新高考地区高 2024 届高二（上）期中模拟试题一

数学试卷

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚.

2.每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.

3.考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设直线 l 的斜率为 k，且 $-1\le k<\sqrt{3}$，则直线 l 的倾斜角 α 的取值范围为（　）

A．$\left[0,\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$　B．$\left[0,\frac{\pi}{6}\right)\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$　C．$\left(\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4}\right)$　D．$\left[0,\frac{\pi}{3}\right)\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

【答案】D

【分析】根据 $k=\tan\alpha$，利用斜率的范围，求角的范围.

【详解】直线 l 的倾斜角为 α，则 $a\in[0,\pi)$，由 $-1\le k<\sqrt{3}$，得 $-1\le\tan\alpha<\sqrt{3}$，

$\therefore a\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right)\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$.

故选：D.

2．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的右焦点与抛物线 $y^2=8x$ 的焦点重合，则此双曲线的渐近线方程是（　）

A．$y=\pm\sqrt{5}x$

B．$y=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}x$

C．$y=\pm\sqrt{3}x$

D．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$

【答案】D

【分析】求出双曲线方程中的 a 即得解.

【详解】解：∵抛物线 $y^2=8x$ 的焦点是（2，0），$\therefore c=2$，$a^2=4-1=3$，$\therefore a=\sqrt{3}$，

$\therefore\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

所以双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

故选：D

3．已知正四面体 $ABCD$，M 为 BC 中点，N 为 AD 中点，则直线 BN 与直线 DM 所成角的余弦值为（　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{21}}{21}$　　D．$\frac{4\sqrt{21}}{21}$

【答案】B

【分析】利用空间向量的线性运算性质，结合空间向量夹角公式进行求解即可.

【详解】设该正面体的棱长为1，因为 M 为 BC 中点，N 为 AD 中点，

所以$\left|\overrightarrow{BN}\right|=\left|\overrightarrow{DM}\right|=\sqrt{1^2-(\frac{1}{2}\times 1)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 M 为 BC 中点，N 为 AD 中点，

所以有 $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AN}=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，

$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{DM}\\&=(-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD})(-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})\\&=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}\\&=1\times1\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times1^2-\frac{1}{2}\times1\times1\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times1^2+\frac{1}{4}\times1\times1\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times1\times1\times\frac{1}{2}\\&=-\frac{1}{2},\end{aligned}$$

$$\cos\langle\overrightarrow{BN},\overrightarrow{DM}\rangle=\frac{\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{DM}}{\left|\overrightarrow{BN}\right|\cdot\left|\overrightarrow{DM}\right|}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\frac{2}{3},$$

根据异面直线所成角的定义可知直线 BN 与直线 DM 所成角的余弦值为$\frac{2}{3}$，

故选：B

4．与直线 $y=\sqrt{3}x$ 切于点 $A(\sqrt{3},3)$，且经过点 $B(3\sqrt{3},1)$ 的圆的方程为（　）

A．$(x+3)^2+(y-\sqrt{3})^2=24$　　B．$(x-\sqrt{3})^2+(y+1)^2=16$

C．$(x+\sqrt{3})^2+(y-1)^2=16$　　D．$(x-2\sqrt{3})^2+(y-2)^2=4$

【答案】D

【分析】设圆的方程为$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，根据题意列出方程组，求得a,b,r^2，即可得出答案.

【详解】解：设圆的方程为$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，

根据题意可得$\begin{cases}\left(\sqrt{3}-a\right)^2+\left(3-b\right)^2=r^2\\ \left(3\sqrt{3}-a\right)^2+\left(1-b\right)^2=r^2\\ \dfrac{b-3}{a-\sqrt{3}}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=2\sqrt{3}\\ b=2\\ r^2=4\end{cases}$，

所以该圆的方程为$(x-2\sqrt{3})^2+(y-2)^2=4$.

故选：D.

