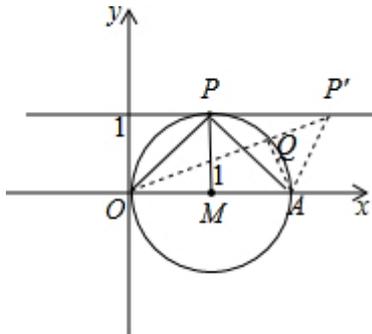
【点评】本题考查了点的坐标规律, 解不等式组等, 读懂题目信息, 理解“伴随点”的定义找出规律是解题关键.

20. (2023•锡山区校级模拟) 在平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标为  $(2, 0)$ ,  $P$  是第一象限内任意一点, 连接  $PO, PA$ , 若  $\angle POA = m^\circ$ ,  $\angle PAO = n^\circ$ , 若点  $P$  到  $x$  轴的距离为 1, 则  $m+n$  的最小值为 90.

【分析】由题意可作出以  $OA$  为直径的  $\odot M$ , 根据已知条件及圆的相关知识可得答案.

【解答】解: 如图, 在平面直角坐标系中作出以  $OA$  为直径的  $\odot M$ ,

设直线  $y=1$  与  $\odot M$  相切于点  $P$ , 则  $MP$  垂直于直线  $y=1$ ,



根据三角形内角和定理可知, 要使得  $m+n$  取得最小值, 则需  $\angle OPA$  取得最大值.

∵点  $P$  到  $x$  轴的距离为 1, 而  $PM$  为半径,

∴  $PM=1$ ,

∵点  $A$  的坐标为  $(2, 0)$ ,

∴  $OM=1$ ,

∴  $\angle OPA$  为以  $OA$  为直径的圆的一个圆周角,

∴  $\angle OPA=90^\circ$ .

在直线  $y=1$  上任取一点不同于点  $P$  的一点  $P'$ , 连接  $OP'$ , 交  $\odot M$  于点  $Q$ , 连接  $AQ$ ,

则  $\angle AQQ=90^\circ > \angle AP'O$ ,

∴  $\angle OPA > \angle AP'O$ ,

$\therefore \angle OPA$  的最大值为  $90^\circ$  ,

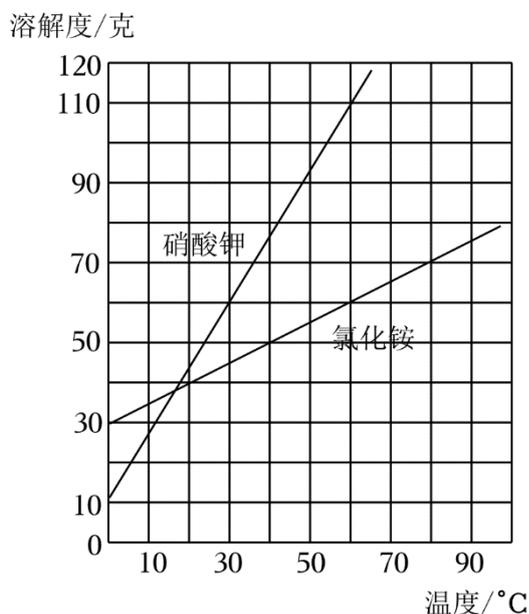
$\therefore m+n$  的最小值为 90.

故答案为: 90.

【点评】本题考查了坐标与图形的相关性质, 明确圆的相关性质、三角形的内角和及外角性质等知识点是解题的关键.

### 类型三、函数与数形结合思想

21. (2023·大同二模) 如图是硝酸钾和氯化铵在水里的溶解度(克)与温度( $^\circ\text{C}$ )之间的对应关系, 观察该图可知 ( )



- A. 硝酸钾和氯化铵在水里的溶解度随温度的增大而减小
- B. 硝酸钾和氯化铵在水里的溶解度相同时, 温度大于  $20^\circ\text{C}$
- C. 当温度为  $10^\circ\text{C}$  时, 硝酸钾的溶解度大于氯化铵的溶解度
- D. 当温度为  $40^\circ\text{C}$  时, 硝酸钾的溶解度大于氯化铵的溶解度

【分析】根据函数图象解答即可.

