北京市东城区 2023—2024 学年度第二学期高三综合练习（一）

数学

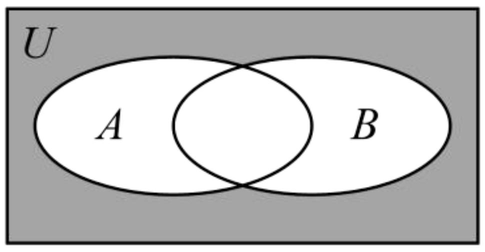
2024.4

本试卷共 6 页，150 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 如图所示，U 是全集，A,B 是 U 的子集，则阴影部分所表示的集合是（　　）



A. $A \quad B$　　B. $A \quad B$　　C. $ð_U \ A \quad B$　　D. $ð_U \ A \quad B$

2. 已知 $a,b \quad R, ab \quad 0$，且 $a \quad b$，则（　　）

A. $\frac{1}{a} \quad \frac{1}{b}$　　B. $ab \quad b^2$　　C. $a^3 \quad b^3$　　D. $\lg|a| \quad \lg|b|$

3. 已知双曲线 $x^2 \quad my^2 \quad 1$ 的离心率为 2，则 m （　　）

A. 3　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\quad 3$　　D. $\frac{1}{3}$

4. 设函数 $f \ x \quad \frac{1}{\ln x} \quad 1$，则（　　）

A. $f \ x \quad f \ \frac{1}{x} \quad 2$　　B. $f \ x \quad f \ \frac{1}{x} \quad 2$

C. $f \ x \ f \ \frac{1}{x} \quad 2$　　D. $f \ x \quad 2 f \ \frac{1}{x}$

5. 已知函数 $f \ x \quad t\sin \ x \quad \cos \ x(\quad 0, t \quad 0)$ 的最小正周期为 π，最大值为 $\sqrt{2}$，则函数 $f \ x$ 的图象（　　）

A. 关于直线 $x \quad \frac{\pi}{4}$ 对称

B. 关于点 $\frac{\pi}{4}, 0$ 对称

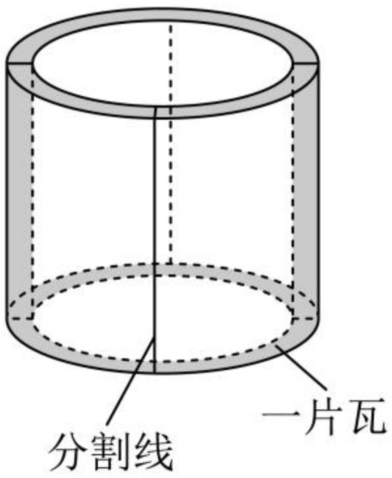
C. 关于直线 $x \quad \frac{\pi}{8}$ 对称

D. 关于点 $\frac{\pi}{8}, 0$ 对称

6. 已知 $(x\ \ m)^4\ \ a_4x^4\ \ a_3x^3\ \ a_2x^2\ \ a_1x\ \ a_0$，若 $a_0\ \ a_1\ \ a_2+a_3+a_4\ \ 81$，则 m 的取值可以为（　　）

A. 2　　　　B. 1　　　　C. 1　　　　D. 2

7. 《天工开物》是我国明代科学家宋应星所著的一部综合性科学技术著作，书中记载了一种制造瓦片的方法.某校高一年级计划实践这种方法，为同学们准备了制瓦用的粘土和圆柱形的木质圆桶，圆桶底面外圆的直径为 20cm，高为 20cm.首先，在圆桶的外侧面均匀包上一层厚度为 2cm 的粘土，然后，沿圆桶母线方向将粘土层分割成四等份（如图），等粘土干后，即可得到大小相同的四片瓦.每位同学制作四片瓦，全年级共 500 人，需要准备的粘土量（不计损耗）与下列哪个数字最接近.(参考数据：π 3.14)（　　）



A. $0.8m^3$　　　　B. $1.4m^3$　　　　C. $1.8m^3$　　　　D. $2.2m^3$

8. 设等差数列 a_n 的公差为 d，则“$0\ \ a_1\ \ d$”是“$\{\frac{a_n}{n}\}$ 为递增数列”的（　　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

9. 如图 1，正三角形 ABD 与以 BD 为直径的半圆拼在一起，C 是弧 BD 的中点，O 为△ABD 的中心.现将△ABD 沿 BD 翻折为 A_1BD，记 A_1BD 的中心为 O_1，如图 2.设直线 CO_1 与平面 BCD 所成的角为 ，则 sin 的最大值为（　　）