5．在平面直角坐标系xOy中，直线$2x-y+1=0$被圆$(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$截得的弦长为2，则实数a的值为（　）

A．-1　　B．2　　C．$\dfrac{3}{2}$或-1　　D．1或$-\dfrac{1}{3}$

【答案】C

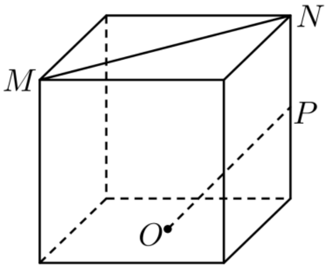
【分析】利用圆心到直线的距离公式，及弦心距计算即可得出结果.

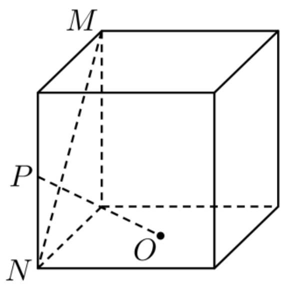
【详解】圆心到直线$2x-y+1=0$的距离为$\dfrac{|a+1|}{\sqrt{5}}$，

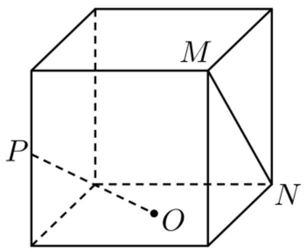
又$\left(\dfrac{|a+1|}{\sqrt{5}}\right)^2+1=a^2$，解得：$a=\dfrac{3}{2}$或$-1$.

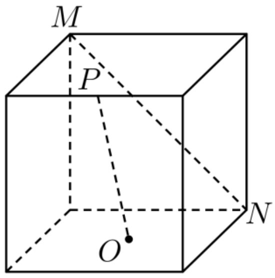
故选：C

6．如图，下列正方体中，O为下底面的中心，M,N为正方体的顶点，P为所在棱的中点，则满足直线$MN\perp OP$的是（　）

A．

B．

C. 

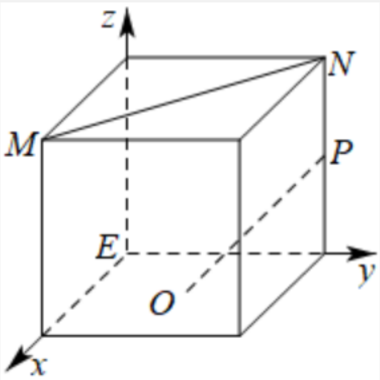
D. 

【答案】B

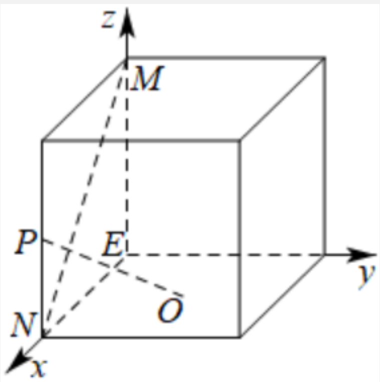
【分析】根据给定条件，建立空间直角坐标系，再对每一个选项逐一分析，利用空间位置关系的向量证明推理作答.

【详解】在正方体中，对各选项建立相应的空间直角坐标系，令正方体棱长为 2，点 $O(1,1,0)$，

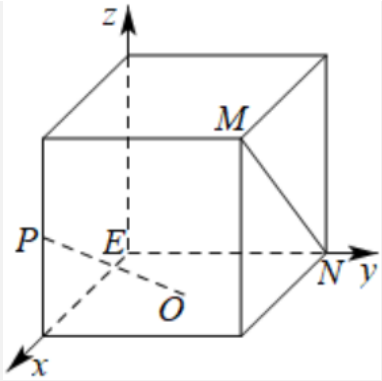
对于 A， $M(2,0,2),N(0,2,2),P(0,2,1)$， $\overrightarrow{MN}=(-2,2,0),\overrightarrow{OP}=(-1,1,1)$， $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OP}=4\neq 0$， MN 与 OP 不垂直，A 不是；