【解答】解: 由图象可知,

硝酸钾和氯化铵在水里的溶解度随温度的增大而增大, 故选项 A 不符合题意;

硝酸钾和氯化铵在水里的溶解度相同时, 温度小于  $20^\circ\text{C}$ , 故选项 B 不符合题意;

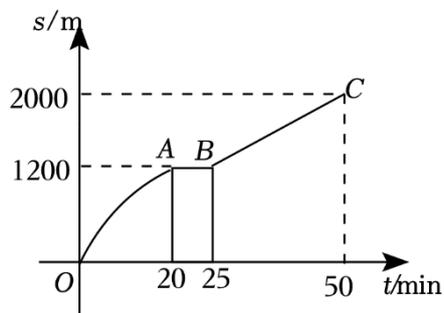
当温度为  $10^\circ\text{C}$  时, 硝酸钾的溶解度小于氯化铵的溶解度, 故选项 C 不符合题意;

当温度为  $40^\circ\text{C}$  时, 硝酸钾的溶解度大于氯化铵的溶解度, 说法正确, 故选项 D 符合题意.

故选: D.

【点评】本题考查了函数的图象，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

22. (2023·九龙坡区模拟) 如图是小贝散步过程中所走的路程  $s$  (单位:  $m$ ) 与步行时间  $t$  (单位:  $min$ ) 的函数图象. 下列说法错误的是 ( )



- A. 小贝在散步过程中停留了  $5min$
- B. 小贝在第  $25min \sim 50min$  时间段匀速步行
- C. 小贝匀速步行的速度是  $\frac{80}{3}m/min$
- D. 小贝在散步过程中步行的平均速度是  $40m/min$

【分析】根据函数图象中的信息，利用数形结合思想进行计算即可解答.

【解答】解：由图象可知：

小贝在散步过程中停留了  $25 - 20 = 5 (min)$ ，故  $A$  选项正确，不符合题意；

小贝在第  $25min \sim 50min$  时间段匀速步行，故  $B$  选项正确，不符合题意；

小贝匀速步行的速度为  $(2000 - 1200) \div (50 - 25) = 32m/min$ ，故  $C$  选项错误，符合题意；

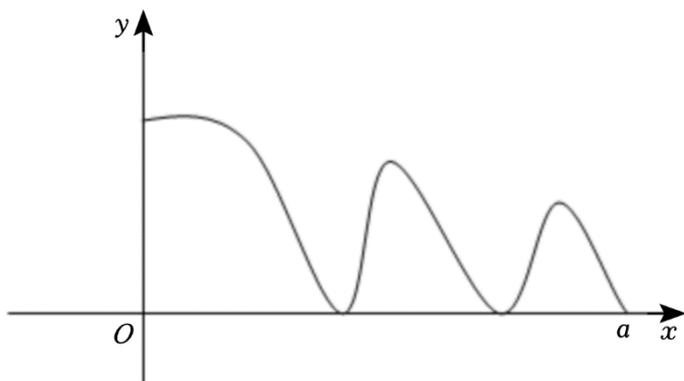
小贝在散步过程中步行的平均速度为  $2000 \div 50 = 40m/min$ ，故  $D$  选项正确，不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查了函数的图象，利用函数图象中的信息，进行正确的计算是解题关键.

23. (2023·海淀区校级模拟) 某函数的图象如图所示，当  $0 \leq x \leq a$  时，在该函数图象上可找到  $n$  个不同的

点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，使得  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n}$ ，则  $n$  的取值不可能为 ( )



- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6

【分析】设  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k$ ，则在该函数图象上  $n$  个不同的点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

也都在函数  $y=kx$  的图象上，根据正比例函数  $y=kx$  的图象与如图所示的图象的交点的个数即可得出答案.