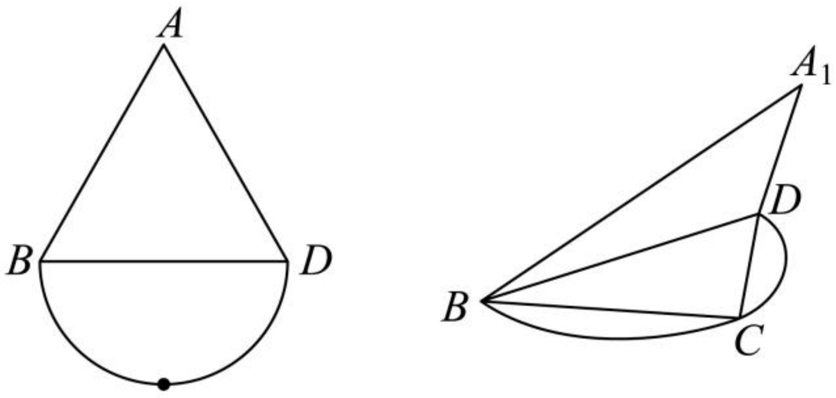


图1　　　　图2

A. $\frac{1}{3}$　　　　B. $\frac{1}{2}$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

10. 已知 $f\ \ x$ 是定义在 R 上的函数，其图象是一条连续不断的曲线，设函数 $g_a\ \ x\ \ \frac{f\ \ x\ \ \ f\ \ a}{x\ \ a}\ \ a\ \ R$，下列说法正确的是（　　）

A. 若 $f\ \ x$ 在 R 上单调递增，则存在实数 a，使得 $g_a\ \ x$ 在 a， 上单调递增

B. 对于任意实数 a，若 $g_a\ x$ 在 $a,$ 上单调递增，则 $f\ x$ 在 R 上单调递增

C. 对于任意实数 a，若存在实数 $M_1\ \ 0$，使得 $|f\ x|\ \ M_1$，则存在实数 $M_2\ \ 0$，使得 $|g_a\ x|\ \ M_2$

D. 若函数 $g_a\ x$ 满足：当 $x\ \ a,$ 时，$g_a\ x\ \ 0$，当 $x\ \ ,a$ 时，$g_a\ x\ \ 0$，则 $f\ a$ 为 $f\ x$ 的最小值

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 若复数 $z=\dfrac{1+i}{i}$，则 $|z|$ ________.

12. 设向量 $a\ \ 1,m\ ,b\ \ 3,\ 4$，且 $a\ \ b\ \ |a||b|$，则 m ______.

13. 已知角 ， 的终边关于直线 $y\ \ x$ 对称，且 $\sin\ \ \ \dfrac{1}{2}$，则 ， 的一组取值可以是 ______，______.

14. 已知抛物线 $C_1:y^2\ \ 4x$ 的焦点为 F_1，则 F_1 的坐标为______；抛物线 $C_2:y^2\ \ 8x$ 的焦点为 F_2，若直线 $y\ \ m\ \ m\ \ 0$ 分别与 C_1,C_2 交于 P,Q 两点；且 $|PF_1|\ \ |QF_2|\ \ 1$，则 $|PQ|$ ______.

15. 已知数列 a_n 的各项均为正数，满足 $a_{n\ 1}\ \ ca_n^2\ \ a_n$，其中常数 $c\ \ R$.给出下列四个判断：

①若 $a_1\ \ 1,c\ \ 0$，则 $a_n\ \ \dfrac{1}{n\ \ 1}\ \ n\ \ 2$；

②若 $c\ \ 1$，则 $a_n\ \ \dfrac{1}{n\ \ 1}\ \ n\ \ 2$；

③若 $c\ \ 1,a_n\ \ n\ \ n\ \ 2$，则 $a_1\ \ 1$；

④$a_1\ \ 1$，存在实数 c，使得 $a_n\ \ n\ \ n\ \ 2$.

其中所有正确判断的序号是______.

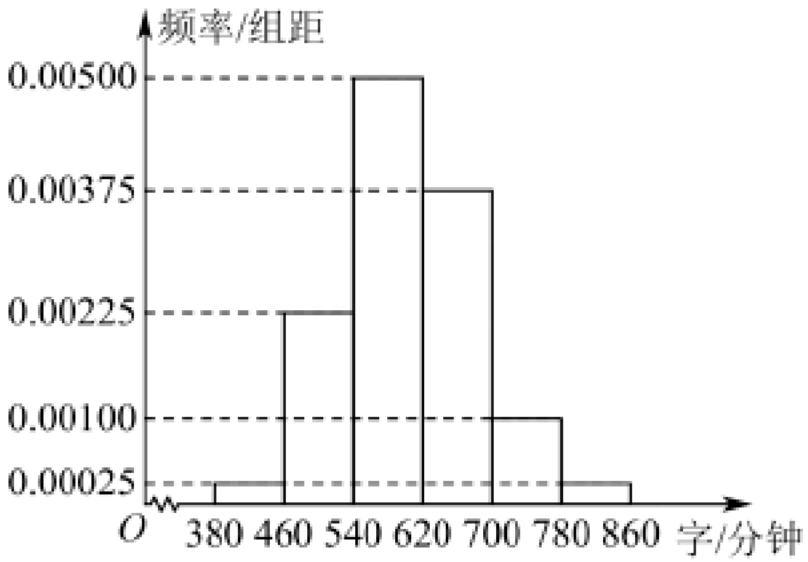
三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. 在 ABC 中，$a\cos C\ \ \ c\cos A\ \ \dfrac{2\sqrt{3}}{3}b\cos B$.

