2023年高考数学模拟试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

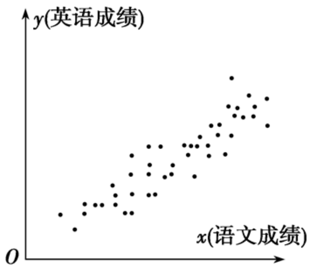
1．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x\text{-}y\le 0, \\ x+y\le 2, \\ x+1\ge 0, \end{cases}$ 则 $z=\dfrac{x+3}{y+2}$ 的取值范围为（　　）

A． $[\dfrac{2}{5},\dfrac{4}{3}]$　　**B．** $[\dfrac{2}{5}，3]$　　**C．** $[\dfrac{4}{3}，2]$　　**D．** $[\dfrac{2}{5}，2]$

2．数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_{n+2}+a_n=a_{n+1}$，$a_1=1$，$a_2=2$，S_n 为其前 n 项和，则 $S_{2019}=$（　　）

A．0　　**B．1**　　**C．3**　　**D．4**

3．为研究语文成绩和英语成绩之间是否具有线性相关关系，统计两科成绩得到如图所示的散点图(两坐标轴单位长度相同)，用回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 近似地刻画其相关关系，根据图形，以下结论最有可能成立的是(　　)



A．线性相关关系较强，*b* 的值为1.25

B．线性相关关系较强，*b* 的值为0.83

C．线性相关关系较强，*b* 的值为－0.87

D．线性相关关系太弱，无研究价值

4．对两个变量进行回归分析，给出如下一组样本数据：$(0.675,-0.989)$，$(1.102,-0.010)$，$(2.899,1.024)$，$(9.101,2.978)$，下列函数模型中拟合较好的是（　　）

A． $y=3x$　　**B．** $y=3^x$　　**C．** $y=-(x-1)^2$　　**D．** $y=\log_3 x$

5．已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A，B 两点（设点 A 位于第一象限），过点 A，B 分别作抛物线 C 的准线的垂线，垂足分别为点 A_1，B_1，抛物线 C 的准线交 x 轴于点 K，若

$\dfrac{|A_1K|}{|B_1K|}=2$，则直线 l 的斜率为

A． 1　　　　**B．** $\sqrt{2}$　　　　**C．** $2\sqrt{2}$　　　　**D．** $\sqrt{3}$

6．某中学有高中生 1500 人，初中生 1000 人为了解该校学生自主锻炼的时间，采用分层抽样的方法从高生和初中生中抽取一个容量为 n 的样本.若样本中高中生恰有 30 人，则 n 的值为（　　）

A． 20　　　　**B．** 50　　　　**C．** 40　　　　**D．** 60

7．已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+3\ge 0 \\ x+2y\ge 0 \\ x\le 2 \end{cases}$，则 $z=3x+y$ 的最小值为（　）

A． -5　　　　**B．** 2　　　　**C．** 7　　　　**D．** 11

8．已知函数 $f(x)=ax^2-4ax-\ln x$，则 $f(x)$ 在 $(1,4)$ 上不单调的一个充分不必要条件可以是（　　）

A． $a>-\dfrac{1}{2}$　　　　**B．** $0<a<\dfrac{1}{16}$　　　　**C．** $a>\dfrac{1}{16}$ 或 $-\dfrac{1}{2}<a<0$　　**D．** $a>\dfrac{1}{16}$

9．如图是甲、乙两位同学在六次数学小测试（满分 **100** 分）中得分情况的茎叶图，则下列说法错误的是（　　）

甲		乙
9	7	2　4
2　2　8	8	1　9
1　3	9	6　9

A． 甲得分的平均数比乙大　　　　**B．** 甲得分的极差比乙大

C． 甲得分的方差比乙小　　　　**D．** 甲得分的中位数和乙相等

10．已知函数 $f\left(x\right)=\sin(2x+\varphi)$，其中 $\varphi\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，若 $\forall x\in R, f(x)\le\left|f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\right|$ 恒成立，则函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为（　　）

A． $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right](k\in z)$　　　　**B．** $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right](k\in z)$