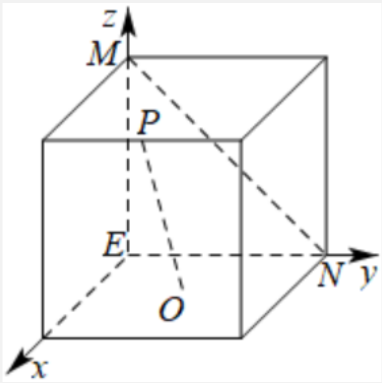
对于 B， $M(0,0,2),N(2,0,0),P(2,0,1)$， $\overrightarrow{MN}=(2,0,-2),\overrightarrow{OP}=(1,-1,1)$， $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OP}=0$， $MN\perp OP$，B 是；



对于 C， $M(2,2,2),N(0,2,0),P(2,0,1)$， $\overrightarrow{MN}=(-2,0,-2),\overrightarrow{OP}=(1,-1,1)$， $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OP}=-4\neq 0$， MN 与 OP 不垂直，C 不是；



对于 D， $M(0,0,2),N(0,2,0),P(2,1,2)$， $\overrightarrow{MN}=(0,2,-2),\overrightarrow{OP}=(1,0,2)$， $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OP}=-4\neq 0$， MN 与 OP 不垂直，D 不是.



故选：B

7．设 F_1， F_2 是双曲线 C： $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$ 的两个焦点， O 为坐标原点，点 P 在 C 的右支上，且 $\frac{\overrightarrow{OF_1}\cdot\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}+\frac{\overrightarrow{F_1P}+\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}=2\sqrt{3}$，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为（　）

A． $\sqrt{2}$　　　　B． $4\sqrt{3}$　　　　C． 8　　　　D． $8\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】由已知等式可得 $|OP|=2\sqrt{3}$，不妨设 $F_1\left(-2\sqrt{3},0\right)$， $F_2\left(2\sqrt{3},0\right)$，则点 P 在以 F_1F_2 为直径的圆上，利用定义结合勾股定理求出 $|PF_1||PF_2|=16$，代入面积公式计算即可.

【详解】由 $\frac{\overrightarrow{OF_1}\cdot\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}+\frac{\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}=2\sqrt{3}$，得 $\overrightarrow{OF_1}\cdot\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{OP}=2\sqrt{3}|\overrightarrow{OP}|$，

所以 $\overrightarrow{OP}\cdot\left(\overrightarrow{OF_1}+\overrightarrow{F_1P}\right)=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OP}=2\sqrt{3}|\overrightarrow{OP}|$，可得 $|OP|=2\sqrt{3}$，

不妨设 $F_1\left(-2\sqrt{3},0\right)$， $F_2\left(2\sqrt{3},0\right)$，所以 $|OP|=\frac{1}{2}|F_1F_2|$，所以点 P 在以 F_1F_2 为直径的圆上，

所以 $\triangle PF_1F_2$ 是以 P 为直角顶点的直角三角形，故 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2=48$.

又因为点 P 在双曲线的右支上，所以 $|PF_1|-|PF_2|=2a=4$，

所以 $16=\left(|PF_1|-|PF_2|\right)^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|=48-2|PF_1||PF_2|$，解得 $|PF_1||PF_2|=16$，

所以 $S_{\vartriangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|=8$，

故选：C.