（1）求 B；

（2）若 $a\ \ 12,D$ 为 BC 边的中点，且 $AD\ \ 3$，求 b 的值.

17. 某中学为了解本校高二年级学生阅读水平现状，从该年级学生中随机抽取 100 人进行一般现代文阅读速度的测试，以每位学生平均每分钟阅读的字数作为该学生的阅读速度，将测试结果整理得到如下频率分布直方图：

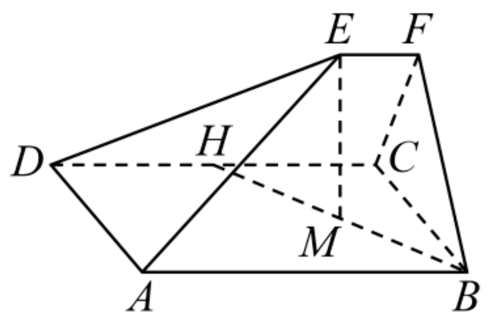


（1）若该校高二年级有 1500 人，试估计阅读速度达到 620 字/分钟及以上的人数；

（2）用频率估计概率，从该校高二学生中随机抽取 3 人，设这 3 人中阅读速度达到 540 字/分钟及以上的人数为 X ，求 X 的分布列与数学期望 $E\ X$ ；

（3）若某班有 10 名学生参加测试，他们的阅读速度如下：506，516，553，592，617，632，667，693，723，776，从这 10 名学生中随机抽取 3 人，设这 3 人中阅读速度达到 540 字/分钟及以上的人数为 Y ，试判断数学期望 $E\ Y$ 与（2）中的 $E\ X$ 的大小.（结论不要求证明）

18. 如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形， $AB\quad 4, EF\quad 1$.



（1）求证： $AB\,/\!/\,EF$ ；

（2）若 H 为 CD 的中点， M 为 BH 的中点， $EM\quad BH$, $EM\quad 2\sqrt{3}$ ，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线 CF 与平面 ADE 所成角的正弦值.

条件①： $ED\quad EA$ ；

条件②： $AE\quad 5$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分

19. 已知函数 $f\ x\quad x\ln\ x\ \ 1$.

（1）求曲线 $y\quad f\ x$ 在 $x\ \ 2$ 处的切线方程；

（2）设 $g\ x\quad f\ x$ ，求函数 $g\ x$ 的最小值；

（3）若 $\dfrac{f\ x}{x\ \ a}\quad 2$ ，求实数 a 的值.

20. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的短轴长为 $2\sqrt{3}$，离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，直线 l 是圆 $x^2+y^2=1$ 的一条切线，且直线 l 与椭圆 C 交于 M,N 两点，若平行四边形 $OMPN$ 的顶点 P 恰好在椭圆 C 上，求平行四边形 $OMPN$ 的面积.

21. 有穷数列 $a_1,a_2,\cdots,a_n(n\geq 2)$ 中，令 $S(p,q)=a_p+a_{p+1}+\cdots+a_q(1\leq p\leq q\leq n,p,q\in N^*)$，

（1）已知数列 $-3,2,-1,3$，写出所有的有序数对 (p,q)，且 $p<q$，使得 $S(p,q)>0$；

（2）已知整数列 $a_1,a_2,\cdots,a_n$，n 为偶数，若 $S(i,n-i+1)(i=1,2,\cdots,\frac{n}{2})$，满足：当 i 为奇数时，$S(i,n-i+1)>0$；当 i 为偶数时，$S(i,n-i+1)<0$. 求 $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$ 的最小值；

（3）已知数列 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 满足 $S(1,n)>0$，定义集合 $A=\{i|S(i+1,n)>0,i=1,2,\cdots,n-1\}$. 若 $A=\{i_1,i_2,\cdots,i_k\}(k\in N^*)$ 且为非空集合，求证：$S(1,n)\leq a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$.

北京市东城区 2023—2024 学年度第二学期高三综合练习（一）

数学

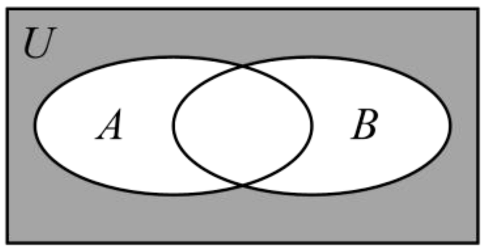
2024.4

本试卷共 6 页，150 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 如图所示，U 是全集，A,B 是U 的子集，则阴影部分所表示的集合是（　　）



A. $A \quad B$　　B. $A \quad B$　　C. $ð_U \quad A \quad B$　　D. $ð_U \quad A \quad B$

【答案】D

【分析】由给定的韦恩图分析出阴影部分所表示的集合中元素满足的条件，再根据集合运算的定义即可得解.

