2022-2023学年安徽省马鞍山市高三全真模拟考试（一）数学试题试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，$C=\frac{\pi}{3}$，若$\vec{m}=\left(c-\sqrt{6},a-b\right)$，$\vec{n}=\left(a-b,c+\sqrt{6}\right)$，且$\vec{m}//\vec{n}$，则$\Delta ABC$的面积为（　　）

A．3　　　　B．$\frac{9\sqrt{3}}{2}$　　　　C．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　　　D．$3\sqrt{3}$

2．已知函数$f\left(x+1\right)$是偶函数，当$x\in\left(1,+\infty\right)$时，函数$f\left(x\right)$单调递减，设$a=f\left(-\frac{1}{2}\right)$，$b=f\left(3\right)$，$c=f\left(0\right)$，则$a$、$b$、$c$的大小关系为（）

A．$b<a<c$　　　　B．$c<b<d$　　　　C．$b<c<a$　　　　D．$a<b<c$

3．要得到函数$y=\frac{1}{2}\cos x$的图象，只需将函数$y=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象上所有点的（　　）

A．横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），再向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

B．横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），再向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

C．横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

D．横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

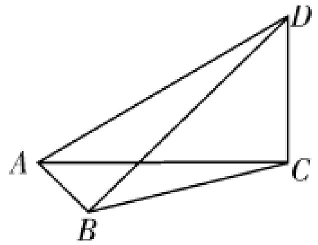
4．已知$a=\sqrt[4]{6}$，$b=\log_{\frac{5}{4}}\frac{4}{21}$，$c=\left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}$，则（　　）

A．$a>b>c$　　　　B．$a>c>b$　　　　C．$b>c>a$　　　　D．$c>a>b$

5．在满足$0<x_i<y_i\le 4$，$x_i^{y_i}=y_i^{x_i}$的实数对$\left(x_i,y_i\right)$ $(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$中，使得$x_1+x_2+\cdots+x_{n-1}<3x_n$成立的正整数$n$的最大值为(　　)

A．5　　　　B．6　　　　C．7　　　　D．9

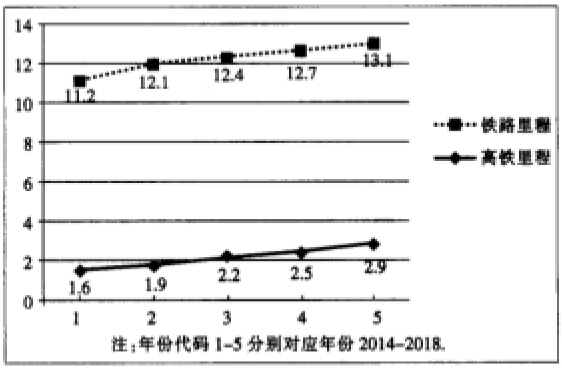
6．如图，在四边形$ABCD$中，$AB=1$，$BC=3$，$\angle ABC=120^\circ$，$\angle ACD=90^\circ$，$\angle CDA=60^\circ$，则BD的长度为（　　）



A．$\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$　　B．$2\sqrt{3}$

C．$3\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

7．中国铁路总公司相关负责人表示，到 2018 年底，全国铁路营业里程达到 13.1 万公里，其中高铁营业里程 2.9 万公里，超过世界高铁总里程的三分之二，下图是 2014 年到 2018 年铁路和高铁运营里程（单位：万公里）的折线图，以下结论不正确的是（　　）



A．每相邻两年相比较，2014 年到 2015 年铁路运营里程增加最显著

B．从 2014 年到 2018 年这 5 年，高铁运营里程与年价正相关

C．2018 年高铁运营里程比 2014 年高铁运营里程增长 80%以上

D．从 2014 年到 2018 年这 5 年，高铁运营里程数依次成等差数列

8．设双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，点 $E\left(0,t\right)\left(t>0\right)$.已知动点 P 在双曲线 C 的右支上，且点 P,E,F_2 不共线.若 ΔPEF_2 的周长的最小值为 $4b$，则双曲线 C 的离心率 e 的取值范围是（　　）

A．$\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$　　B．$\left(1,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right]$　　C．$\left[\sqrt{3},+\infty\right)$　　D．$\left(1,\sqrt{3}\right]$