8．在平面直角坐标系 xOy 中，点 F_1， F_2 分别是双曲线 C： $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0$， $b>0$)的左，右焦点，过点 F_1 且与直线 l： $y=-\frac{b}{a}x$ 垂直的直线交 C 的右支于点 M，设直线 l 上一点 N (N 在第二象限)满足 $F_1N\perp F_2N$，且 $\left(\overrightarrow{F_1N}+\overrightarrow{F_2M}\right)\cdot\overrightarrow{MN}=0$，则双曲线 C 的离心率的值为（　）

A． $\sqrt{5}$　　　　B． $\sqrt{3}$　　　　C． $\sqrt{2}+1$　　　　D．2

【答案】A

【分析】设直线 F_1M 的方程为 $y=\frac{a}{b}(x+c)$，设 $M\left(x_0,\frac{a}{b}(x_0+c)\right)$， $N\left(t,-\frac{b}{a}t\right)$，由 $F_1N\perp F_2N$ 化为数量积为 0 得 $t=-a$，再根据 $\left(\overrightarrow{F_1N}+\overrightarrow{F_2M}\right)\cdot\overrightarrow{MN}=0$ 可得 $x_0=\frac{b^2-a^2}{c}$，从而得 $M\left(\frac{b^2-a^2}{c},\frac{2ab}{c}\right)$，代入双曲线方程即可求解离心率.

【详解】由题意可知，设直线 F_1M 的方程为 $y=\frac{a}{b}(x+c)$，则设 $M\left(x_0,\frac{a}{b}(x_0+c)\right)$， $N\left(t,-\frac{b}{a}t\right)$，

因为 $F_1(-c,0)$， $F_2(c,0)$，且 $F_1N\perp F_2N$，所以 $\overrightarrow{F_1N}\cdot\overrightarrow{F_2N}=\left(t+c,-\frac{b}{a}t\right)\left(t-c,-\frac{b}{a}t\right)=0$，

即 $t^2-c^2+\left(-\frac{b}{a}t\right)^2=0$，解得 $t=-a$，所以 $N(-a,b)$，所以 $\overrightarrow{F_1N}=(c-a,b)$，

$\overrightarrow{F_2M}=\left(x_0-c,\frac{a}{b}(x_0+c)\right)$， $\overrightarrow{MN}=\left(-a-x_0,b-\frac{a}{b}(x_0+c)\right)$，则

$\left(\overrightarrow{F_1N}+\overrightarrow{F_2M}\right)\cdot\overrightarrow{MN}=\left(x_0-a,\frac{a}{b}(x_0+c)+b\right)\cdot\left(-a-x_0,b-\frac{a}{b}(x_0+c)\right)=0$，即

$a^2-x_0^2+b^2-\left[\frac{a}{b}(x_0+c)\right]^2=0$，解得 $x_0=\frac{b^2-a^2}{c}$，所以 $M\left(\frac{b^2-a^2}{c},\frac{2ab}{c}\right)$，

因为点 M 在双曲线上，所以代入双曲线方程可得， $\frac{\left(b^2-a^2\right)^2}{a^2c^2}-\frac{4a^2}{c^2}=1$，即 $\left(e-\frac{2}{e}\right)^2-\frac{4}{e^2}=1$，解得 $e^2=5$，

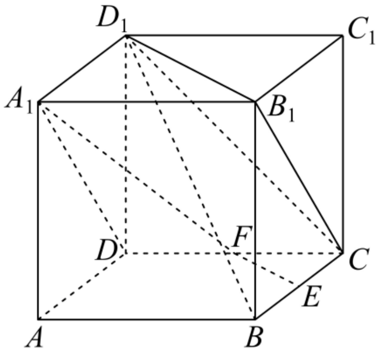
$e=\sqrt{5}$，

故选：A

【点睛】关键点点睛：本题的解题关键在于利用数量积为 0 建立坐标方程式求得参数，从而求得离心率.