【解答】解：设  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k$ ,

则在该函数图象上  $n$  个不同的点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  也都在函数  $y=kx$  的图象上，

即：正比例函数  $y=kx$  的图象与如图所示的图象的交点，

由图象可知，正比例函数  $y=kx$  的图象与如图所示的图象的交点可能有 1 个或 2 个或 3 个或 4 个或 5 个.

故选：D.

【点评】本题主要考查了函数图象，数形结合是解题的关键.

24. (2023·晋州市模拟) 如图 1 所示，正方形  $ABCD$  中，点  $E$  是  $BC$  边的中点，动点  $P$  从点  $A$  出发，在正方形的边上沿  $A \rightarrow B \rightarrow E$  的路线匀速运动到点  $E$  停止，设点  $P$  的运动路程为  $x$ ， $PD - PB = y$ ，图 2 是点  $P$  运动时  $y$  随  $x$  变化关系的图象，根据图中的数据，可知点  $Q$  的坐标为 ( )

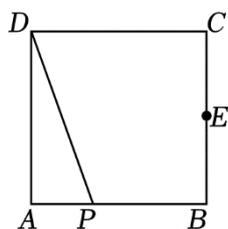


图1

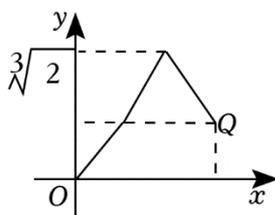


图2

- A.  $(3, 3\sqrt{2})$                       B.  $(3, \frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{3}{2})$   
 C.  $(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{3}{2})$                       D.  $(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{5})$

【分析】利用  $y=PD-PB$  开始为 0，到最大值为  $3\sqrt{2}$ ，也就是  $P$  到达  $B$  点时，即  $PD=3\sqrt{2}$ ， $PB=0$ ，可求得对角线  $BD=3\sqrt{2}$ ，从而求得边长  $AB=3$ ，从而  $Q$  的横坐标为  $3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ ，根据勾股定理可求出  $PD$  和  $PB$  的长，进而可得结论。

【解答】解：根据图 2 可知，

点  $P$  到  $B$  点时， $y=PD-PB=0$ ，

点  $P$  到  $C$  点时， $y=PD-PB=3\sqrt{2}$ ，

即  $AC=BD=3\sqrt{2}$ ，

$\therefore AB=AD=3$ 。

点  $P$  到  $E$  点时， $y=\sqrt{3^2+(\frac{3}{2})^2}-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{5}-\frac{3}{2}$ ，

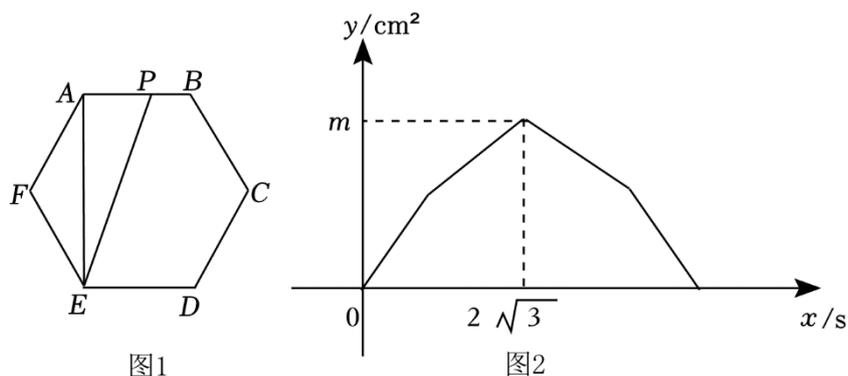
点  $Q$  的横坐标为： $3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ ，

$\therefore Q(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{5}-\frac{3}{2})$ 。

