相交线与平行线——猪脚模型

主讲人：某某某老师

某某学校

例1.平面内的两条直线有相交和平行两种位置关系.

(1)如图1，若AB//CD，点P在AB、CD内部，$\angle B=50^{\circ}$,$\angle D=30^{\circ}$，求$\angle BPD$.

返回至目录

解：如图1，过P点作PO//AB，

∵ AB//CD，

∴ CD//PO//AB，

∴ $\angle BPO = \angle B, \angle OPD = \angle D$，

∵ $\angle BPD = \angle BPO + \angle OPD$，

∴ $\angle BPD = \angle B + \angle D$.

∵ $\angle B = 50^\circ, \angle D = 30^\circ$，

∴ $\angle BPD = \angle B + \angle D = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$；

返回至目录

(2)如图2，在AB//CD的前提下，将点P移到AB、CD外部，则∠BPD、∠B、∠D之间有何数量关系？请证明你的结论.

解：$\angle B=\angle D+\angle BPD$，

$\because AB//CD$，

$\therefore \angle B=\angle BOD$，

$\because \angle BOD=\angle D+\angle BPD$，

$\therefore \angle B=\angle D+\angle BPD$；

(3)如图3，写出$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$的度数=<u>360°</u>.

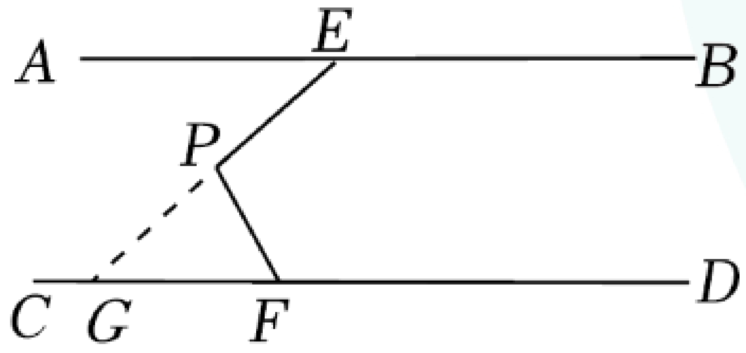
解：$\because \angle CMN=\angle A+\angle E,\angle DNB=\angle B+\angle F$，

又$\because \angle C+\angle D+\angle CMN+\angle DNM=360^\circ$，

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=360^\circ$.

故答案为：360°.

例2.(1)如图1，已知AB//CD, $\angle AEP = 40°$, $\angle PFD = 110°$，求$\angle EPF$的度数.



解：延长EP交CD于点G,

∵ AB//CD,

∴ $\angle AEG = \angle PGF = 40°$,

∵ $\angle PFD = 110°$,

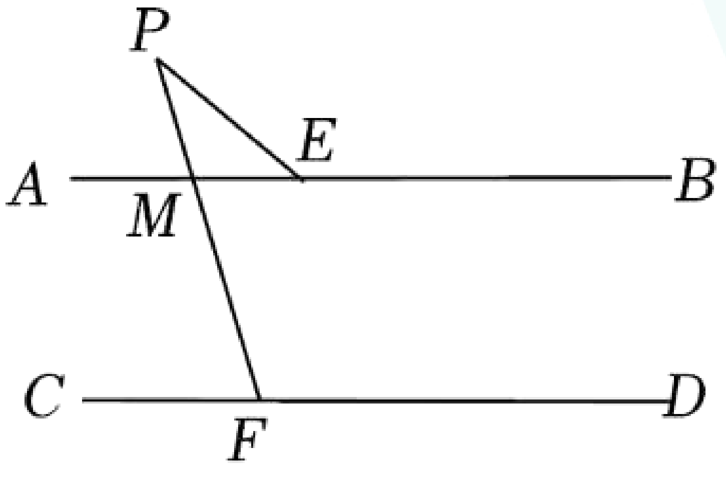
∴ $\angle PFG = 180° - \angle PFD = 70°$,

∵ $\angle EPF$是△PFG的一个外角,

∴ $\angle EPF = \angle PGF + \angle PFG = 110°$,

∴ $\angle EPF$的度数为110°;