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．已知 E，F 分别是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BC 和 CD 的中点，则（   ）



A．A_1D 与 B_1D_1 是异面直线

B．A_1D 与 EF 所成角的大小为 45°

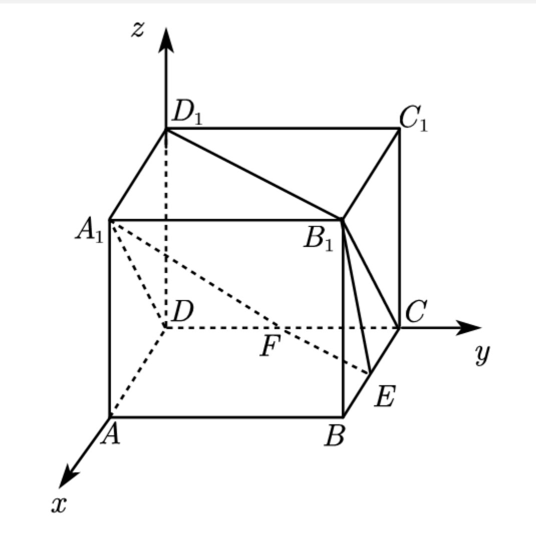
C．A_1F 与平面 B_1CB 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D．二面角 $C-D_1B_1-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】AD

【分析】根据异面直线的判定定理可判断 A；建立空间直角坐标系，用向量方法可计算 B，C，D 是否正确

【详解】根据异面直线的判定定理，及正方体的结构特征，易知：A 正确；



以 D 为原点，$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DD}$，的方向分别为 x，y，z 轴的正方向建立空间直角坐标系，

设正方体棱长 2，则 $D_1(0,0,2)$， $B_1(2,2,2)$， $B(2,2,0)$， $C(0,2,0)$， $D(0,0,0)$，

$A_1(2,0,2), E(1,2,0), F(0,1,0)$，

所以 $\overrightarrow{A_1D}=(-2,0,-2), \overrightarrow{EF}=(-1,-1,0)$，

设 A_1D 与 EF 所成角的大小为 θ，

则 $\cos\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{A_1D}\cdot\overrightarrow{EF}\right|}{\left|\overrightarrow{A_1D}\right|\cdot\left|\overrightarrow{EF}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{8}\times\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

所以 $\theta=60^\circ$ ，故 B 错误;

由题意可知,平面 BEB_1 的法向量为 $\overrightarrow{DC}=(0,2,0), \overrightarrow{A_1F}=(-2,1,-2)$，

设 A_1F 与平面 B_1EB 所成角为 α，则

$\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\overrightarrow{A_1F}\right|\left|\overrightarrow{DC}\right|}=\dfrac{2}{2\sqrt{9}}=\dfrac{1}{3}$,故 C 错误;

$\overrightarrow{D_1B_1}=(2,2,0), \overrightarrow{BB_1}=(0,0,2)$，

设平面 D_1B_1B 的一个法向量为 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{D_1B_1}=2x_1+2y_1=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{BB_1}=2z=0\end{cases}$，令 $x_1=1$，得 $\vec{m}=(1,-1,0)$，

设平面 D_1B_1C 的一个法向量为 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$， $\overrightarrow{B_1C}=(-2,0,-2)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1B_1}=2x_2-2y_2=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{B_1C}=-2x_2-2z_2=0\end{cases}$，令 $x_2=1$，得 $\vec{n}=(1,-1,-1)$，

设二面角 $C-D_1B_1-B$ 为 θ，由题图知 θ 为锐角，

则 $\cos\theta=\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，故 D 正确.

故选:AD.

10．过抛物线 $C:y^2=2px$ 上一点 $A(1,-4)$ 作两条相互垂直的直线，与 C 的另外两个交点分别为 M，N，则（　）

A．C 的准线方程是 $x=-4$

B．过 C 的焦点的最短弦长为 8

C．直线MN过定点$(0,4)$

D．当点A到直线MN的距离最大时，直线MN的方程为$2x+y-38=0$

【答案】AD

【分析】由点在抛物线上求得C为$y^2=16x$，结合抛物线的性质判断A、B；设MN为$x=my+n$并联立抛物线，结合$AM\perp AN$及韦达定理、向量垂直的坐标表示列方程求出m、n的数量关系，代入直线方程即可判断C；由C分析所得的定点P，要使A到直线MN的距离最大有$MN\perp AP$，即可写出直线MN的方程判断D.