【详解】由韦恩图可知阴影部分所表示的集合是$ð_U \quad A \quad B$.

故选：D.

2. 已知$a,b \quad R, ab \quad 0$，且$a \quad b$，则（　　）

A. $\frac{1}{a} \quad \frac{1}{b}$　　B. $ab \quad b^2$　　C. $a^3 \quad b^3$　　D. $\lg|a| \quad \lg|b|$

【答案】C

【分析】举出反例即可判断 ABD ，利用作差法即可判断 C.

【详解】当$a \quad 2, b \quad 1$时，$\frac{1}{a} \quad \frac{1}{b}, \lg|a|>\lg|b|$，故 AD 错误；

当$a \quad 2, b \quad 1$时，$ab \quad 2 \quad 1 \quad b^2$，故 B 错误；

对于 C，因为$a \quad b$，所以$a \quad b \quad 0$，因为$ab \quad 0$，所以$a \quad 0$且$b \quad 0$，

则$a^3 \quad b^3 \quad a \quad b \quad a^2 \quad ab \quad b^2 \quad a \quad b \quad a \quad \frac{1}{2}b \quad \frac{3}{4}b^2 \quad 0$，

所以$a^3 \quad b^3$，故 C 正确.

故选：C.

3. 已知双曲线$x^2 \quad my^2 \quad 1$的离心率为 2，则m（　　）

A. 3　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 3　　D. $\frac{1}{3}$

【答案】B

【详解】由双曲线 $x^2 \quad my^2 \quad 1$ 可得：$a^2 \quad 1, b^2 \quad \frac{1}{m}$，

$e \quad \frac{c}{a} \quad \sqrt{1 \quad \frac{b^2}{a^2}} \quad \sqrt{1 \quad \frac{1}{m}} \quad 2$，所以 $m \quad \frac{1}{3}$，

故选：B.

4. 设函数 $f \; x \quad \frac{1}{\ln x} \quad 1$，则（　　）

A. $f \; x \quad f \; \frac{1}{x} \quad 2$　　B. $f \; x \quad f \; \frac{1}{x} \quad 2$

C. $f \; x \; f \; \frac{1}{x} \quad 2$　　D. $f \; x \quad 2f \; \frac{1}{x}$

【答案】A

【分析】根据函数解析式，分别计算即可得解.

【详解】函数 $f \; x \quad \frac{1}{\ln x} \quad 1$ 的定义域为 $0, 1 \quad 1, \quad$，

对于 A，$f \; x \quad f \; \frac{1}{x} \quad \frac{1}{\ln x} \quad 1 \quad \frac{1}{\ln \frac{1}{x}} \quad 1 \quad \frac{1}{\ln x} \quad \frac{1}{\ln x} \quad 2 \quad 2$，故 A 正确；

对于 B，$f \; x \quad f \; \frac{1}{x} \quad \frac{1}{\ln x} \quad 1 \quad \frac{1}{\ln \frac{1}{x}} \quad 1 \quad \frac{1}{\ln x} \quad \frac{1}{\ln x} \quad \frac{2}{\ln x}$，故 B 错误；

对于 CD，当 $x \quad e$ 时，$f \; x \quad \frac{1}{1} \quad 1 \quad 2, f \; \frac{1}{x} \quad \frac{1}{1} \quad 1 \quad 0$，故 CD 错误.

故选：A.

5. 已知函数 $f \; x \quad t\sin \; x \quad \cos \; x (\quad 0, t \quad 0)$ 的最小正周期为 π，最大值为 $\sqrt{2}$，则函数 $f \; x$ 的图象（　　）

A. 关于直线 $x \quad \frac{\pi}{4}$ 对称

B. 关于点 $\frac{\pi}{4}, 0$ 对称

C. 关于直线 $x \quad \frac{\pi}{8}$ 对称

D. 关于点 $\frac{\pi}{8}, 0$ 对称

【答案】C

【分析】先利用辅助角公式化一，再根据周期性求出　，根据最值求出 t，再根据正弦函数的对称性逐一判断即可.