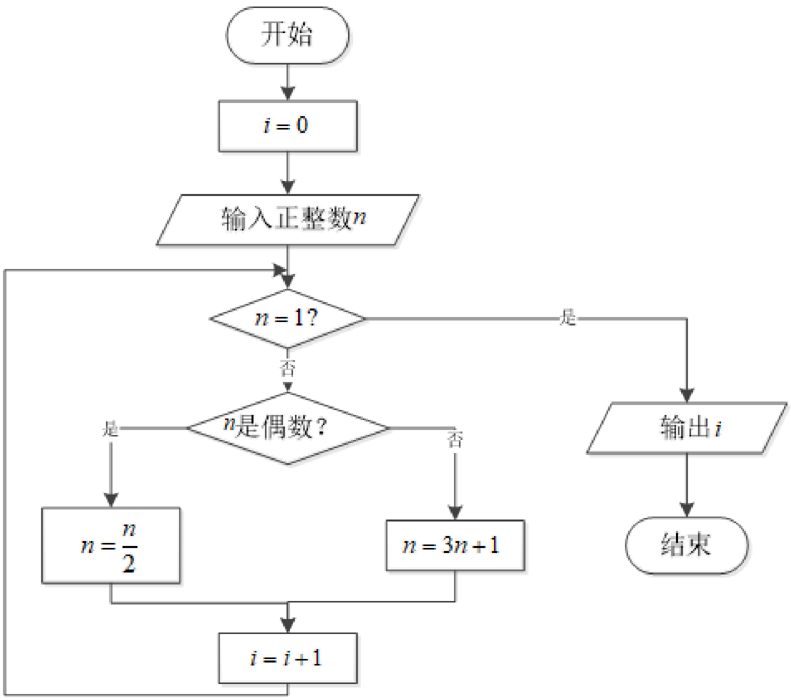
9．已知函数 $f(x)=\dfrac{x^3+\sin x}{(1+x)(m-x)+e^x+e^{-x}}$ 为奇函数，则 $m=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．3

10．若 $a=\log_2 3, b=\log_4 7, c=0.7^4$，则实数 a,b,c 的大小关系为（　　）

A． $a>b>c$　　　B． $c>a>b$　　　C． $b>a>c$　　　D． $c>b>a$

11．很多关于整数规律的猜想都通俗易懂，吸引了大量的数学家和数学爱好者，有些猜想已经被数学家证明，如“费马大定理”，但大多猜想还未被证明，如“哥德巴赫猜想”、“角谷猜想”.“角谷猜想”的内容是：对于每一个正整数，如果它是奇数，则将它乘以3再加1；如果它是偶数，则将它除以2；如此循环，最终都能够得到1.下图为研究“角谷猜想”的一个程序框图.若输入 n 的值为10，则输出 i 的值为（　　）



A． 5　　　B． 6　　　C． 7　　　D． 8

12．用数学归纳法证明 $1+2+3+\cdots+□^2=\frac{□^4+□^2}{2}$，则当 $□=□+1$ 时，左端应在 $□=□$ 的基础上加上（　　）

A． $□^2+1$　　　B． $(□+1)^2$

C． $(□^2+1)+(□^2+2)+\cdots+(□+1)^2$　　　D． $\frac{(□+1)^4+(□+1)^2}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如果椭圆的对称轴为坐标轴，短轴的一个端点与两焦点组成一正三角形，焦点在 x 轴上，且 $a-c=\sqrt{3}$，那么椭圆的方程是______________.

14．若 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-\frac{1}{3}, \alpha\in(0,\pi)$，则 $\cos(\frac{\pi}{12}-\alpha)=$__________.

15．一个村子里一共有 n 个人，其中一个人是谣言制造者，他编造了一条谣言并告诉了另一个人，这个人又把谣言告诉了第三个人，如此等等．在每一次谣言传播时，谣言的接受者都是在其余 $n-1$ 个村民中随机挑选的，当谣言传播

$k(k\ldots 2)$ 次之后，还没有回到最初的造谣者的概率是_______.