【详解】将$A(1,-4)$代入C中得：$p=8$，则C为$y^2=16x$，

所以C的准线方程是$x=-4$，故A正确；

当过C的焦点且与x轴垂直时弦长最短，此时弦长为16，故B不正确；

设$M\left(\dfrac{y_1^2}{16},y_1\right)$，$N\left(\dfrac{y_2^2}{16},y_2\right)$，直线$MN$为$x=my+n$，联立抛物线得：$y^2-16my-16n=0$，

所以$y_1+y_2=16m$，$y_1y_2=-16n$，又$AM\perp AN$，

所以$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=\left(\dfrac{y_1^2}{16}-1,y_1+4\right)\cdot\left(\dfrac{y_2^2}{16}-1,y_2+4\right)=\dfrac{(y_1^2-16)(y_2^2-16)}{256}+(y_1+4)(y_2+4)=0$.

因为$y_1\neq-4$，$y_2\neq-4$，即$(y_1+4)(y_2+4)\neq0$，

所以$\dfrac{(y_1-4)(y_2-4)}{256}+1=0$，整理得$y_1y_2-4(y_1+y_2)+272=0$，故$-16n-64m+272=0$，得$n=-4m+17$，

所以直线MN为$x=m(y-4)+17$，所以直线MN过定点$P(17,4)$，故C不正确.

当$MN\perp AP$时A到直线MN的距离最大，此时直线MN为$2x+y-38=0$，故D正确.

故选：AD

11．已知直线$l:mx+y+3m-\sqrt{3}=0$与圆$x^2+y^2=12$交于A，B两点，过A，B分别作l的垂线与x轴交于C，D两点．若$|AB|=2\sqrt{3}$，则下列说法正确的是（　）

A．直线l一定过定点$(-3,\sqrt{3})$

B．m的值为$\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

C．直线l的斜率为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

D．$|CD|$的值为4

【答案】ACD

【分析】根据直线方程可得过定点判断A，根据弦长公式可判断BC，根据$|AB|=2\sqrt{3}$结合图形可求$|CD|$判断D.

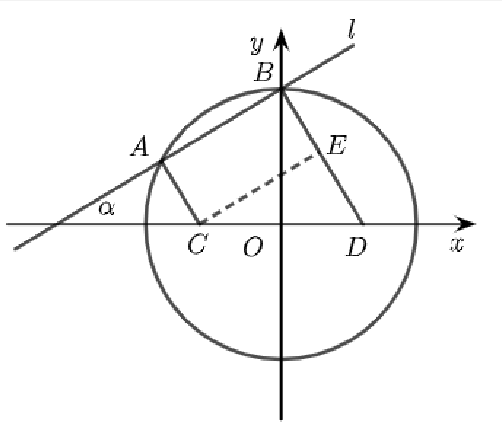
【详解】由直线$l: mx+y+3m-\sqrt{3}=0 \Rightarrow m(x+3)+y-\sqrt{3}=0$知其过定点$(-3,\sqrt{3})$，A 正确；

圆心O到直线l的距离为$d=\dfrac{|3m-\sqrt{3}|}{\sqrt{m^2+1}}$，由$|AB|=2\sqrt{3}$，

得$\left(\dfrac{3m-\sqrt{3}}{\sqrt{m^2+1}}\right)^2+(\sqrt{3})^2=12$，解得$m=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，B 不正确；

直线l的斜率为$k=-m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，C 正确；

如图所示，过点C作$CE\perp BD$，垂足为E，因为$AB\perp BD$，所以$AB//CE$，因为$AC\perp AB$，



所以四边形$ABEC$为矩形，直线l的倾斜角$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，则$\angle DCE=\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，

在 Rt$\triangle CDE$中，可得$|CD|=\dfrac{|CE|}{\cos\alpha}=\dfrac{|AB|}{\cos\alpha}=2\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4$，D 正确.

