2024年高考数学模拟试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知$\omega>\dfrac{1}{3}$，函数$f(x)=\sin\left(2\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)$在区间$(\pi,2\pi)$内没有最值，给出下列四个结论：

①$f(x)$在$(\pi,2\pi)$上单调递增；

②$\omega\in\left[\dfrac{5}{12},\dfrac{11}{24}\right]$

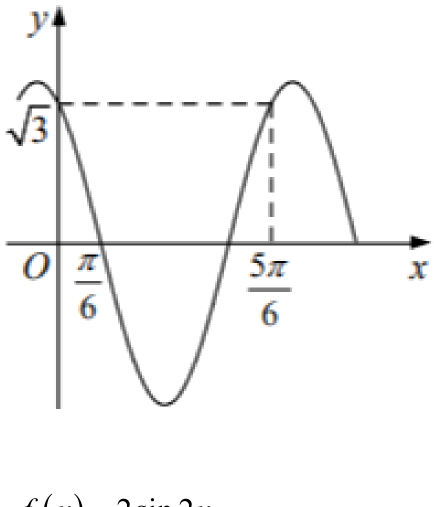
③$f(x)$在$[0,\pi]$上没有零点；

④$f(x)$在$[0,\pi]$上只有一个零点.

其中所有正确结论的编号是（　　）

A． ②④　　**B．** ①③　　**C．** ②③　　**D．** ①②④

2．函数$g\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,0<\varphi<2\pi\right)$的部分图象如图所示，已知$g\left(0\right)=g\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$，函数$y=f\left(x\right)$的图象可由$y=g\left(x\right)$图象向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度而得到，则函数$f\left(x\right)$的解析式为（　　）



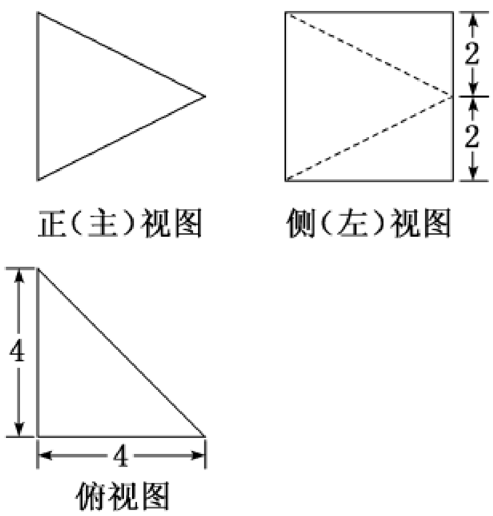
A． $f\left(x\right)=2\sin 2x$　　**B．** $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

C． $f\left(x\right)=-2\sin x$　　**D．** $f\left(x\right)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

3．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点 **P** 是 **C** 的右支上一点，连接PF_1与 **y** 轴交于点 **M**，若$\left|F_1O\right|=2|OM|$（**O** 为坐标原点），$PF_1\perp PF_2$，则双曲线 **C** 的渐近线方程为（　　）

A． $y=\pm 3x$　　　　**B．** $y=\pm\sqrt{3}x$　　　　**C．** $y=\pm 2x$　　　　**D．** $y=\pm\sqrt{2}x$

4．已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（　　）



A． $\frac{64}{3}$　　　　**B．64**　　　　**C．** $\frac{32}{3}$　　　　**D．32**

5．设正项等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$S_6-2S_3=2$，则$\frac{3{a_8}^2}{a_2}$的最小值为

A．8　　　　**B．16**　　　　**C．24**　　　　**D．36**

6．数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式为$a_n=\left|n-c\right|\left(n\in N^*\right)$．则“$c<2$”是“$\left\{a_n\right\}$为递增数列”的（　　）条件．

A． 必要而不充分　　　　**B．** 充要　　　　**C．** 充分而不必要　　　　**D．** 即不充分也不必要

7．关于函数$f(x)=\left|\cos x\right|+\cos\left|2x\right|$，有下列三个结论:①$\pi$是$f(x)$的一个周期；②$f(x)$在$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上单调递增；③$f(x)$的值域为$\left[-2,2\right]$.则上述结论中，正确的个数为（）