故选：C。

【点评】本题考查的是正方形中的动点问题，解题的关键是找到图中的关键点及对应的关键数。

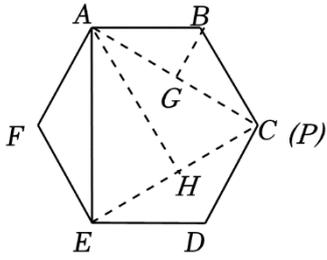
25. (2023·河南模拟) 如图 1 所示，动点  $P$  从正六边形的  $A$  点出发，沿  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$  以  $1\text{cm/s}$  的速度匀速运动到点  $E$ ，图 2 是点  $P$  运动时， $\triangle APE$  的面积  $y(\text{cm}^2)$  随着时间  $x(\text{s})$  的变化的关系图象，则图 2 中的  $m$  为 ( )



- A.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$       B.  $3\sqrt{3}\text{cm}^2$       C.  $\frac{9\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$       D.  $4\sqrt{3}\text{cm}^2$

【分析】连接  $AC$ 、 $EC$ ，过点  $B$  作  $BG \perp AC$  于点  $G$ ，根据图形可知，当点  $P$  运动到  $C$  点时， $\triangle APE$  面积最大，由图 2 可求出  $AB=\sqrt{3}$ ，再根据正六边形的性质证明  $\triangle AEC$  为等边三角形，然后由面积公式求出  $m$  得值。

【解答】解：连接  $AC$ 、 $EC$ ，过点  $B$  作  $BG \perp AC$  于点  $G$ ，过点  $A$  作  $AH \perp EP$  于点  $H$ ，



当点  $P$  运动到  $C$  点时,  $\triangle APE$  面积最大,

由图 2 知,  $AB+BC=2\sqrt{3}$ ,

$\because$  六边形  $ABCDEF$  为正六边形,

$\therefore AB=BC=CD=DE=EF=FA$ ,  $\angle B=\angle F=\angle D=120^\circ$ ,

$\therefore AB=\sqrt{3}$ ,

$\therefore AG=AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$ ,

$\therefore AC=2AG=3$ ,

$\because AB=BC=CD=DE=EF=FA$ ,  $\angle B=\angle F=\angle D=120^\circ$ ,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC \cong \triangle AFE$ ,

$\therefore AC=EC=AE$ ,

$\therefore \triangle AEC$  为等边三角形,

$\therefore AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC$ ,

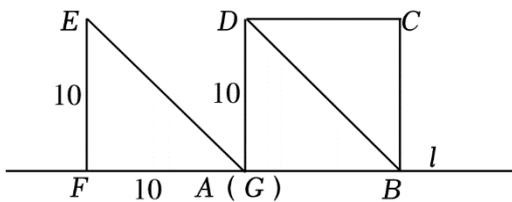
$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} EC \cdot AH = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} AC \cdot AC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ ,

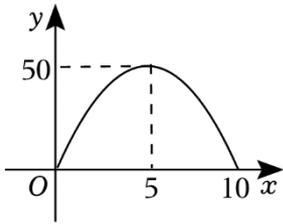
$\therefore m = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ .

故选:  $C$ .

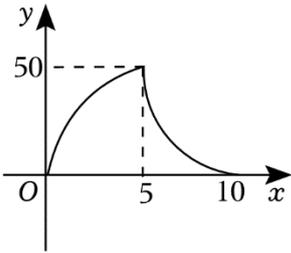
**【点评】** 本题考查了动点问题的函数图象, 以图中  $y$  值的最大值为突破口, 求得等边三角形  $\triangle ACE$  的边长, 是解题的关键.

26. (2023·和平区模拟) 如图 (单位:  $cm$ ), 等腰直角  $\triangle EFG$  以  $2cm/s$  的速度沿直线  $l$  向正方形移动, 直到  $EF$  与  $BC$  重合, 当运动时间为  $x$  秒时,  $\triangle EFG$  与正方形  $ABCD$  重叠部分的面积为  $ycm^2$ , 下列图象中能反映  $y$  与  $x$  的函数关系的是 ( )

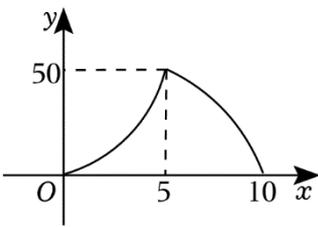




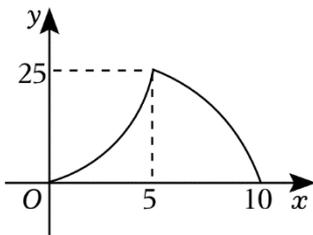
A.