故选：ACD.

12．已知F为双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点，过$F$的直线$l$与圆$O: x^2+y^2=a^2$相切于点$M$，$l$与$C$及其渐近线在第二象限的交点分别为$P$，$Q$，则（　）

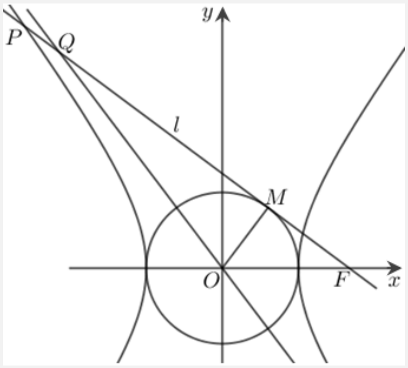
A．$|MF|=b$　　　　B．直线OM与C相交

C．若$|MF|=\dfrac{1}{4}|QF|$，则C的渐近线方程为$y=\pm 2x$　　　　D．若$|MF|=\dfrac{1}{4}|PF|$，则C的离心率为$\dfrac{5}{3}$

【答案】AD

【分析】根据给定条件，计算切线长判断 A；由直线OM斜率与$\dfrac{b}{a}$的大小说明判断 B；求出出点Q，P的坐标计算判断 C，D 作答.

【详解】令双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的半焦距为$c$，有$c^2=a^2+b^2$，$F(c,0)$，依题意，$OM\perp l$，如图，



对于 A，$|MF|=\sqrt{OF^2-OM^2}=\sqrt{c^2-a^2}=b$，A 正确；

直线 OM 的斜率 $k=\tan\angle MOF=\frac{b}{a}$，直线 OM 是双曲线 C 过第一三象限的渐近线，直线 OM 与 C 不相交，B 不正确；

对于 C，由选项 A 可得点 $M(\frac{a^2}{c},\frac{ab}{c})$，设点 $Q(x_0,y_0)$，依题意，$\overrightarrow{FQ}=4\overrightarrow{FM}$，

即 $(x_0-c,y_0)=4(\frac{a^2}{c}-c,\frac{ab}{c})$，解得 $x_0=\frac{4a^2}{c}-3c,y_0=\frac{4ab}{c}$，即 $Q(\frac{4a^2}{c}-3c,\frac{4ab}{c})$，

又点 Q 在直线 $y=-\frac{b}{a}x$ 上，则有 $\frac{4ab}{c}=-\frac{b}{a}(\frac{4a^2}{c}-3c)$，解得 $8a^2=3c^2$，有 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{15}}{3}$，

C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}x$，C 不正确；

对于 D，由选项 C 同理得点 $P(\frac{4a^2}{c}-3c,\frac{4ab}{c})$，因此 $\frac{(\frac{4a^2}{c}-3c)^2}{a^2}-\frac{(\frac{4ab}{c})^2}{b^2}=1$，即 $(3e-\frac{4}{e})^2-(\frac{4}{e})^2=1$，解得 $e=\frac{5}{3}$，D 正确.

故选：AD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．直线 l 过点 $(1,0)$，且与直线 $3x+2y-4=0$ 平行，则直线 l 的一般式方程为______.

【答案】$3x+2y-3=0$

【分析】先利用平行假设直线 l 为 $3x+2y+C=0(C\neq-4)$，再将 $(1,0)$ 代入即可得到答案

【详解】解:因为直线 l 与直线 $3x+2y-4=0$ 平行，所以假设直线 l 为 $3x+2y+C=0(C\neq-4)$，

因为直线 l 过点 $(1,0)$，所以 $3+C=0$，解得 $C=-3$，

所以直线 l 的一般式方程为 $3x+2y-3=0$，

故答案为:$3x+2y-3=0$

14．过点 $P(-1,5)$ 的圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 的切线方程为____________.