(2)如图2，AB//CD，点P在AB的上方，问∠PEA, ∠PFC, ∠EPF之间有何数量关系？并说明理由；



解：∠PFC ＝ ∠PEA ＋ ∠EPF，

理由：如图：设AB与PF交于点M，

∵ ∠PMA是△ PME的一个外角，

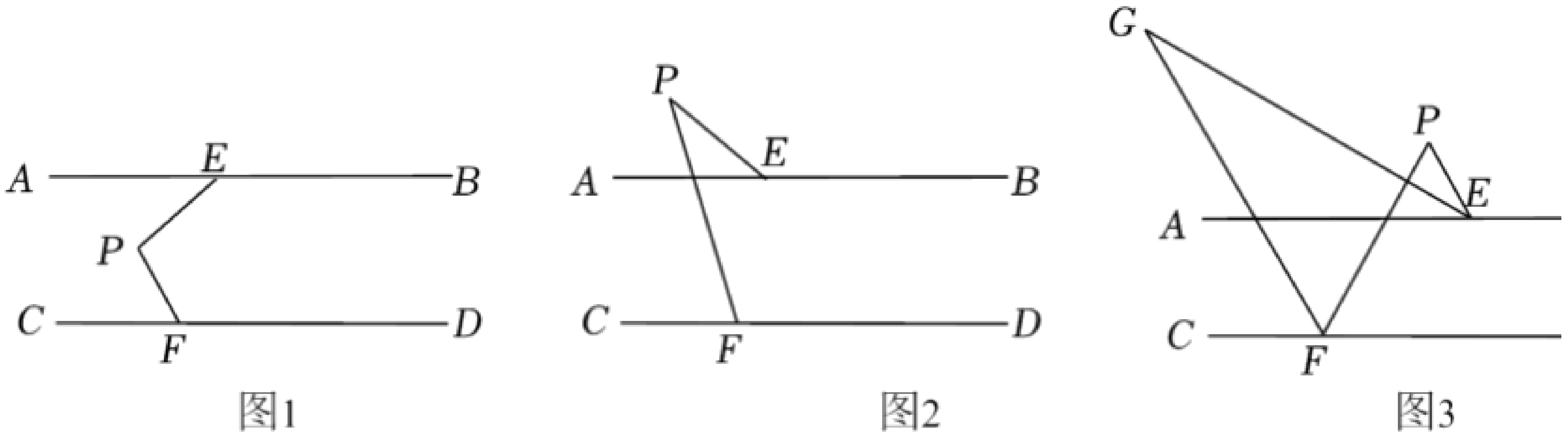
∴ ∠PMA ＝ ∠PEA ＋ ∠EPF，

∵ AB//CD，

∴ ∠PMA ＝ ∠PFC，

∴ ∠PFC ＝ ∠PEA ＋ ∠EPF；

(3)如图3，在(2)的条件下，已知$\angle EPF = 60°$，$\angle PEA$的平分线和$\angle PFC$的平分线交于点G，求$\angle G$的度数.



解：由(2)可得：

$\angle PFC=\angle PEA+\angle EPF$,

$\therefore \angle EPF=\angle PFC-\angle PEA=60^{\circ}$,

$\because$ EG平分$\angle AEP$, FG平分$\angle PFC$,

$\therefore \angle GEA=\frac{1}{2}\angle AEP, \angle GFC=\frac{1}{2}\angle PFC$,

由(2)得：

$\angle GFC=\angle G+\angle GEA$,

$\therefore \angle G=\angle GFC-\angle GEA$

$= \frac{1}{2}\angle PFC - \frac{1}{2}\angle AEP$

$= \frac{1}{2}(\angle PFC - \angle AEP)$

$= \frac{1}{2} \times 60^\circ$

$= 30^\circ$,

$\therefore \angle G$的度数为30°.

返回至目录

例3.如图，AB//CD，点E为两直线之间的一点.

(1)如图1，若$\angle BAE=35^\circ$, $\angle DCE=20^\circ$，则$\angle AEC=$__55°.__;

解：55°

如图所示，过点E作EF//AB，

$\because AB//CD \therefore AB//CD//EF$,

$\therefore \angle BAE=\angle 1, \angle ECD=\angle 2$,

$\therefore \angle AEC=\angle 1+\angle 2=\angle BAE+\angle ECD=35^\circ+20^\circ=55^\circ$,

故答案为55°.

返回至目录

(2)如图2，试说明，$\angle BAE+\angle AEC+\angle ECD=360^{\circ}$；

解：如图所示，过点E作EG//AB，

$\because AB//CD\ \therefore AB//CD//EG$，

$\therefore \angle A+\angle 1=180^{\circ}, \angle C+\angle 2=180^{\circ}$，

$\therefore \angle A+\angle 1+\angle 2+\angle C=360^{\circ}$，

即$\angle BAE+\angle AEC+\angle ECD=360^{\circ}$.

返回至目录

(3)①如图3，若∠BAE的平分线与∠DCE的平分线相交于点F，判断∠AEC与∠AFC的数量关系，并说明理由；

②如图4，若设$\angle E=m,\angle BAF=\frac{1}{n}\angle FAE,\angle DCF=\frac{1}{n}\angle FCE$，请直接用含m、n的代数式表示∠F的度数.

