

2022-2023 学年安徽省青阳县第一中学高三第五次月考数学试题试卷数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

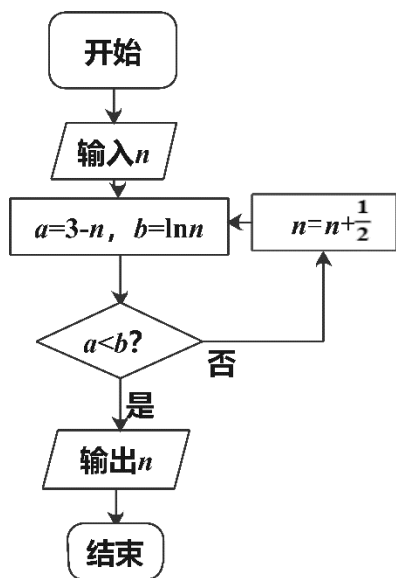
1. 设命题 $P: \forall a, b \in R, |a-b| < |a|+|b|$, 则 $\neg P$ 为

- A. $\forall a, b \in R, |a-b| \geq |a|+|b|$ B. $\exists a, b \in R, |a-b| < |a|+|b|$
 C. $\exists a, b \in R, |a-b| > |a|+|b|$ D. $\exists a, b \in R, |a-b| \geq |a|+|b|$

2. 已知 F_1, F_2 是椭圆与双曲线的公共焦点, P 是它们的一个公共点, 且 $|PF_2| > |PF_1|$, 椭圆的离心率为 e_1 , 双曲线的离心率为 e_2 , 若 $|PF_1| = |F_1F_2|$, 则 $\frac{3}{e_1} + \frac{e_2}{3}$ 的最小值为 ()

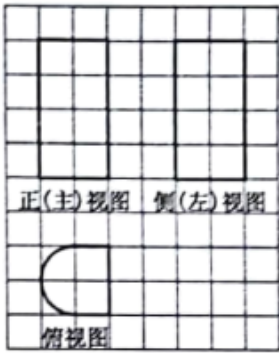
- A. $6+2\sqrt{3}$ B. $6+2\sqrt{2}$ C. 8 D. 6

3. 执行如图所示的程序框图若输入 $n = \frac{1}{2}$, 则输出的 n 的值为 ()



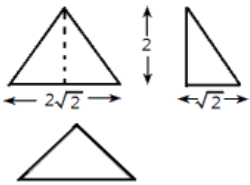
- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

4. 如图, 网格纸是由边长为 1 的小正方形构成, 若粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的表面积为 ()



- A. $9\pi + 20$ B. $9\pi + 26$ C. $5\pi + 20$ D. $5\pi + 26$

5. 已知棱锥的三视图如图所示，其中俯视图是等腰直角三角形，则该三棱锥的四个面中，最大面积为 ()



- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{6}$

6. 已知向量 $\vec{a} = (m, 1)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, 若 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ C. $-\frac{6\sqrt{13}}{65}$ D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

7. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + x^2 (a > 0)$. 若存在实数 $x_0 \in (-1, 0)$, 且 $x_0 \neq -\frac{1}{2}$, 使得 $f(x_0) = f(-\frac{1}{2})$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(\frac{2}{3}, 5)$ B. $(\frac{2}{3}, 3) \cup (3, 5)$ C. $(\frac{18}{7}, 6)$ D. $(\frac{18}{7}, 4) \cup (4, 6)$

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 1$, $a_6 = 16$, 等差数列 $\{b_n\}$ 中 $b_5 = a_4$, S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 则 $S_9 =$ ()

- A. 36 B. 72 C. -36 D. ± 36

9. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_2 = -5$, $S_4 = -16$, 则 $a_6 =$ ()

- A. 5 B. 3 C. -12 D. -13

10. 设 $0 \leq x \leq 2\pi$, 且 $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$, 则 ()

- A. $0 \leq x \leq \pi$ B. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{7\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