16．已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+2a_1=4$ ，$a_3{}^2=a_5$，则该数列的前 **5** 项的和为______________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=x^2-a\left|x-1\right|-1$，$a\in R$．

（**1**）当 $a=4$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 的值域；

（**2**）$\exists x_0\in\left[0,2\right]$，$f\left(x_0\right)\geq a\left|x_0+1\right|$，求实数 a 的取值范围.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{3x+6}$ ，$g(x)=\sqrt{14-x}$，若存在实数 x 使 $f(x)+g(x)>a$ 成立，求实数 a 的取值范围.

19．（12 分）在 ΔABC 中，M 为 BC 边上一点，$\angle BAM=45°$，$\cos\angle AMC=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

（**1**）求 $\sin B$；

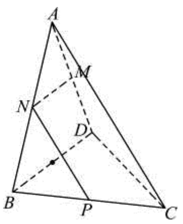
（**2**）若 $\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$，$AC=4$，求 MC．

20．（12 分）在 $\angle ABC$ 中，内角 ***A***，***B***，***C*** 的对边分别为 ***a***，***b***，***c***，且满足 $\sqrt{3}a=\sqrt{3}b\cos C-c\sin B$.

（**1**）求 ***B***；

（**2**）若 $b=2\sqrt{3}$，***AD*** 为 ***BC*** 边上的中线，当 $\vee ABC$ 的面积取得最大值时，求 ***AD*** 的长.

21．（12 分）已知三棱锥 $A-BCD$ 中侧面 ABD 与底面 BCD 都是边长为 **2** 的等边三角形，且面 $ABD\perp$ 面 BCD，M、N 分别为线段 AD、AB 的中点.P 为线段 BC 上的点，且 $MN\perp NP$．



（**1**）证明：P 为线段 BC 的中点；

（**2**）求二面角 $A-NP-M$ 的余弦值.

22．（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的的参数方程为 $\begin{cases}x=2\sqrt{3}+at\\y=4+\sqrt{3}t\end{cases}$（其中 t 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，点 A 的极坐标为 $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$，直线 l 经过点 A．曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$．

（1）求直线l的普通方程与曲线C的直角坐标方程；

（2）过点$P\left(\sqrt{3},0\right)$作直线l的垂线交曲线C于D,E两点(D在x轴上方)，求$\dfrac{1}{|PD|}-\dfrac{1}{|PE|}$的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

由$\vec{m}//\vec{n}$，可得$(a-b)^2=(c-\sqrt{6})(c+\sqrt{6})$，化简利用余弦定理可得$\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{1}{2}$，解得$ab$．即可得出三角形面积.

【详解】

解：$\because \vec{m}=\left(c-\sqrt{6},a-b\right)$，$\vec{n}=\left(a-b,c+\sqrt{6}\right)$，且$\vec{m}//\vec{n}$，

$\therefore (a-b)^2=(c-\sqrt{6})(c+\sqrt{6})$，化为：$a^2+b^2-c^2=2ab-6$．

$\therefore \cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{2ab-6}{2ab}=\dfrac{1}{2}$，解得$ab=6$．

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$．

故选：C．

【点睛】

本题考查了向量共线定理、余弦定理、三角形面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

2、**A**

【解析】

根据$f\left(x+1\right)$图象关于y轴对称可知$f\left(x\right)$关于$x=1$对称，从而得到$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,1\right)$上单调递增且$f\left(3\right)=f\left(-1\right)$；再根据自变量的大小关系得到函数值的大小关系.

【详解】

$\because f\left(x+1\right)$为偶函数　　$\therefore f\left(x+1\right)$图象关于$y$轴对称

$\therefore f\left(x\right)$图象关于$x=1$对称

Q $x\in\left(1,+\infty\right)$时，$f\left(x\right)$单调递减　　$\therefore x\in\left(-\infty,1\right)$时，$f\left(x\right)$单调递增

又$f\left(3\right)=f\left(-1\right)$且$-1<-\dfrac{1}{2}<0$　　$\therefore f\left(-1\right)<f\left(-\dfrac{1}{2}\right)<f\left(0\right)$，即$b<a<c$

本题正确选项：A

【点睛】

本题考查利用函数奇偶性、对称性和单调性比较函数值的大小关系问题，关键是能够通过奇偶性和对称性得到函数的单调性，通过自变量的大小关系求得结果.