【详解】$f\ x \quad t\sin\ x \quad \cos\ x \quad \sqrt{t^2 \quad 1}\sin\ x$ ，其中 $\tan \quad \frac{1}{t}$，

因为函数的最小正周期为 π，

所以 $\frac{2\pi}{} \quad \pi$，解得 $\quad 2$，

因为函数的最大值为 $\sqrt{2}$，

所以 $\sqrt{t^2 \quad 1} \quad \sqrt{2}$，解得 $t \quad 1$（$t \quad 1$ 舍去），

所以 $f\ x \quad \sin 2x \quad \cos 2x \quad \sqrt{2}\sin\ 2x \quad \frac{\pi}{4}$ ，

因为 $f \quad \frac{\pi}{4} \quad \sqrt{2}\sin \quad \frac{\pi}{4} \quad 1$，

所以函数图象不关于直线 $x \quad \frac{\pi}{4}$ 对称，也不关于点 $\frac{\pi}{4}, 0$ 对称，故 AB 错误；

因为 $f\ \frac{\pi}{8} \quad \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{2} \quad \sqrt{2}$，

所以函数图象关于直线 $x \quad \frac{\pi}{8}$ 对称，不关于点 $\frac{\pi}{8}, 0$ 对称，故 C 正确，D 错误.

故选：C.

6. 已知 $(x \quad m)^4 \quad a_4x^4 \quad a_3x^3 \quad a_2x^2 \quad a_1x \quad a_0$，若 $a_0 \quad a_1 \quad a_2+a_3+a_4 \quad 81$，则 m 的取值可以为（ ）

A. 2　　B. 1　　C. 1　　D. 2

【答案】A

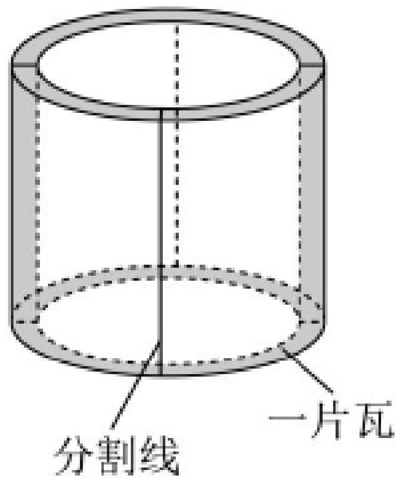
【分析】借助赋值法计算即可得.

【详解】令 $x \quad 1$，有 $1 \quad m^4 \quad a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0 \quad 81$，

即 $m \quad 2$ 或 $m \quad 4$.

故选：A.

7. 《天工开物》是我国明代科学家宋应星所著的一部综合性科学技术著作，书中记载了一种制造瓦片的方法.某校高一年级计划实践这种方法，为同学们准备了制瓦用的粘土和圆柱形的木质圆桶，圆桶底面外圆的直径为 $20\mathrm{cm}$ ，高为 $20\mathrm{cm}$.首先，在圆桶的外侧面均匀包上一层厚度为 $2\mathrm{cm}$ 的粘土，然后，沿圆桶母线方向将粘土层分割成四等份（如图），等粘土干后，即可得到大小相同的四片瓦.每位同学制作四片瓦，全年级共 500 人，需要准备的粘土量（不计损耗）与下列哪个数字最接近.（参考数据：$\pi \quad 3.14$）（ ）



A. $0.8m^3$　　B. $1.4m^3$　　C. $1.8m^3$　　D. $2.2m^3$

【答案】B

【分析】结合圆柱体积公式求出四片瓦的体积，再求需准备的粘土量.

【详解】由条件可得四片瓦的体积 $V=\pi\times 12^2\times 20-\pi\times 10^2\times 20=880\pi$（$cm^3$）

所以 500 名学生，每人制作 4 片瓦共需粘土的体积为 $500\times 880\pi=440000\pi$（$cm^3$），

又 $\pi\approx 3.14$,

所以共需粘土的体积为约为 $1.3816m^3$，

故选：B.

8. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则"$0<a_1<d$"是"$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$为递增数列"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】利用等差数列通项公式求出 $\frac{a_n}{n}$，再利用单调数列的定义，结合充分条件、必要条件的意义判断即得.

【详解】由等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，得 $a_n=a_1-d+nd$，则 $\frac{a_n}{n}=\frac{a_1-d}{n}+d$，

当 $0<a_1<d$ 时，$a_1-d<0$，而 $\frac{1}{n}>\frac{1}{n+1}$，则 $\frac{a_1-d}{n}<\frac{a_1-d}{n+1}$，因此 $\frac{a_n}{n}<\frac{a_{n+1}}{n+1}$，$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 为递增数列；

当 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 为递增数列时，则 $\frac{a_n}{n}<\frac{a_{n+1}}{n+1}$，即有 $\frac{a_1-d}{n}<\frac{a_1-d}{n+1}$，整理得 $a_1<d$，不能推出 $0<a_1<d$，

所以"$0<a_1<d$"是"$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$为递增数列"的充分不必要条件.