A． 0　　　　**B．** 1　　　　**C．** 2　　　　**D．** 3

8．若各项均为正数的等比数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_3=3a_1+2a_2$，则公比$q=$（　　）

A．1　　　　**B．2**　　　　**C．3**　　　　**D．4**

9．若函数$f\left(x\right)=x^2+2x-m\cos\left(x+1\right)+m^2+3m-7$有且仅有一个零点，则实数$m$的值为（　　）

A． $\frac{-3-\sqrt{37}}{2}$　　　　**B．** $\frac{-3+\sqrt{37}}{2}$　　　　**C．** -4　　　　**D．** 2

10．已知F_1、F_2分别是双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点，过$F_2$作双曲线$C$的一条渐近线的垂线，分别交两条渐近线于点$A$、$B$，过点$B$作$x$轴的垂线，垂足恰为$F_1$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A． 2　　　　**B．** $\sqrt{3}$　　　　**C．** $2\sqrt{3}$　　　　**D．** $\sqrt{5}$

11．i是虚数单位，复数$z=1-i$在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　　　**B．**第二象限　　　　**C．**第三象限　　　　**D．**第四象限

12．数列$\{a_n\}$满足：$a_3=\dfrac{1}{5},a_n-a_{n+1}=2a_na_{n+1}$，则数列$\{a_na_{n+1}\}$前$10$项的和为

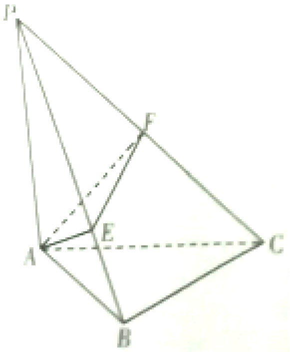
A． $\dfrac{10}{21}$　　　　**B．** $\dfrac{20}{21}$　　　　**C．** $\dfrac{9}{19}$　　　　**D．** $\dfrac{18}{19}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(-3,0)$，$B(-1,-2)$，若圆$(x-2)^2+y^2=r^2(r>0)$上有且仅有一对点M,N，使得ΔMAB的面积是ΔNAB的面积的 **2** 倍，则r的值为______.

14．命题“对任意$x>1$，$x^2>1$”的否定是________.

15．《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑，如图，在鳖臑$P-ABC$中，$PA\perp$平面ABC，$AB\perp BC$，且$AP=AC=4$，过A点分别作$AE\perp PB$于点E，$AF\perp PC$于点F，连接EF，则三棱锥$P-AEF$的体积的最大值为__________.



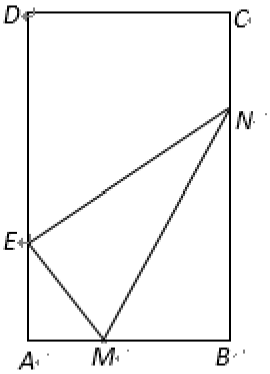
16．在一块土地上种植某种农作物，连续 **5** 年的产量（单位：吨）分别为 **9.4，9.7，9.8，10.3，10.8.** 则该农作物的年平均产量是______吨.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数$f(x)=\sqrt{3x+6}$，$g(x)=\sqrt{14-x}$，若存在实数x使$f(x)+g(x)>a$成立，求实数a的取值范围.

18．（12 分）已知矩形纸片$ABCD$中，$AB=6,AD=12$，将矩形纸片的右下角沿线段MN折叠，使矩形的顶点 **B** 落在矩形的边AD上，记该点为 **E**，且折痕MN的两端点 **M**，**N** 分别在边AB,BC上.设$\angle MNB=\theta,MN=l$，ΔEMN

的面积为 **S**.



（1）将 l 表示成 θ 的函数，并确定 θ 的取值范围；

（2）求 l 的最小值及此时 $\sin\theta$ 的值；

（3）问当 θ 为何值时，ΔEMN 的面积 S 取得最小值？并求出这个最小值.