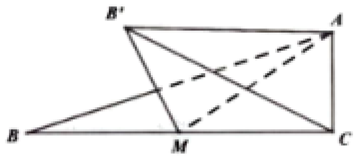
C． $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right](k\in z)$　　　　**D．** $\left[k\pi,k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right](k\in Z)$

11．已知双曲线的中心在原点且一个焦点为 $F(\sqrt{7},0)$，直线 $y=x-1$ 与其相交于 M，N 两点，若 MN 中点的横坐标为 $-\dfrac{2}{3}$，则此双曲线的方程是

A． $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　　　**B．** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$

C. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{2}=1$　　　　D. $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{5}=1$

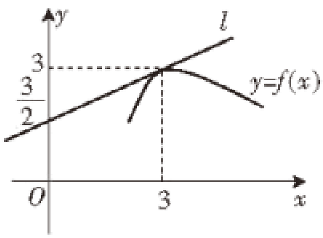
12．如图，在△□□□中，点 M 是边□□的中点，将△□□□沿着 AM 翻折成△□□′□，且点□′不在平面□□□内，点□是线段□′□上一点.若二面角□－□□－□′与二面角□－□□－□的平面角相等，则直线□□经过△□□′□的（　　）



A．重心　　　　B．垂心　　　　C．内心　　　　D．外心

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，直线 l 是曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线，则 $f'(3)=$________.



14．设函数 $f(x)=\ln x+\ln(2-x)+ax(a>0)$，若 $f(x)$ 在 $(0,1]$ 上的最大值为 $\dfrac{1}{2}$，则 $a=$________.

15．已知 $x>0$，$y>0$，且 $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=1$，若 $x+2y>m^2+2m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是____.

16．已知 A、B、C、P 是同一球面上的四个点，其中 $PA\perp$ 平面 ABC，$\vee ABC$ 是正三角形，$PA=AB=3$，则该球的表面积为______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，P,Q 为椭圆 C 上两点，圆 $O:x^2+y^2=r^2(r>0)$.

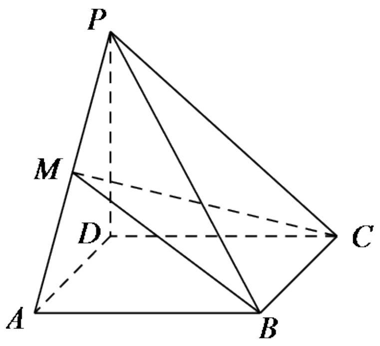
（1）若 $PF\perp x$ 轴，且满足直线 AP 与圆 O 相切，求圆 O 的方程；

（2）若圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$，点 P,Q 满足 $k_{OP}\cdot k_{OQ}=-\dfrac{3}{4}$，求直线 PQ 被圆 O 截得弦长的最大值.

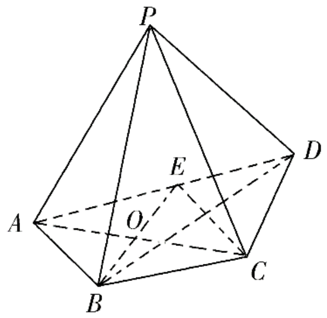
18．（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，M 是 PA 的中点，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PD=CD=4$，$AD=2$.

（1）求 AP 与平面 CMB 所成角的正弦.

（2）求二面角 $M-CB-P$ 的余弦值.



19．（12 分）如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 PCD，底面 **ABCD** 满足 **AD∥BC**，$AP=AB=BC=\frac{1}{2}AD=2$，$\angle ABC=90°$，**E** 为 **AD** 的中点，**AC** 与 **BE** 的交点为 **O**.



（1）设 **H** 是线段 **BE** 上的动点，证明：三棱锥 $H-PCD$ 的体积是定值；

（2）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

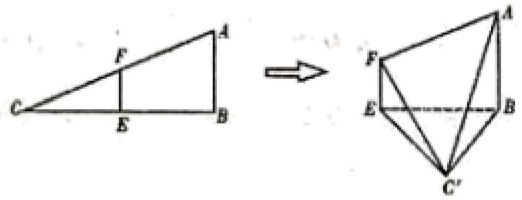
（3）求直线 **BC** 与平面 **PBD** 所成角的余弦值.