3、**C**

【解析】

根据三角函数图像的变换与参数之间的关系，即可容易求得.

【详解】

为得到$y=\dfrac{1}{2}cosx=\dfrac{1}{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$，

将$y=\dfrac{1}{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$横坐标伸长到原来的**2**倍（纵坐标不变），

故可得$y=\dfrac{1}{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$；

再将$y=\dfrac{1}{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度，

故可得$y=\dfrac{1}{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}cosx$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查三角函数图像的平移，涉及诱导公式的使用，属基础题.

4、**B**

【解析】

先将三个数通过指数，对数运算变形$a=\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}>6^{0}=1$，$b=\log_{\frac{5}{4}}\dfrac{4}{21}<\log_{\frac{5}{4}}1=0,0<c=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2.9}<\left(\dfrac{1}{3}\right)^{0}=1$再判断.

【详解】

因为 $a=\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}>6^{0}=1$， $b=\log_{\frac{5}{4}}\frac{4}{21}<\log_{\frac{5}{4}}1=0,0<c=\left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}<\left(\frac{1}{3}\right)^{0}=1$，

所以 $a>c>b$，

故选：**B.**

【点睛】

本题主要考查指数、对数的大小比较，还考查推理论证能力以及化归与转化思想，属于中档题.

5、A

【解析】

由题可知：$0<x_i<y_i\le 4$，且 $x_i^{y_i}=y_i^{x_i}$ 可得 $\frac{\ln x_i}{x_i}=\frac{\ln y_i}{y_i}$，构造函数 $h(t)=\frac{\ln t}{t}(0<t\le 4)$ 求导，通过导函数求出 $h(t)$ 的单调性，结合图像得出 $t_{\min}=2$，即 $2\le x_i<e$ 得出 $3x_n<3e$，

从而得出 n 的最大值.

【详解】

因为 $0<x_i<y_i\le 4$， $x_i^{y_i}=y_i^{x_i}$

则 $\ln x_i^{yi}=\ln y_i^{xi}$，即 $y_i\ln x_i=x_i\ln y_i$

整理得 $\frac{\ln x_i}{x_i}=\frac{\ln y_i}{y_i}$，令 $t=x_i=y_i$，

设 $h(t)=\frac{\ln t}{t}(0<t\le 4)$，

则 $h'(t)=\frac{\frac{1}{t}\cdot t-1\cdot\ln t}{t^2}=\frac{1-\ln t}{t^2}$，

令 $h'(t)>0$,则 $0<t<e$，令 $h'(t)<0$，则 $e<t\le 4$，

故 $h(t)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,4)$ 上单调递减，则 $h(e)=\frac{1}{e}$，

因为 $x_i<y_i$， $h(x_i)=h(y_i)$，

由题可知：$h(t)=\frac{1}{4}\ln 4$ 时，则 $t_{\min}=2$，所以 $2\le t<e$，

所以 $2\le x_i<e<y_i\le 4$，

当 x_n 无限接近 e 时，满足条件，所以 $2\le x_n<e$，

所以要使得 $x_1+x_2+\cdots+x_{n-1}<3x_n<3e\approx 8.154$

故当 $x_1=x_2=x_3=x_4=2$ 时，可有 $x_1+x_2+x_3+x_4=8<8.154$，

故 $n-1\le 4$，即 $n\le 5$，

所以：n 最大值为 **5.**

故选：**A.**

【点睛】

本题主要考查利用导数求函数单调性、极值和最值，以及运用构造函数法和放缩法，同时考查转化思想和解题能力.

6、**D**

【解析】

设 $\angle ACB=\alpha$，在 ΔABC 中，由余弦定理得 $AC^2=10-6\cos120°=13$，从而求得 CD，再由由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\alpha}=\frac{AC}{\sin120°}$，求得 $\sin\alpha$，然后在 ΔBCD 中，用余弦定理求解.