19.（12 分）已知 $a>0$，$b>0$，$c>0$ 设函数 $f(x)=|x-b|+|x+c|+a$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）若 $a=b=c=1$，求不等式 $f(x)>5$ 的解集；

（2）若函数 $f(x)$ 的最小值为 1，证明：$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{4}{b+c}+\dfrac{9}{c+a}>18(a+b+c)$.

20.（12 分）随着改革开放的不断深入，祖国不断富强，人民的生活水平逐步提高，为了进一步改善民生，2019 年 1 月 1 日起我国实施了个人所得税的新政策，其政策的主要内容包括：（1）个税起征点为 5000 元；（2）每月应纳税所得额（含税）＝收入－个税起征点－专项附加扣除；（3）专项附加扣除包括①赡养老人费用②子女教育费用③继续教育费用④大病医疗费用……等．其中前两项的扣除标准为：①赡养老人费用：每月扣除 2000 元②子女教育费用：每个子女每月扣除 1000 元．新个税政策的税率表部分内容如下：

级数	一级	二级	三级	四级	…
每月应纳税所得额（含税）	不超过 3000 元的部分	超过 3000 元至 12000 元的部分	超过 12000 元至 25000 元的部分	超过 25000 元至 35000 元的部分	…
税率(%)	3	10	20	25	…

（1）现有李某月收入 29600 元，膝下有一名子女，需要赡养老人，除此之外，无其它专项附加扣除．请问李某月应缴纳的个税金额为多少？

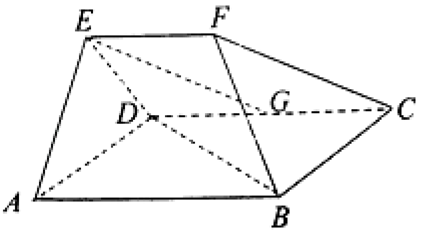
（2）为研究月薪为 20000 元的群体的纳税情况，现收集了某城市 500 名的公司白领的相关资料，通过整理资料可知，有一个孩子的有 400 人，没有孩子的有 100 人，有一个孩子的人中有 300 人需要赡养老人，没有孩子的人中有 50 人需要赡养老人，并且他们均不符合其它专项附加扣除（受统计的 500 人中，任何两人均不在一个家庭）．若他们的月收入均为 20000 元，依据样本估计总体的思想，试估计在新个税政策下这类人群缴纳个税金额 X 的分布列与期望．

21．（12 分）已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=\dfrac{3}{2}$，且 $a_n=\dfrac{a_{n-1}}{2}+\dfrac{1}{2^{n-1}}\left(n\geq 2,n\in \mathbf{N}^*\right)$．

（1）求证：数列 $\left\{2^n a_n\right\}$ 是等差数列，并求出数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和 S_n．

22．（10 分）在以 ***ABCDEF*** 为顶点的五面体中，底面 ***ABCD*** 为菱形，$\angle ABC=120°$，$AB=AE=ED=2EF$，$EF//AB$，点 ***G*** 为 ***CD*** 中点，平面 ***EAD***⊥平面 ***ABCD***.



（1）证明：***BD***⊥***EG***；

（2）若三棱锥 $V_{E-FBC}=\dfrac{1}{2}$，求菱形 ***ABCD*** 的边长.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

先根据函数 $f(x)=\sin\left(2\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 内没有最值求出 $k-\dfrac{1}{12}\leqslant \omega\leqslant \dfrac{k}{2}+\dfrac{5}{24}$ 或 $k+\dfrac{5}{12}\leqslant \omega\leqslant \dfrac{k}{2}+\dfrac{11}{24}$.再根据已知求出 $\dfrac{1}{3}<\omega\leqslant \dfrac{1}{2}$，判断函数的单调性和零点情况得解.

【详解】

因为函数 $f(x)=\sin\left(2\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有最值.

所以 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2\omega\pi-\frac{\pi}{3}<4\omega\pi-\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，或 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2\omega\pi-\frac{\pi}{3}<4\omega\pi-\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$

解得 $k-\frac{1}{12}\le \omega\le \frac{k}{2}+\frac{5}{24}$ 或 $k+\frac{5}{12}\le \omega\le \frac{k}{2}+\frac{11}{24}$.