解：①$2\angle AFC+\angle AEC=360^{\circ}$，理由如下：

由(1)可得，$\angle AFC=\angle BAF+\angle DCF$,

$\because$ AF平分$\angle BAE$, CF平分$\angle DCE$,

$\therefore \angle BAE=2\angle BAF, \angle DCE=2\angle DCF$,

$\therefore \angle BAE+\angle DCE=2\angle AFC$,

由(2)可知，∠��AE $+\angle AEC+\angle DCE=360^{\circ}$,

$\therefore 2\angle AFC+\angle AEC=360^{\circ}$.

②由①知$\angle F+\angle FAE+\angle E+\angle FCE=360^{\circ}$,

$\because \angle BAF=\frac{1}{n}\angle FAE, \angle DCF=\frac{1}{n}\angle FCE, \angle BAF+\angle DCF=\angle F$,

返回至目录

$\therefore \angle F = \frac{1}{n}(\angle FAE + \angle FCE)$,

$\therefore \angle FAE + \angle FCE = n\angle F$,

$\therefore \angle F + \angle E + n\angle F = 360^\circ$,

$\therefore (n+1)\angle F = 360^\circ - \angle E = 360^\circ - m$,

$\therefore \angle F = \frac{360^\circ - m}{n+1}$.

返回至目录

例4.如图1，AB//CD，点P，Q分别在AB，CD上，点E在AB，CD之间.连接PE, QE, PE ⊥ QE.

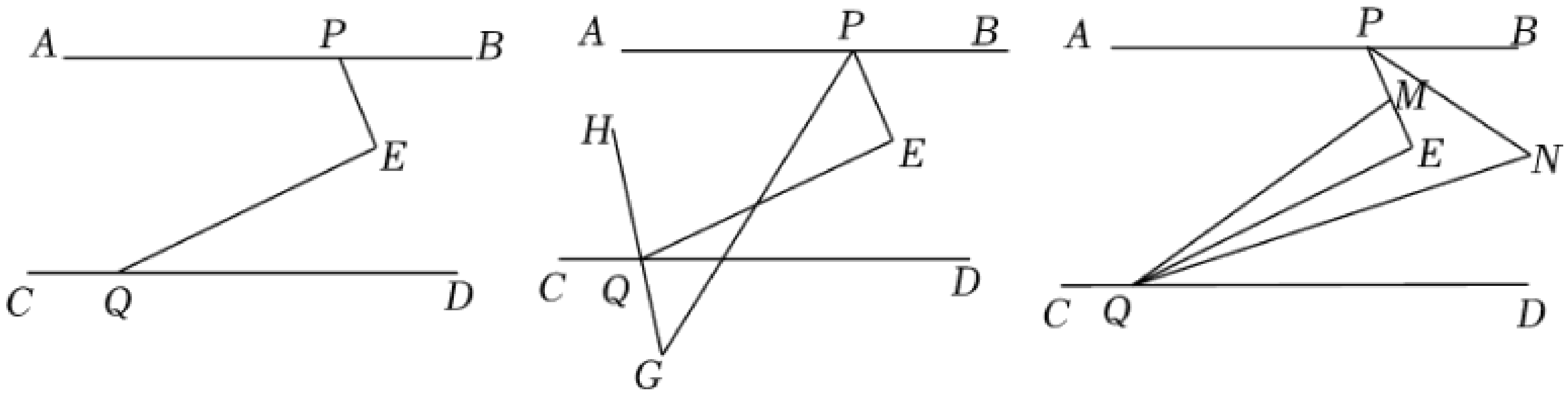


图1　图2　图3

(1)直接写出∠BPE与∠DQE的数量关系为 延长PE交CD于点F，

∵ PE ⊥ QE，∴ ∠PEQ = 90°，∵ AB//CD，∴ ∠BPE = ∠PFC，

∵ ∠PEQ是△QEF的一个外角，∴ ∠PEQ = ∠DQE + ∠PFC = 90°，

∴ ∠BPE + ∠DQE = 90°，；

返回至目录

解：延长PE交CD于点F，

$\because PE \perp QE$，

$\therefore \angle PEQ=90^{\circ}$，

$\because AB // CD$，

$\therefore \angle BPE=\angle PFC$，

$\because \angle PEQ$是$\triangle QEF$的一个外角，

$\therefore \angle PEQ=\angle DQE+\angle PFC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BPE+\angle DQE=90^{\circ}$，

返回至目录