【详解】

设 $\angle ACB=\alpha$，在 ΔABC 中，由余弦定理得 $AC^2=10-6\cos120°=13$，

则 $AC=\sqrt{13}$，从而 $CD=\sqrt{\frac{13}{3}}$，

由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\alpha}=\frac{AC}{\sin120°}$，即 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$，

从而 $\cos\angle BCD=\cos\left(90°+\alpha\right)=-\sin\alpha=\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$，

在 ΔBCD 中，由余弦定理得：$BD^2=9+\frac{13}{3}+2\times3\times\sqrt{\frac{13}{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}=\frac{49}{3}$，

则 $BD=\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于中档题.

7、**D**

【解析】

由折线图逐项分析即可求解

【详解】

选项A，B显然正确；

对于C，$\frac{2.9-1.6}{1.6}>0.8$，选项C正确；

1.6,1.9,2.2,2.5,2.9 不是等差数列，故D错.

故选：**D**

【点睛】

本题考查统计的知识，考查数据处理能力和应用意识,是基础题

8、**A**

【解析】

依题意可得$C_{\Delta PEF_2}=PE+PF_2+EF_2=PE+PF_2+EF_1\geq 2PF_1-2a=4b$

即可得到$2a+4b>2\left(a+c\right)$，从而求出双曲线的离心率的取值范围；

【详解】

解：依题意可得如下图象，$C_{\Delta PEF_2}=PE+PF_2+EF_2=PE+PF_2+EF_1$

$=PE+PF_1+EF_1-2a$

$\geq 2PF_1-2a=4b$

$\therefore 2PF_1=2a+4b>2\left(a+c\right)$

所以$2b>c$

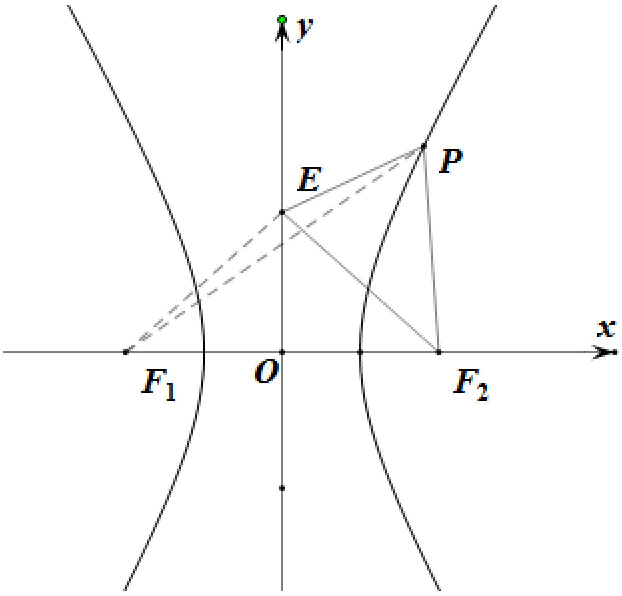
则$4c^2-4a^2>c^2$

所以$3c^2>4a^2$

所以$e^2=\frac{c^2}{a^2}>\frac{4}{3}$

所以$e>\frac{2\sqrt{3}}{3}$，即$e\in\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

故选：**A**



【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于中档题.

9、B

【解析】

根据 $f\left(x\right)$ 整体的奇偶性和部分的奇偶性，判断出 m 的值.

【详解】

依题意 $f\left(x\right)$ 是奇函数.而 $y=x^{3}+\sin x$ 为奇函数， $y=e^{x}+e^{-x}$ 为偶函数，所以 $g\left(x\right)=\left(1+x\right)\left(m-x\right)$ 为偶函数，故 $g\left(x\right)-g\left(-x\right)=0$，也即 $\left(1+x\right)\left(m-x\right)-\left(1-x\right)\left(m+x\right)=0$，化简得 $\left(2m-2\right)x=0$，所以 $m=1$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查根据函数的奇偶性求参数值，属于基础题.

10、A

【解析】

将 a 化成以 4 为底的对数，即可判断 a,b 的大小关系；由对数函数、指数函数的性质，可判断出 b,c 与 1 的大小关系，从而可判断三者的大小关系.

【详解】

依题意，由对数函数的性质可得 $a=\log_{2}3=\log_{4}9>b=\log_{4}7$.

又因为 $c=0.7^{4}<0.7^{0}=1=\log_{4}4<\log_{4}7=b$，故 $a>b>c$.

故选:A.