又 $T=\frac{2\pi}{2\omega}\ge 2\pi,\omega>\frac{1}{3}$，所以 $\frac{1}{3}<\omega\le \frac{1}{2}$.

令 $k=0$.可得 $\omega\in\left[\frac{5}{12},\frac{11}{24}\right]$.且 $f(x)$ 在 $(\pi,2\pi)$ 上单调递减.

当 $x\in[0,\pi]$ 时，$2\omega x-\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{3},2\pi\omega-\frac{\pi}{3}\right]$，且 $2\pi\omega-\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{12}\right]$，

所以 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上只有一个零点.

所以正确结论的编号②④

故选：A.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图象和性质，考查函数的零点问题，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2、A

【解析】

由图根据三角函数图像的对称性可得 $\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，利用周期公式可得 ω，再根据图像过 $\left(\frac{\pi}{6},0\right),\left(0,\sqrt{3}\right)$，即可求出 φ,A，再利用三角函数的平移变换即可求解.

【详解】

由图像可知 $\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $T=\pi$，

所以 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，解得 $\omega=2$，

又 $g\left(\frac{\pi}{6}\right)=A\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=0$，

所以 $\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，由 $0<\varphi<2\pi$，

所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$，

又 $g\left(0\right)=\sqrt{3}$，

所以 $A\sin\varphi=\sqrt{3}$，$\left(A>0\right)$，

所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$，$A=2$，

即 $g\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

因为函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象由 $y=g\left(x\right)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到，

所以 $y=f\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{2\pi}{3}\right]=2\sin 2x$.

故选：A

【点睛】

本题考查了由图像求三角函数的解析式、三角函数图像的平移伸缩变换，需掌握三角形函数的平移伸缩变换原则，属于基础题.

3、C

【解析】

利用三角形 ΔOMF_1 与 ΔPF_2F 相似得 $\left|PF_1\right|=2\left|PF_2\right|$，结合双曲线的定义求得 a,b,c 的关系，从而求得双曲线的渐近线方程。

【详解】

设 $F_1(-c,0)$， $F_2(c,0)$，

由 $\left|F_1O\right|=2\,|\,OM\,|$， ΔOMF_1 与 ΔPF_2F 相似，

所以 $\frac{\left|F_1O\right|}{|\,OM\,|}=\frac{\left|PF_1\right|}{\left|PF_2\right|}=2$，即 $\left|PF_1\right|=2\left|PF_2\right|$，

又因为 $\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|=2a$，

所以 $\left|PF_1\right|=4a$， $\left|PF_2\right|=2a$，

所以 $4c^2=16a^2+4a^2$，即 $c^2=5a^2$， $b^2=4a^2$，

所以双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$.

故选：C.

【点睛】

本题考查双曲线几何性质、渐近线方程求解，考查数形结合思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力。

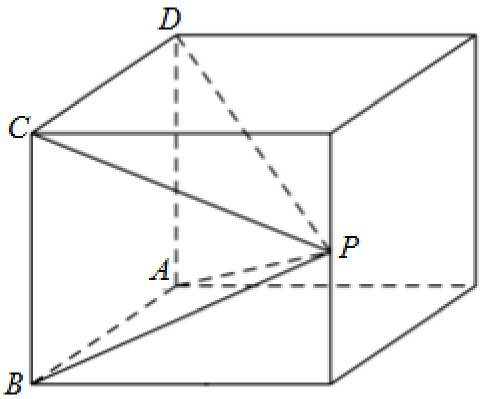
4、A

【解析】

根据三视图，还原空间几何体，即可得该几何体的体积.

【详解】

由该几何体的三视图，还原空间几何体如下图所示：



可知该几何体是底面在左侧的四棱锥，其底面是边长为 **4** 的正方形，高为 **4**，

故 $V=\frac{1}{3}\times\left(4\times4\right)\times4=\frac{64}{3}$.