20．（12 分）设函数 $f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$，$g\left(x\right)=t\ln x$，其中 $x\in\left(0,1\right)$，t 为正实数.

（1）若 $f\left(x\right)$ 的图象总在函数 $g\left(x\right)$ 的图象的下方，求实数 t 的取值范围；

（2）设 $H\left(x\right)=\left(\ln x-x^2+1\right)e^x+\left(x^2-1\right)\left(1-\frac{1}{x}\right)$，证明：对任意 $x\in\left(0,1\right)$，都有 $H\left(x\right)>0$.

21．（12 分）在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$\tan\angle ACB=\frac{1}{2}$.已知 E，F 分别是 BC，AC 的中点.将 ΔCEF 沿 EF 折起，使 C 到 C' 的位置且二面角 $C'-EF-B$ 的大小是 **60°**，连接 $C'B$，$C'A$，如图：



（1）证明：平面 $AFC'\perp$平面 ABC'

（2）求平面 AFC' 与平面 BEC' 所成二面角的大小.

22．（10 分）设函数 $f(x)=|x+3|$，$g(x)=|2x-1|$.

（1）解不等式 $f(x)<g(x)$；

（2）若 $2f(x)+g(x)>ax+4$ 对任意的实数 x 恒成立，求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

由题意作出可行域，转化目标函数 $z=\dfrac{x+3}{y+2}$ 为连接点 $D(-3,-2)$ 和可行域内的点 (x,y) 的直线斜率的倒数，数形结合即可得解.

【详解】

由题意作出可行域，如图，

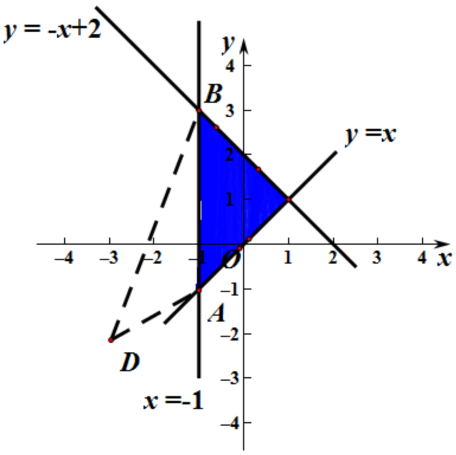
目标函数 $z=\dfrac{x+3}{y+2}$ 可表示连接点 $D(-3,-2)$ 和可行域内的点 (x,y) 的直线斜率的倒数，

由图可知，直线 DA 的斜率最小，直线 DB 的斜率最大，

由 $\begin{cases}x-y=0\\x+1=0\end{cases}$ 可得 $A(-1,-1)$，由 $\begin{cases}x+y=2\\x+1=0\end{cases}$ 可得 $B(-1,3)$，

所以 $k_{DA}=\dfrac{-1+2}{-1+3}=\dfrac{1}{2}$，$k_{DB}=\dfrac{3+2}{-1+3}=\dfrac{5}{2}$，所以 $\dfrac{2}{5}\le z\le 2$.

故选：**D.**



【点睛】

本题考查了非线性规划的应用，属于基础题.

2、D

【解析】

用$n+1$去换$a_{n+2}+a_n=a_{n+1}$中的n，得$a_{n+3}+a_{n+1}=a_{n+2}$，相加即可找到数列$\{a_n\}$的周期，再利用

$S_{2019}=336S_6+a_1+a_2+a_3$计算.

【详解】

由已知，$a_{n+2}+a_n=a_{n+1}$①，所以$a_{n+3}+a_{n+1}=a_{n+2}$②，①+②，得$a_{n+3}=-a_n$，

从而$a_{n+6}=a_n$，数列是以6为周期的周期数列，且前6项分别为1，2，1，-1，-2，-1，所以$S_6=0$，

$S_{2019}=336(a_1+a_2+\cdots+a_6)+a_1+a_2+a_3=0+1+2+1=4$.