故选：A

9. 如图 1，正三角形 ABD 与以 BD 为直径的半圆拼在一起，C 是弧 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，O 为△ABD 的中心.现将△ABD 沿 BD 翻折为 $\triangle A_1BD$，记 $\triangle A_1BD$ 的中心为 O_1，如图 2.设直线 CO_1 与平面 BCD 所成的角为 θ，则 $\sin\theta$ 的最大值为（　　）

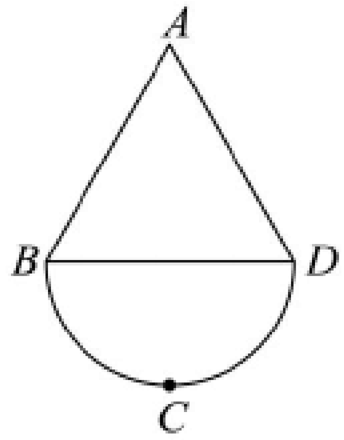


图1

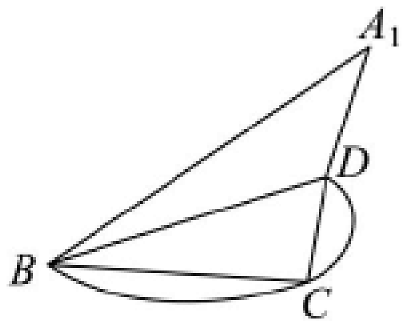


图2

A. $\frac{1}{3}$　　　　B. $\frac{1}{2}$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】C

【分析】结合题意，可得$\frac{EO_1}{EC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，直线$CO_1$在平面$BCD$的投影为直线$CE$，借助正弦定理计算可得$\tan\theta=\frac{\sin\angle O_1EC}{\sqrt{3}-\cos\angle O_1EC}$，借助导数得到$\tan\theta$的最大值即可得$\sin\theta$的最大值.

【详解】取BD中点E，连接CE，A_1E，由三角形ABD为正三角形，故O_1在线段A_1E上，

且$EO_1=\frac{1}{3}A_1E=\frac{\sqrt{3}}{6}BD=\frac{\sqrt{3}}{3}EC$，即$\frac{EO_1}{EC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

由题意可得$BD\perp EC$，$BD\perp A_1E$，A_1E、$EC\subset$平面ECO_1，$A_1E\cap EC=E$，

故$BD\perp$平面ECO_1，又$CO_1\subset$平面ECO_1，故直线CO_1在平面BCD的投影为直线CE，

即$\theta=\angle ECO_1$，则有$\frac{EO_1}{EC}=\frac{\sin\theta}{\sin\angle CO_1E}=\frac{\sin\theta}{\sin\left(\pi-\theta-\angle O_1EC\right)}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

整理可得$\tan\theta=\frac{\sin\angle O_1EC}{\sqrt{3}-\cos\angle O_1EC}$，$\angle O_1EC\in\left(0,\pi\right)$，

令$f\left(x\right)=\frac{\sin x}{\sqrt{3}-\cos x}$，$x\in\left(0,\pi\right)$，$f'\left(x\right)=\frac{\cos x\left(\sqrt{3}-\cos x\right)-\sin^2 x}{\left(\sqrt{3}-\cos x\right)^2}=\frac{\sqrt{3}\cos x-1}{\left(\sqrt{3}-\cos x\right)^2}$，

故当$\cos x\in\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$时，$f'\left(x\right)<0$，当$\cos x\in\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$时，$f'\left(x\right)>0$，

令$x_0\in\left(0,\pi\right)$，且$\cos x_0=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\sin x_0=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

则$f\left(x\right)$在$\left(0,x_0\right)$上单调递增，在$\left(x_0,\pi\right)$上单调递减，

即 $f(x)$ 有最大值 $f(x_0)=\frac{\sin x_0}{\sqrt{3}-\cos x_0}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

即 $\tan$ 有最大值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\sin$ 有最大值 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

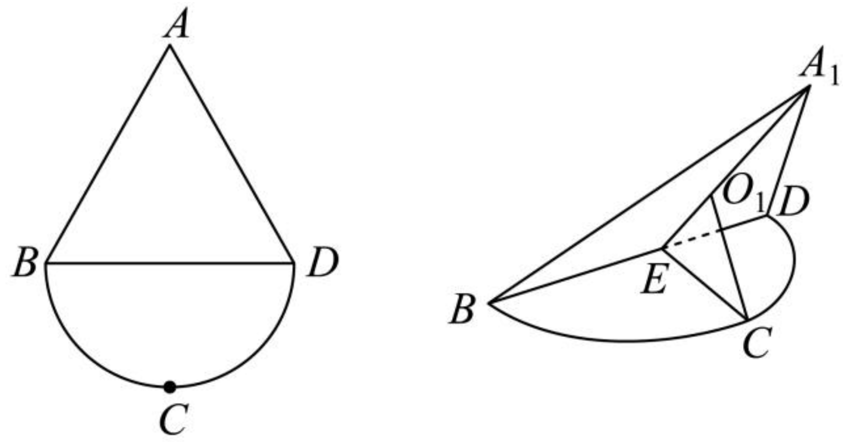


图1　　　　图2

【点睛】关键点点睛：本题关键点在于借助正弦定理表示出 与 O_1EC 的关系，通过导数计算出 $\tan$ 的最大值从而得到 $\sin$ 的最大值.

10. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的函数，其图象是一条连续不断的曲线，设函数 $g_a(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}(a\in R)$，下列说法正确的是（　　）

A. 若 $f(x)$ 在 R 上单调递增，则存在实数 a，使得 $g_a(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 上单调递增

B. 对于任意实数 a，若 $g_a(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 上单调递增，则 $f(x)$ 在 R 上单调递增

C. 对于任意实数 a，若存在实数 $M_1>0$，使得 $|f(x)|\le M_1$，则存在实数 $M_2>0$，使得 $|g_a(x)|\le M_2$

D. 若函数 $g_a(x)$ 满足：当 $x\in(a,+\infty)$ 时，$g_a(x)\ge 0$，当 $x\in(-\infty,a)$ 时，$g_a(x)\le 0$，则 $f(a)$ 为 $f(x)$ 的最小值

【答案】D

【分析】首先理解函数 $g_a(x)$ 表达的是函数 $f(x)$ 图像上两点割线的斜率，当 $x\to a$ 时，表示的为切线斜率，然后举反例设 $f(x)=x$ 可判断 A 错误；设 $f(x)=x^2$ 可得 B 错误；设 $f(x)=\sin x$ 可得 C 错误；由函数单调性的定义可以判断 D 正确.

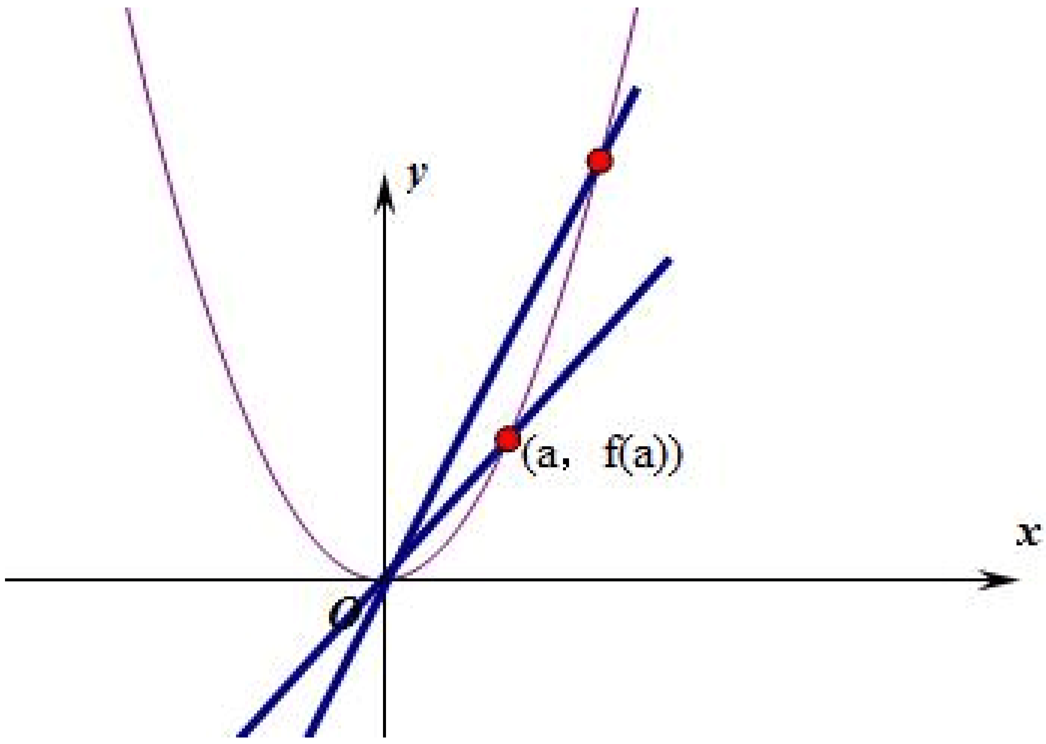
【详解】函数 $g_a(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}(a\in R)$ 表达的是函数 $f(x)$ 图象上两点割线的斜率，当 $x\to a$ 时，表示的为切线斜率；所以

对于 A：因为 $f(x)$ 是定义在 R 上的函数，其图象是一条连续不断的曲线，且 $f(x)$ 在 R 上单调递增，

所以设 $f(x)=x$，则 $f(a)=a$，此时 $g_a(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\frac{x-a}{x-a}=1\ (a\in R)$ 为常数，即任意两点的割线的斜率为常数，故 A 错误；