故选：**A**

【点睛】

本题考查了三视图的简单应用，由三视图还原空间几何体，棱锥体积的求法，属于基础题.

5、**B**

【解析】

方法一：由题意得 $S_6-2S_3=(S_6-S_3)-S_3=2$，根据等差数列的性质，得 S_9-S_6,S_6-S_3,S_3 成等差数列，设 $S_3=x(x>0)$，则 $S_6-S_3=x+2$，$S_9-S_6=x+4$，则

$\frac{3a_8{}^2}{a_2}=\frac{(3a_8)^2}{3a_2}=\frac{(a_7+a_8+a_9)^2}{a_1+a_2+a_3}=\frac{(S_9-S_6)^2}{S_3}=\frac{(x+4)^2}{x}=x+\frac{16}{x}+8\geq2\sqrt{x\cdot\frac{16}{x}}+8=16$，当且仅当 $x=4$ 时等号成立，从而 $\frac{3a_8{}^2}{a_2}$ 的最小值为 **16**，故选 **B**.

方法二：设正项等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ***d***，由等差数列的前 n 项和公式及 $S_6-2S_3=2$，化简可得

$6a_1+\frac{6\times5}{2}d-2(3a_1+\frac{3\times2}{2}d)=2$，即 $d=\frac{2}{9}$，则 $\frac{3a_8{}^2}{a_2}=\frac{3(a_2+6d)^2}{a_2}=\frac{3(a_2+\frac{4}{3})^2}{a_2}=3a_2+\frac{16}{3a_2}+8\geq2\sqrt{3a_2\cdot\frac{16}{3a_2}}+8=16$，当且仅当 $3a_2=\frac{16}{3a_2}$，即 $a_2=\frac{4}{3}$ 时等号成立，从而 $\frac{3a_8{}^2}{a_2}$ 的最小值为 **16**，故选 **B**.

6、**A**

【解析】

根据递增数列的特点可知 $a_{n+1}-a_n>0$，解得 $c<n+\frac{1}{2}$，由此得到若 $\left\{a_n\right\}$ 是递增数列，则 $c<\frac{3}{2}$，根据推出关系可确定结果.

【详解】

若“$\{a_n\}$是递增数列”，则 $a_{n+1}-a_n=|n+1-c|-|n-c|>0$，

即$(n+1-c)^2>(n-c)^2$，化简得：$c<n+\frac{1}{2}$，

又$n\in\mathbf{N}^*$，$\therefore n+\frac{1}{2}\ge\frac{3}{2}$，$\therefore c<\frac{3}{2}$，

则$c<2$¿ $\{a_n\}$是递增数列，$\{a_n\}$是递增数列$\Rightarrow c<2$，

$\therefore$“$c<2$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的必要不充分条件.

故选：A.

【点睛】

本题考查充分条件与必要条件的判断，涉及到根据数列的单调性求解参数范围，属于基础题.

7、**B**

【解析】

利用三角函数的性质，逐个判断即可求出.

【详解】

①因为$f(x)=f(x+\pi)$，所以π是$f(x)$的一个周期，①正确；

②因为$f(\pi)=2$，$f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}<2$，所以$f(x)$在$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上不单调递增，②错误；

③因为$f(-x)=f(x)$，所以$f(x)$是偶函数，又π是$f(x)$的一个周期，所以可以只考虑$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的值域．当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$t=\cos x\in[0,1]$，

$f(x)=|\cos x|+\cos|2x|=\cos x+\cos 2x=2\cos^2 x+\cos x-1=2t^2+t-1$

$y=2t^2+t-1$在$[0,1]$上单调递增，所以$f(x)\in[-1,2]$，$f(x)$的值域为$[-1,2]$，③错误；

综上，正确的个数只有一个，故选 **B**.

【点睛】

本题主要考查三角函数的性质应用.

8、**C**

【解析】

由正项等比数列满足$a_3=3a_1+2a_2$，即$a_1q^2=3a_1+2a_1q$，又$a_1\ne0$，即$q^2-2q-3=0$，运算即可得解.

【详解】