11. 正 $\triangle ABC$ 的边长为 2, 将它沿 BC 边上的高 AD 翻折, 使点 B 与点 C 间的距离为 $\sqrt{3}$, 此时四面体 $A-BCD$ 的外接球表面积为 ()

- A. $\frac{10\pi}{3}$ B. 4π C. $\frac{13\pi}{3}$ D. 7π

12. 已知直线 $x+y=t$ 与圆 $x^2+y^2=2t-t^2$ ($t \in R$) 有公共点, 则 $t(4-t)$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. $\frac{28}{9}$ C. $\frac{32}{9}$ D. $\frac{32}{7}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $y=e^x(x^2+2)$ 在点 $(0,2)$ 处的切线方程为_____.

14. 古代“五行”学认为: “物质分金、木、土、水、火五种属性, 金克木, 木克土, 土克水, 水克火, 火克金。”将五种不同属性的物质任意排成一列, 但排列中属性相克的两种物质不相邻, 则这样的排列方法有_____种. (用数字作答)

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 3^{x-4}, & x < 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x) > a$ 的解集为 $(a^2, +\infty)$, 则实数 a 的所有可能值之和为_____.

16. 已知多项式 $(1+ax)^5(1-2x)^4$ 的各项系数之和为 32, 则展开式中含 x 项的系数为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, a_2, a_4, a_8 分别等于等比数列 $\{b_n\}$ 的第 2 项, 第 3 项, 第 4 项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $\frac{c_1}{a_1} + \frac{c_2}{a_2} + \dots + \frac{c_n}{a_n} = b_{n+1}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 2020 项的和.

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, M 为 BC 边上一点, $\angle BAM = 45^\circ$, $\cos \angle AMC = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\sin B$;

(2) 若 $MC = \frac{1}{2} BM$, $AC = 4$, 求 MC .

19. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{\sin A}{\sqrt{3} \sin C}$.

(1) 求 b 的值;

(2) 若 $\cos B + \sqrt{3} \sin B = 2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

20. (12 分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 若 $\triangle ABC$ 同时满足下列四个条件中的三个: ①

$\frac{b-a}{c} = \frac{2\sqrt{6}a+3c}{3(a+b)}$; ② $\cos 2A + 2\cos^2 \frac{A}{2} = 1$; ③ $a = \sqrt{6}$; ④ $b = 2\sqrt{2}$.

(1) 满足有解三角形的序号组合有哪些?

(2) 在 (1) 所有组合中任选一组, 并求对应 $\triangle ABC$ 的面积.

(若所选条件出现多种可能, 则按计算的第一种可能计分)

21. (12分) 甲、乙、丙三名射击运动员射中目标的概率分别为 $\frac{1}{2}, a, a$ ($0 < a < 1$), 三人各射击一次, 击中目标的次数记为 ξ .

(1) 求 ξ 的分布列及数学期望;

(2) 在概率 $P(\xi = i)$ ($i = 0, 1, 2, 3$)中, 若 $P(\xi = 1)$ 的值最大, 求实数 a 的取值范围.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$)的最小正周期是 π , 且当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, $f(x)$ 取得最大值2.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 作出 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的图象(要列表).

参考答案

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

直接利用全称命题的否定是特称命题写出结果即可.

【详解】

因为全称命题的否定是特称命题, 所以, 命题 $p: \forall a, b \in R, |a-b| < |a|+|b|$, 则 $\neg p$ 为: $\exists a, b \in R,$

$$|a-b| \geq |a|+|b|.$$

故本题答案为D.

【点睛】

本题考查命题的否定, 特称命题与全称命题的否定关系, 是基础题.

2、C

【解析】

由椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式化简 $\frac{3}{e_1} + \frac{e_2}{3}$ ，结合基本不等式即可求解.