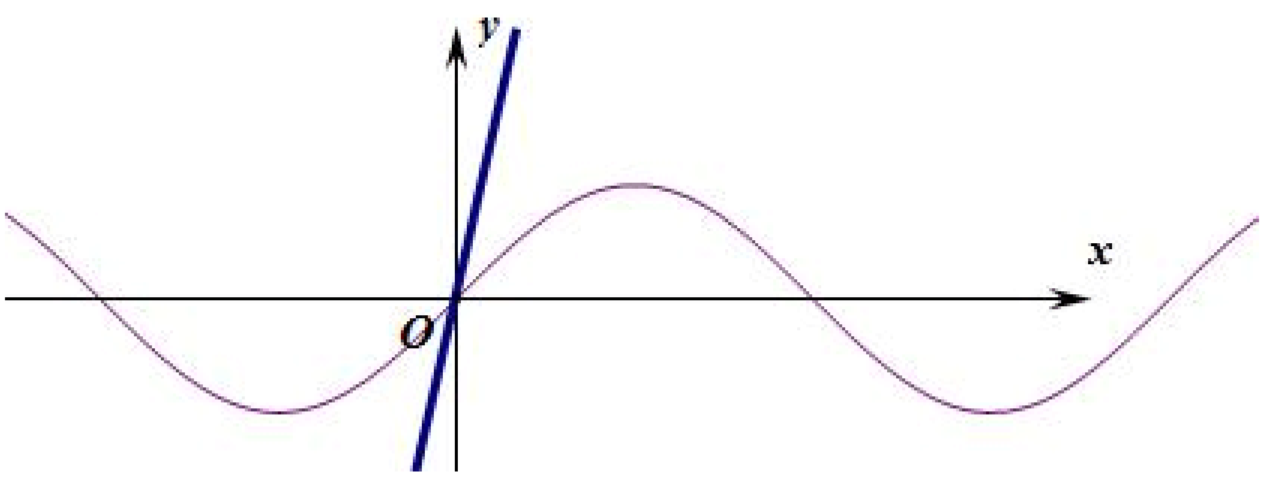
对于 B：设 $f(x)=x^2$，

由图象可知，



当 $x\in R$ 时，随 x 增大，点 $(x,f(x))$ 与点 $(a,f(a))$ 连线的割线斜率越来越大，即单调递增，但 $f(x)$ 在 R 不是单调函数，故 B 错误；

对于 C：因为对于任意实数 a 存在实数 $M_1>0$，使得 $|f(x)|\le M_1$，说明 $f(x)$ 为有界函数，所以设 $f(x)=\sin x$，但割线的斜率不一定有界，如图



当 $x\to 0$ 时，割线的斜率趋于正无穷，故 C 错误；

对于 D：因为函数 $g_a(x)$ 满足：当 $x\in(a,+\infty)$ 时，$g_a(x)>0$，

即 $g_a(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}>0\Leftrightarrow [f(x)-f(a)](x-a)>0, x>a$，

因为 $x>a$，$x-a>0$，所以 $f(x)>f(a)$；

同理，当 $x\in(-\infty,a)$ 时，$g_a(x)<0$，

即 $g_a\ x\quad \dfrac{f\ x\quad f\ a}{x\quad a}\quad 0\qquad f\ x\quad f\ a\quad x\quad a\quad 0, x\quad a$ ，

因为 $x\quad a$，$x\quad a\quad 0$，所以 $f\ x\quad f\ a$ ；

所以 $f\ a$ 为 $f\ x$ 的最小值，故 D 正确；

故选：D.

【点睛】关键点点睛：本题关键在于理解函数 $g_a\ x$ 表达的是函数 $f\ x$ 图像上两点割线的斜率，当 $x\quad a$ 时，表示的为切线斜率，然后通过熟悉的函数可逐项判断.

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 若复数 $z=\dfrac{1+i}{i}$，则 $|z|$ ________.

【答案】$\sqrt{2}$

【分析】

利用复数的除法法则将复数表示为一般形式，然后利用复数的模长公式可计算出 $|z|$ 的值.

【详解】 $z\quad \dfrac{1\quad i}{i}\quad \dfrac{i\,1\quad i}{i^2}\quad i\ i\quad 1\quad 1\quad i$，因此，$|z|\quad \sqrt{1^2\quad 1^2}\quad \sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查复数模的计算，同时也考查了复数的除法运算，考查计算能力，属于基础题.

12. 设向量 $a\quad 1,m\ ,b\quad 3,\ 4$ ，且 $a\ b\quad |a||b|$，则 m ______.

【答案】 $\dfrac{4}{3}$##$\ 1\dfrac{1}{3}$

【分析】根据数量积的定义，向量共线的坐标表示，结合已知条件，求解即可.

【详解】设 a,b 的夹角为 ，

$a\ b\quad |a||b|\cos\quad |a||b|$，故 $\cos\quad 1$，又 $\quad 0,\pi$，故 $\quad 0$，a,b 方向相同，

又 $a\quad 1,m\ ,b\quad 3,\ 4$ ，则 $4\quad 3m$ ，解得 $m\quad \dfrac{4}{3}$，满足题意.

故答案为： $\dfrac{4}{3}$.

13. 已知角 ， 的终边关于直线 $y\quad x$ 对称，且 $\sin\qquad \dfrac{1}{2}$，则 ， 的一组取值可以是 ______，

______.