故选：D.

【点睛】

本题考查周期数列的应用，在求S_{2019}时，先算出一个周期的和即S_6，再将S_{2019}表示成$336S_6+a_1+a_2+a_3$即可，本题是一道中档题.

3、B

【解析】

根据散点图呈现的特点可以看出，二者具有相关关系，且斜率小于1.

【详解】

散点图里变量的对应点分布在一条直线附近，且比较密集，

故可判断语文成绩和英语成绩之间具有较强的线性相关关系，

且直线斜率小于1，故选B.

【点睛】

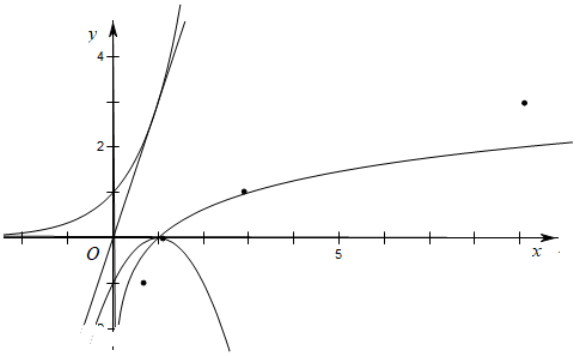
本题主要考查散点图的理解，侧重考查读图识图能力和逻辑推理的核心素养.

4、**D**

【解析】

作出四个函数的图象及给出的四个点，观察这四个点在靠近哪个曲线.

【详解】



如图，作出 **A**，**B**，**C**，**D** 中四个函数图象，同时描出题中的四个点，它们在曲线 $y=\log_3 x$ 的两侧，与其他三个曲线都离得很远，因此 **D** 是正确选项，

故选：**D**.

【点睛】

本题考查回归分析，拟合曲线包含或靠近样本数据的点越多，说明拟合效果好.

5、**C**

【解析】

根据抛物线定义，可得 $|AF|=|AA_1|$，$|BF|=|BB_1|$，

又 $AA_1 // FK // BB_1$，所以 $\frac{|A_1K|}{|B_1K|}=\frac{|AF|}{|BF|}=2$，所以 $\frac{|A_1K|}{|B_1K|}=\frac{|AA_1|}{|BB_1|}=2$，

设 $|BB_1|=m(m>0)$，则 $|AA_1|=2m$，则 $\cos\angle AFx=\cos\angle BAA_1=\frac{|AA_1|-|BB_1|}{|AB|}=\frac{2m-m}{2m+m}=\frac{1}{3}$，

所以 $\sin\angle AFx=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，所以直线 l 的斜率 $k=\tan\angle AFx=2\sqrt{2}$．故选 **C**.

6、**B**

【解析】

利用某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比计算即可.

【详解】

由题意，$30=1500\times\frac{n}{1500+1000}$，解得 $n=50$．

故选：**B**.

【点睛】

本题考查简单随机抽样中的分层抽样，某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比，本题是一道基础题.

7、A

【解析】

根据约束条件画出可行域，再将目标函数化成斜截式，找到截距的最小值.

【详解】

由约束条件$\begin{cases} x-y+3\geq 0 \\ x+2y\geq 0 \\ x\leq 2 \end{cases}$，画出可行域$\vee ABC$如图

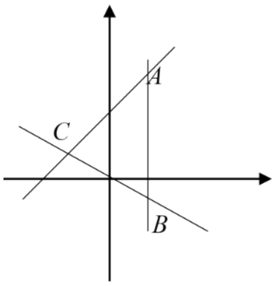
$z=3x+y$变为$y=-3x+z$为斜率为-3的一簇平行线，z为在y轴的截距，

$\therefore z$最小的时候为过C点的时候，

解$\begin{cases} x-y+3=0 \\ x+2y=0 \end{cases}$得$\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$所以$C\left(-2,1\right)$，

此时$z=3x+y=3\times\left(-2\right)+1=-5$

故选A项



【点睛】

本题考查线性规划求一次相加的目标函数，属于常规题型，是简单题.

