

2022-2023 学年安徽省高三一模试题 (数学试题理) 试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 M 为棱 DD_1 的中点, 则平面 ACM 截该正方体的内切球所得截面面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. $\frac{4\pi}{3}$

2. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 对称轴与准线的交点为 T , P 为 C 上任意一点, 若 $|PT| = 2|PF|$, 则 $\angle PTF =$ ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

3. 设 m 、 n 是两条不同的直线, α 、 β 是两个不同的平面, 则 $m \perp \beta$ 的一个充分条件是 ()

- A. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \subset \alpha$ B. $m \parallel n$ 且 $n \perp \beta$ C. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \parallel \alpha$ D. $m \perp n$ 且 $n \parallel \beta$

4. 设 m , n 为直线, α 、 β 为平面, 则 $m \perp \alpha$ 的一个充分条件可以是 ()

- A. $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = n$, $m \perp n$ B. $\alpha \parallel \beta$, $m \perp \beta$

- C. $\alpha \perp \beta$, $m \parallel \beta$ D. $n \subset \alpha$, $m \perp n$

5. 若 AB 为过椭圆 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ 中心的弦, F_1 为椭圆的焦点, 则 ΔF_1AB 面积的最大值为 ()

- A. 20 B. 30 C. 50 D. 60

6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线经过圆 $E: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 的圆心, 则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

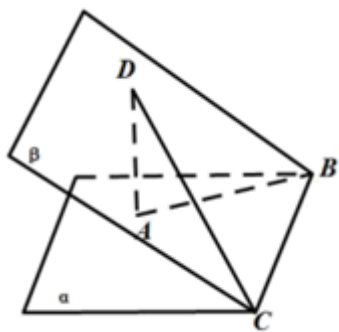
7. 已知函数 $f(x) = x + a \cdot 2^x$, $g(x) = \ln x - 4a \cdot 2^{-x}$, 若存在实数 x_0 , 使 $f(x_0) - g(x_0) = 5$ 成立, 则正数 a 的取值范围为 ()

- A. $(0, 1]$ B. $(0, 4]$ C. $[1, +\infty)$ D. $(0, \ln 2]$

8. $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^6$ 的展开式中, 含 x^3 项的系数为 ()

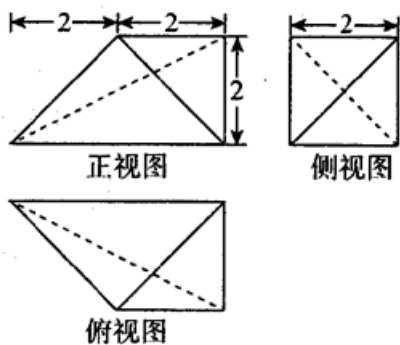
- A. -60 B. -12 C. 12 D. 60

9. 如图, 平面 α 与平面 β 相交于 BC , $AB \subset \alpha$, $CD \subset \beta$, 点 $A \notin BC$, 点 $D \notin BC$, 则下列叙述错误的是 ()



- A. 直线 AD 与 BC 异面
 B. 过 AD 只有唯一平面与 BC 平行
 C. 过点 D 只能作唯一平面与 BC 垂直
 D. 过 AD 一定能作一平面与 BC 垂直

10. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为 ()



- A. $\frac{11}{3}$ B. 4
 C. $\frac{13}{3}$ D. 5

11. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1$, 且公比为 2, 则 S_n 与 a_n 的关系正确的是 ()

- A. $S_n = 4a_n - 1$ B. $S_n = 2a_n + 1$
 C. $S_n = 2a_n - 1$ D. $S_n = 4a_n - 3$

12. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 4\}$, $B = \{(x, y) | y = 2^x\}$, 则 $A \cap B$ 元素个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3$, 则 $\tan\theta = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

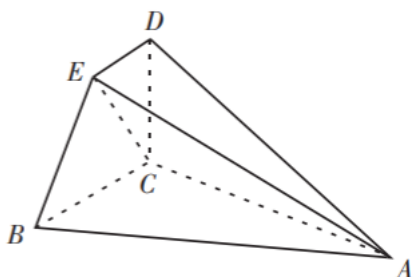
14. 若函数 $f(x) = 2^{|x-2a|} - 4^{|x+a|}$ 在区间 $(-2, +\infty)$ 上有且仅有一个零点, 则实数 a 的取值范围有 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线, 且 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, 若 $AB = 2$, 则 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 $t > 0$, 记 $f(t) = \int_0^t (1 - C_8^1 2x + C_8^2 4x^2 - C_8^3 8x^3 + \dots - C_8^7 128x^7 + C_8^8 256x^8) dx$, 则 $f(t)$ 的展开式中各项系数和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在四棱锥 $A-BCDE$ 中, 平面 $BCDE \perp$ 平面 ABC , $BE \perp EC$, $BC = 1$, $AB = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$.