【详解】

设椭圆的长半轴长为 a ，双曲线的半实轴长为 a' ，半焦距为 c ，

$$\text{则 } e_1 = \frac{c}{a}, e_2 = \frac{c}{a'}, \text{ 设 } |PF_2| = m$$

由椭圆的定义以及双曲线的定义可得：

$$|PF_1| + |PF_2| = 2a \Rightarrow a = \frac{m}{2} + c, \quad |PF_2| - |PF_1| = 2a' \Rightarrow a' = \frac{m}{2} - c$$

$$\text{则 } \frac{3}{e_1} + \frac{e_2}{3} = \frac{3a}{c} + \frac{c}{3a'} = \frac{3\left(c + \frac{m}{2}\right)}{c} + \frac{c}{3\left(\frac{m}{2} - c\right)} = 6 + \frac{3\left(\frac{m}{2} - c\right)}{c} + \frac{c}{3\left(\frac{m}{2} - c\right)}$$

$$\geq 6 + 2\sqrt{\frac{3\left(\frac{m}{2} - c\right)}{c} \cdot \frac{c}{3\left(\frac{m}{2} - c\right)}} = 8$$

当且仅当 $a = \frac{7}{3}c$ 时，取等号.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式，属于中等题.

3、C

【解析】

由程序语言依次计算，直到 $a < b$ 时输出即可

【详解】

程序的运行过程为

n	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$
a	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
b	$\ln \frac{1}{2}$	0	$\ln \frac{3}{2}$	$\ln 2$	$\ln \frac{5}{2}$

当 $n=2$ 时, $1 > \ln 2$; $n = \frac{5}{2}$ 时, $\frac{1}{2} < \ln \frac{5}{2}$, 此时输出 $n = \frac{5}{2}$.

故选: C

【点睛】

本题考查由程序框图计算输出结果, 属于基础题

4、C

【解析】

根据三视图还原为几何体, 结合组合体的结构特征求解表面积.

【详解】

由三视图可知, 该几何体可看作是半个圆柱和一个长方体的组合体, 其中半圆柱的底面半圆半径为 1, 高为 4, 长方体的底面四边形相邻边长分别为 1, 2, 高为 4, 所以该几何体的表面积

$$S = \pi \times 1^2 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 1 \times 4 + 1 \times 2 \times 2 + 1 \times 4 \times 2 + 2 \times 4 = 5\pi + 20, \text{ 故选 C.}$$

【点睛】

本题主要考查三视图的识别, 利用三视图还原成几何体是求解关键, 侧重考查直观想象和数学运算的核心素养.

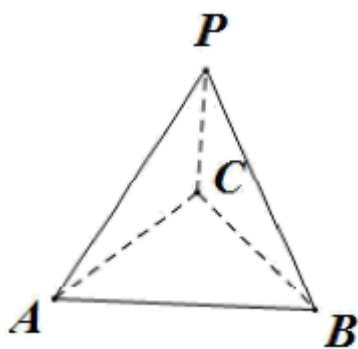
5、B

【解析】

由三视图可知, 该三棱锥如图, 其中底面 ABC 是等腰直角三角形, $PC \perp$ 平面 ABC , 结合三视图求出每个面的面积即可.

【详解】

由三视图可知, 该三棱锥如图所示:



其中底面 ABC 是等腰直角三角形, $PC \perp$ 平面 ABC ,

由三视图知, $PC = 2, AB = 2\sqrt{2}$,

因为 $PC \perp BC, PC \perp AC, AC = BC, AC \perp CB$,

所以 $AC = BC = 2, PA = PB = AB = 2\sqrt{2}$,

$$\text{所以 } S_{\Delta PAC} = S_{\Delta PCB} = S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

因为 ΔPAB 为等边三角形,

$$\text{所以 } S_{\Delta PAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3},$$

所以该三棱锥的四个面中, 最大面积为 $2\sqrt{3}$.

故选: B

【点睛】

本题考查三视图还原几何体并求其面积; 考查空间想象能力和运算求解能力; 三视图正确还原几何体是求解本题的关键; 属于中档题、常考题型.

6、B

【解析】

直接利用向量的坐标运算得到向量 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 的坐标, 利用 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$ 求得参数 m , 再用 $\cos\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ 计算即可.