B.



C.



D.

【分析】分别求出  $x \leq 5$  时与  $5 \leq x \leq 10$  时的函数解析式，然后根据相应的函数图象找出符合条件的选项即可

【解答】解：如图 1，当  $x \leq 5$  时，重叠部分为三角形，面积  $y = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x = 2x^2$ ，

如图 2，当  $5 \leq x \leq 10$  时，重叠部分为梯形，面积  $y = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 - \frac{1}{2} (2x - 10)^2 = -2(x - 5)^2 + 50$ ，

$\therefore$  图象为两段二次函数图象，

纵观各选项，只有 C 选项符合。

故选：C.

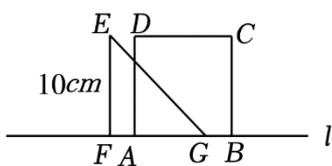


图1

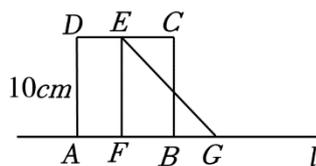


图2

【点评】本题考查了动点问题的函数图象，判断出重叠部分的形状并求出相应的函数关系式是解题的关键.

27. (2023·白银模拟) 如图1, 将边长为  $a$  的正方形  $ABCD$  的一边  $BC$  与直角边分别是 2 和  $a$  的  $\text{Rt}\triangle GEF$  的一边  $GF$  重合, 正方形  $ABCD$  以每秒 1 个单位长度的速度沿  $GE$  向右匀速运动, 当点  $A$  和点  $E$  重合时正方形停止运动, 设正方形的运动时间为  $t$  秒, 正方形  $ABCD$  与  $\text{Rt}\triangle GEF$  重叠部分的面积为  $S$ ,  $S$  关于  $t$  的函数图象如图 2 所示, 当  $t = (2 - \sqrt{2})$  秒时, 重叠部分的面积为 ( )

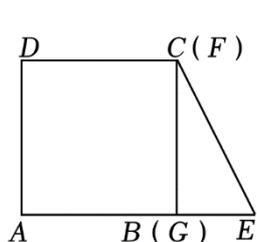


图1

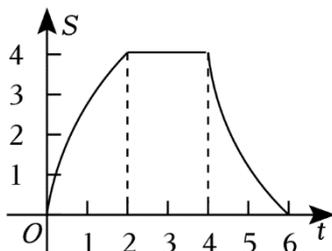


图2

- A. 2                      B.  $\sqrt{2}$                       C. 1                      D.  $\sqrt{2} - 1$

【分析】因为  $t = 2 - \sqrt{2}$ , 当  $0 \leq t \leq 2$  时,  $BG = t$ ,  $BE = 2 - t$ , 运用  $\triangle EBP \sim \triangle EGF$  的相似比可表示  $PB = 4 - 2t$ ,  $S$  为梯形  $PBGF$  的面积, 则  $S = \frac{1}{2} (4 - 2t + 4) \cdot t = -t^2 + 4t$ , 其图象为开口向下的抛物线的一部分, 据此解答即可.

【解答】解: 当  $0 \leq t \leq 2$  时, 如图,

$$BG = t, \quad BE = 2 - t,$$

$$\because PB \parallel GF,$$

$$\therefore \triangle EBP \sim \triangle EGF,$$

$$\therefore \frac{PB}{FG} = \frac{EB}{EG},$$

$$\text{即 } \frac{PB}{4} = \frac{2-t}{2},$$

$$\therefore PB = 4 - 2t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} (PB + FG) \cdot GB = \frac{1}{2} (4 - 2t + 4) \cdot t = -t^2 + 4t,$$

$$\therefore S = -(2 - \sqrt{2})^2 + 4(2 - \sqrt{2}) = 2,$$

故选: A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/828124112110006077>