(I) 求证: $BE \perp$ 平面 ACE ;

(II) 若锐二面角 $E-AB-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$, 求直线 CE 与平面 ABC 所成的角.

18. (12 分) 为贯彻十九大报告中“要提供更多优质生态产品以满足人民日益增长的优美生态环境需要”的要求, 某生物小组通过抽样检测植物高度的方法来监测培育的某种植物的生长情况. 现分别从 A 、 B 、 C 三块试验田中各随机抽取 7 株植物测量高度, 数据如下表 (单位: 厘米):

A 组	10	11	12	13	14	15	16
B 组	12	13	14	15	16	17	18
C 组	13	14	15	16	17	18	19

假设所有植株的生长情况相互独立. 从 A 、 B 、 C 三组各随机选 1 株, A 组选出的植株记为甲, B 组选出的植株记为乙, C 组选出的植株记为丙.

(1) 求丙的高度小于 15 厘米的概率;

(2) 求甲的高度大于乙的高度的概率;

(3) 表格中所有数据的平均数记为 μ_0 . 从 A 、 B 、 C 三块试验田中分别再随机抽取 1 株该种植物, 它们的高度依次是 14、16、15 (单位: 厘米). 这 3 个新数据与表格中的所有数据构成的新样本的平均数记为 μ_1 , 试比较 μ_0 和 μ_1

的大小. (结论不要求证明)

19. (12分) 设函数 $f(x) = |x+2| - |2x-2|$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq 2x-1$;

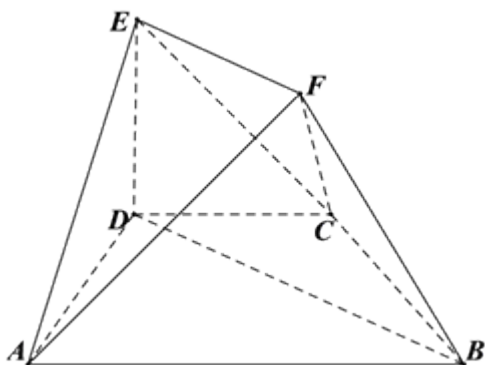
(2) 记 $f(x)$ 的最大值为 M , 若实数 a, b, c 满足 $a+b+c=M$, 求证:

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} \geq 3\sqrt{2}.$$

20. (12分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABD=30^\circ$, $AB=2CD=2AD=2$, $DE \perp$ 平面 $ABCD$, $EF \parallel BD$, 且 $BD=2EF$.

(I) 求证: 平面 $ADE \perp$ 平面 $BDEF$;

(II) 若二面角 $C-BF-D$ 的大小为 60° , 求 CF 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.



21. (12分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

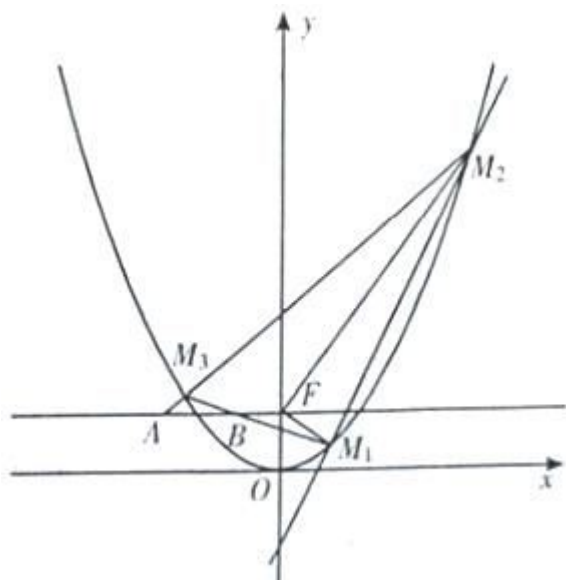
在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 且曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 写出直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l 上的定点 P 在曲线 C 外且其到 C 上的点的最短距离为 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$, 试求点 P 的坐标.