【详解】

依题意, $\vec{a} - 2\vec{b} = (m+2, -3)$, 而 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$, 即 $-m-2-6=0$, 解得 $m=-8$, 则

$$\cos\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{65}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查向量的坐标运算、向量数量积的应用, 考查运算求解能力以及化归与转化思想.

7、D

【解析】

首先对函数求导, 利用导数的符号分析函数的单调性和函数的极值, 根据题意, 列出参数所满足的不等关系, 求得结果.

【详解】

$$f'(x) = ax^2 + 2x, \text{ 令 } f'(x) = 0, \text{ 得 } x_1 = 0, x_2 = -\frac{2}{a}.$$

其单调性及极值情况如下:

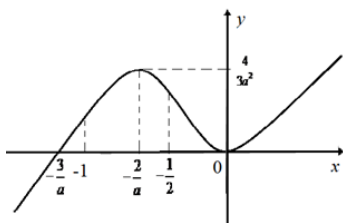
x	$\left(-\infty, -\frac{2}{a}\right)$	$-\frac{2}{a}$	$\left(-\frac{2}{a}, 0\right)$	0	$(0, +\infty)$
-----	--------------------------------------	----------------	--------------------------------	-----	----------------

$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	Z	极大值]]	极小值	Z

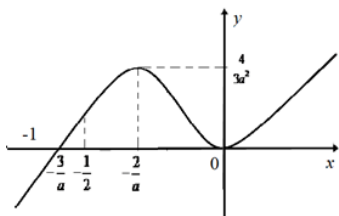
若存在 $x_0 \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, 使得 $f(x_0) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$,

$$\text{则 } \begin{cases} -\frac{2}{a} < -\frac{1}{2} \\ -\frac{2}{a} > -1 \end{cases} \quad (\text{如图 1}) \quad \text{或} \quad -\frac{3}{a} < -\frac{1}{2} < -\frac{2}{a} \quad (\text{如图 2}).$$

$$f(-1) < f\left(-\frac{1}{2}\right)$$



(图 1)



(图 2)

于是可得 $a \in \left(\frac{18}{7}, 4\right) \cup (4, 6)$,

故选: D.

【点睛】

该题考查的是有关根据函数值的关系求参数的取值范围的问题, 涉及到的知识点有利用导数研究函数的单调性与极值, 画出图象数形结合, 属于较难题目.

8、A

【解析】

根据 a_4 是 a_2 与 a_6 的等比中项, 可求得 a_4 , 再利用等差数列求和公式即可得到 S_9 .

【详解】

等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 1$, $a_6 = 16$, 所以 $a_4 = \pm\sqrt{a_2 \cdot a_6} = \pm 4$, 又 $a_4 = a_2 \cdot q^2 > 0$, 所以 $a_4 = 4$, 由等差数列的性质可得 $S_9 = 9b_5 = 9a_4 = 36$.

故选: A

【点睛】

本题主要考查的是等比数列的性质, 考查等差数列的求和公式, 考查学生的计算能力, 是中档题.

9、B

【解析】

由题得 $a_1 + d = -5$, $4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = -16$, 解得 $a_1 = -7$, $d = 2$, 计算可得 a_6 .

【详解】

$Q a_2 = -5$, $S_4 = -16$, $\therefore a_1 + d = -5$, $4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = -16$, 解得 $a_1 = -7$, $d = 2$,

$\therefore a_6 = a_1 + 5d = 3$.

故选: B

【点睛】

本题主要考查了等差数列的通项公式, 前 n 项和公式, 考查了学生运算求解能力.

10、C

【解析】

将等式变形后, 利用二次根式的性质判断出 $\sin x \dots \cos x$, 即可求出 x 的范围.

【详解】

$$Q \sqrt{1 - \sin 2x} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x}$$

$$= \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$= |\sin x - \cos x|$$

$$= \sin x - \cos x$$

$$\therefore \sin x - \cos x \dots 0, \text{ 即 } \sin x \dots \cos x$$

$$Q 0, x, 2\pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{4}, x, \frac{5\pi}{4}$$

故选: C

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/875131004120011144>