8、D

【解析】

先求函数在$(1,4)$上不单调的充要条件，即$f'(x)=0$在$(1,4)$上有解，即可得出结论.

【详解】

$f'(x)=2ax-4a-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2ax^2-4ax-1}{x}$，

若$f(x)$在$(1,4)$上不单调，令$g(x)=2ax^2-4ax-1$，

则函数$g(x)=2ax^2-4ax-1$对称轴方程为$x=1$

在区间$(1,4)$上有零点（可以用二分法求得）.

当$a=0$时，显然不成立；

当$a\neq 0$时，只需$\begin{cases} a>0 \\ g(1)=-2a-1<0 \\ g(4)=16a-1>0 \end{cases}$

或$\begin{cases} a<0 \\ g(1)=-2a-1>0 \\ g(4)=16a-1<0 \end{cases}$，解得$a>\frac{1}{16}$或$a<-\frac{1}{2}$.

故选:D.

【点睛】

本题考查含参数的函数的单调性及充分不必要条件，要注意二次函数零点的求法，属于中档题.

9、B

【解析】

由平均数、方差公式和极差、中位数概念，可得所求结论.

【详解】

对于甲，$\overline{x_1}=\frac{79+88+82+82+93+91}{6}\approx 85.8$；

对于乙，$\overline{x_2}=\frac{72+74+81+89+96+99}{6}\approx 85.2$，

故A正确；

甲的极差为$93-79=14$，乙的极差为$99-72=27$，故B错误；

对于甲，方差$S_1^2\approx 26.5$，

对于乙，方差$S_2^2\approx 106.5$，故C正确；

甲得分的中位数为$\frac{82+88}{2}=85$，乙得分的中位数为$\frac{81+89}{2}=85$，故D正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查茎叶图的应用，考查平均数和方差等概念，培养计算能力，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

10、A

【解析】

$\forall x\in R, f(x)\leq\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|\Rightarrow f(x)_{\max}=\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|=1$，从而可得$\varphi=\frac{\pi}{6}$，$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，再解不等式

$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in z)$ 即可.

【详解】

由已知，$f(x)_{\max}=\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|=\left|\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)\right|=1$

$\sin\left(\varphi+\frac{\pi}{3}\right)=\pm 1,\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，

$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in z)$，

解得，$k\pi-\frac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in z)$.

故选：A.

【点睛】

本题考查求正弦型函数的单调区间，涉及到恒成立问题，考查学生转化与化归的思想，是一道中档题.

11、D

【解析】

根据点差法得 $\frac{2}{a^2}=\frac{5}{b^2}$，再根据焦点坐标得 $a^2+b^2=7$，解方程组得 $a^2=2$，$b^2=5$，即得结果.

【详解】

设双曲线的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，由题意可得 $a^2+b^2=7$，设 $M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$，则 MN 的中点为 $\left(-\frac{2}{3},-\frac{5}{3}\right)$，由 $\frac{{x_1}^2}{a^2}-\frac{{y_1}^2}{b^2}=1$ 且 $\frac{{x_2}^2}{a^2}-\frac{{y_2}^2}{b^2}=1$，得 $\frac{\left(x_1+x_2\right)\left(x_1-x_2\right)}{a^2}=\frac{\left(y_1+y_2\right)\left(y_1-y_2\right)}{b^2}$，$\frac{2\times(-\frac{2}{3})}{a^2}=\frac{2\times(-\frac{5}{3})}{b^2}$，即 $\frac{2}{a^2}=\frac{5}{b^2}$，联立 $a^2+b^2=7$，解得 $a^2=2$，$b^2=5$，故所求双曲线的方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{5}=1$. 故选 D.

【点睛】

本题主要考查利用点差法求双曲线标准方程，考查基本求解能力，属于中档题.

12、A

【解析】

根据题意□到两个平面的距离相等，根据等体积法得到□□□□'□ = □□□□□，得到答案.

【详解】

二面角□ − □□ − □'与二面角□ − □□ − □的平面角相等，故□到两个平面的距离相等.