22. (10分) 如图, 直线 $\square = 2\square - 2$ 与抛物线 $\square^2 = 2\square\square (\square > 0)$ 交于 \square_1, \square_2 两点, 直线 $\square = \frac{\square}{2}$ 与 \square 轴交于点 \square , 且直线

$\square = \frac{\square}{2}$ 恰好平分 $\square\square_1\square\square_2$.



(1) 求 λ 的值;

(2) 设 P 是直线 $x = \frac{1}{2}$ 上一点, 直线 PM_1 交抛物线于另一点 M_3 , 直线 M_1M_3 交直线 $x = \frac{1}{2}$ 于点 Q , 求 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

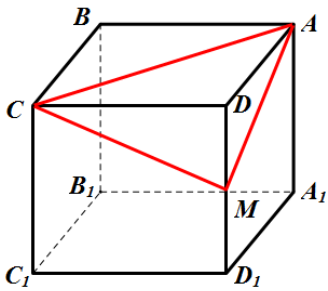
1、A

【解析】

根据球的特点可知截面是一个圆, 根据等体积法计算出球心到平面 ACM 的距离, 由此求解出截面圆的半径, 从而截面面积可求.

【详解】

如图所示:



设内切球球心为 O ， O 到平面 ACM 的距离为 d ，截面圆的半径为 r ，

因为内切球的半径等于正方体棱长的一半，所以球的半径为 1，

又因为 $V_{O-AMC} = V_{M-AOC}$ ，所以 $\frac{1}{3} \times d \times S_{\triangle AMC} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times S_{\triangle AOC}$ ，

又因为 $S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$ ， $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$ ，

所以 $\frac{1}{3} \times d \times \sqrt{6} = \frac{2}{3}$ ，所以 $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

所以截面圆的半径 $r = \sqrt{1^2 - d^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，所以截面圆的面积为 $S = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\pi}{3}$ 。

故选：A.

【点睛】

本题考查正方体的内切球的特点以及球的截面面积的计算，难度一般.任何一个平面去截球，得到的截面一定是圆面，截面圆的半径可通过球的半径以及球心到截面的距离去计算.

2、C

【解析】

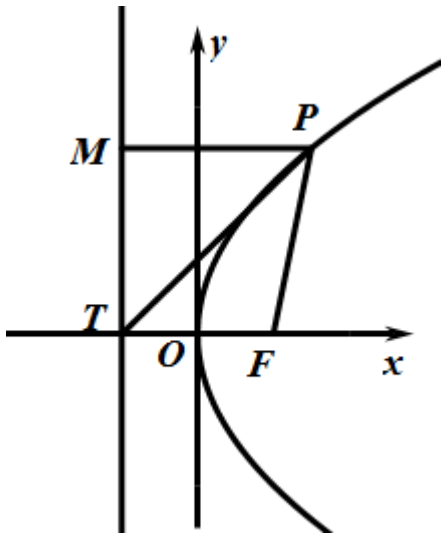
如图所示：作 PM 垂直于准线交准线于 M ，则 $|PM| = |PF|$ ，故 $|PT| = 2|PM|$ ，得到答案.

【详解】

如图所示：作 PM 垂直于准线交准线于 M ，则 $|PM| = |PF|$ ，

在 $Rt\triangle PTM$ 中， $|PT| = 2|PM|$ ，故 $\angle PTM = 30^\circ$ ，即 $\angle PTF = 60^\circ$ 。

故选：C.



【点睛】

本题考查了抛物线中角度的计算，意在考查学生的计算能力和转化能力.

3、B

【解析】

由 $m // n$ 且 $n \perp \beta$ 可得 $m \perp \beta$ ，故选 B.

4、B

【解析】

根据线面垂直的判断方法对选项逐一分析，由此确定正确选项.

【详解】

对于 A 选项，当 $\alpha \perp \beta$ ， $\alpha \cap \beta = n$ ， $m \perp n$ 时，由于 m 不在平面 β 内，故无法得出 $m \perp \alpha$.

对于 B 选项，由于 $\alpha // \beta$ ， $m \perp \beta$ ，所以 $m \perp \alpha$. 故 B 选项正确.

对于 C 选项，当 $\alpha \perp \beta$ ， $m // \beta$ 时， m 可能含于平面 α ，故无法得出 $m \perp \alpha$.

对于 D 选项，当 $n \subset \alpha$ ， $m \perp n$ 时，无法得出 $m \perp \alpha$.

综上所述， $m \perp \alpha$ 的一个充分条件是“ $\alpha // \beta$ ， $m \perp \beta$ ”

故选：B

【点睛】

本小题主要考查线面垂直的判断，考查充分必要条件的理解，属于基础题.

5、D

【解析】

先设 A 点的坐标为 (x, y) ，根据对称性可得 $B(-x, -y)$ ，在表示出 $\Delta F_1 AB$ 面积，由图象遏制，当点 A

在椭圆的顶点时，此时 ΔF_1AB 面积最大，再结合椭圆的标准方程，即可求解.

【详解】

由题意，设 A 点的坐标为 (x, y) ，根据对称性可得 $B(-x, -y)$ ，

则 ΔF_1AB 的面积为 $S = \frac{1}{2} \times |OF| \times |2y| = c|y|$ ，

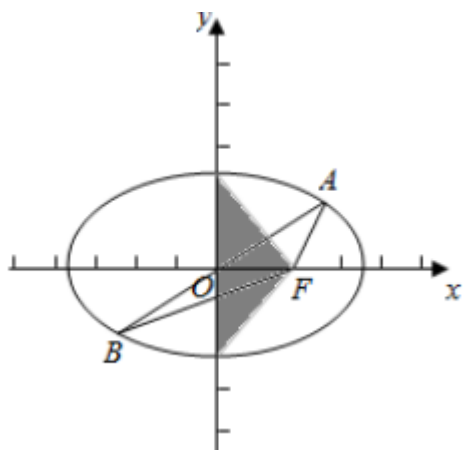
当 $|y|$ 最大时， ΔF_1AB 的面积最大，

由图象可知，当点 A 在椭圆的上下顶点时，此时 ΔF_1AB 的面积最大，

又由 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ ，可得椭圆的上下顶点坐标为 $(0, -5), (0, 5)$ ，

所以 ΔF_1AB 的面积的最大值为 $S = cb = \sqrt{169 - 25} \times 5 = 60$.

故选： D .



【点睛】

本题主要考查了椭圆的标准方程及简单的几何性质，以及三角形面积公式的应用，着重考查了数形结合思想，以及化归与转化思想的应用.

6、B

【解析】

求出圆心，代入渐近线方程，找到 a 、 b 的关系，即可求解.

【详解】

解： $E(-1, 2)$ ，

$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 一条渐近线 $y = -\frac{b}{a}x$

$2 = -\frac{b}{a} \times (-1)$ ， $2a = b$

$$c^2 = a^2 + b^2, c^2 = a^2 + (2a)^2, e = \sqrt{5}$$

故选: B

【点睛】

利用 a 、 b 的关系求双曲线的离心率, 是基础题.

7、A

【解析】

根据实数 x_0 满足的等量关系, 代入后将方程变形 $a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0} = \ln x_0 + 5 - x_0$, 构造函数 $h(x) = \ln x + 5 - x$, 并由导函数求得 $h(x)$ 的最大值, 由基本不等式可求得 $a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0}$ 的最小值, 结合存在性问题的求法, 即可求得正数 a 的取值范围.

【详解】

$$\text{函数 } f(x) = x + a \cdot 2^x, \quad g(x) = \ln x - 4a \cdot 2^{-x},$$

$$\text{由题意得 } f(x_0) - g(x_0) = x_0 + a \cdot 2^{x_0} - \ln x_0 + 4a \cdot 2^{-x_0} = 5,$$

$$\text{即 } a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0} = \ln x_0 + 5 - x_0,$$

$$\text{令 } h(x) = \ln x + 5 - x,$$

$$\therefore h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x},$$

$\therefore h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增, 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,

$$\therefore h(x)_{\max} = h(1) = 4, \text{ 而 } a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0} \geq 2a\sqrt{2^{x_0} \cdot 4 \cdot 2^{-x_0}} = 4a,$$

当且仅当 $2^{x_0} = 4 \cdot 2^{-x_0}$, 即当 $x_0 = 1$ 时, 等号成立,

$$\therefore 4a \leq 4,$$

$$\therefore 0 < a \leq 1.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查了导数在求函数最值中的应用, 由基本不等式求函数的最值, 存在性成立问题的解法, 属于中档题.

8、B

【解析】

在二项展开式的通项公式中, 令 x 的幂指数等于 3, 求出 r 的值, 即可求得含 x^3 项的系数.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/848050106043006061>