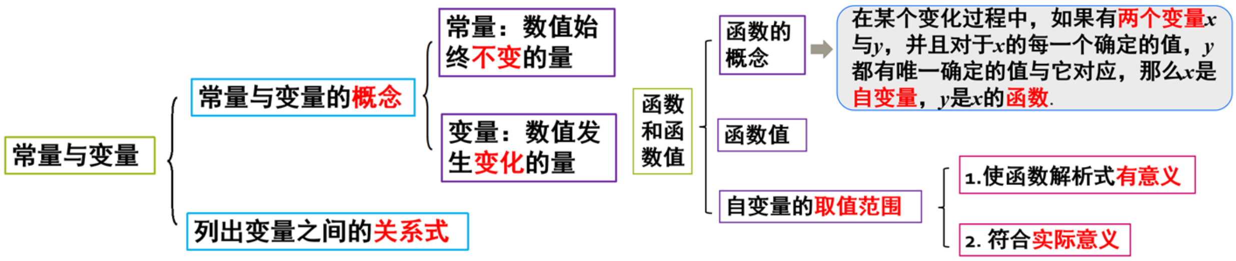
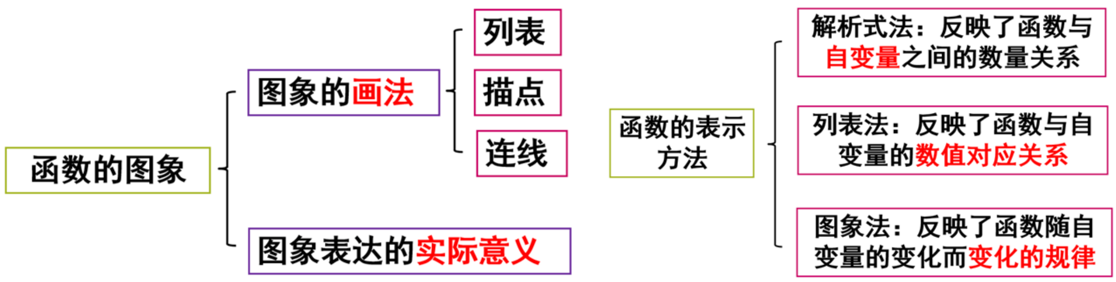
19.1 函数（单元教学设计）

一、【单元目标】

1．了解常量、变量的概念；
2．掌握在简单的过程中辨别常量和变量的方法，感受在一个过程中常量和变量是相对存在的．(重点)
3．了解函数的概念，弄清自变量与函数之间的关系；(重点)
4．确定函数中自变量的取值范围．(难点)
5．理解函数图象的意义；(重点)
6．能够结合实际情境，从函数图象中获取信息并处理信息．(难点)
7．了解函数的三种不同的表示方法并在实际情境中，会根据不同的需要，选择函数恰当的表示方法；(重点)
8．通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用．(难点)

二、【单元知识结构框架】





三、【学情分析】

学生在小学阶段学习过正比例关系和反比例关系，知道具有正(或反)比例关系的两个量中，一个量随着另一个量的增大而增大(或减小);在字母表示数中，接触过当字母取值变化时，代数式的值随之变化.学生在生活中也具有对两个量之间存在依存关系的体验，如气温随时间的变化而变化，单价固定时总价随着数量的变化而变化，尽管这些学习经验和生活经验可以帮助学生理解函数的含义，但初次接触函数概念，学习中还是会遇到较大困难，其中主要困难在于难以概括出“个变量的值的确定导致另一个变量取值的唯一确定”这一函数概念的核心，当一个变量的值取定时，另一个变量怎样才算“唯一确定”?学生容易认为，函数关系中的“唯一确定”仅指通过公式求出的唯一的值，对不能用公式求出值的单值对应关系难以理解.因此，本节的难点是对函数概念中的“单值对应”含义的理解。

四、【教学设计思路/过程】

课时安排： 约 4 课时

教学重点：

1.了解函数的概念，弄清自变量与函数之间的关系；(重点)

2.理解函数图象的意义；(重点)

3.了解函数的三种不同的表示方法并在实际情境中，会根据不同的需要，选择函数恰当的表示方法；(重点)

教学难点：

1.确定函数中自变量的取值范围．(难点)

2.能够结合实际情境，从函数图象中获取信息并处理信息．(难点)

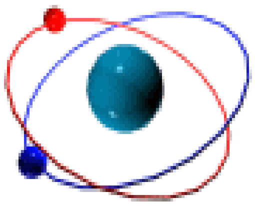
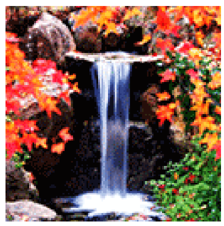
3.通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用．(难点)

五、【教学问题诊断分析】

第 1 课时　常量与变量

一、情境导入

大千世界处在不停的运动变化之中，如何来研究这些运动变化并寻找规律呢？

数学上常用常量与变量来刻画各种运动变化．

二、合作探究

探究点一：常量与变量

【类型一】 <u>指出关系式中的常量与变量</u>

例1　设路程为 $s$km，速度为 $v$km/h，时间为 th，指出下列各式中的常量与变量：

(1)$v=\frac{s}{8}$；

(2)$s=45t-2t^2$；

(3)$vt=100$.

解析：根据变量和常量的定义即可解答．

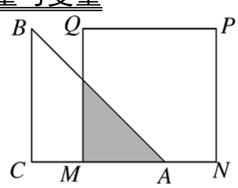
解：(1)常量是 8，变量是 v，s；

(2)常量是 45，2，变量是 s，t；

(3)常量是 100，变量是 v，t.

方法总结：常量就是在变化过程中不变的量，变量就是可以取到不同数值的量．

【类型二】 <u>几何图形中动点问题中的常量与变量</u>



例2　如图，等腰直角三角形 ABC 的直角边长与正方形 $MNPQ$ 的边长均为 10cm，AC 与 MN 在同一直线上，开始时 A 点与 M 点重合，让△ABC 向右运动，最后 A 点与 N 点重合．试写出重叠部分的面积 $y$cm^2 与 MA 的长度 $x$cm 之间的关系式，并指出其中的常量与变量．

解析：根据图形及题意所述可得出重叠部分是等腰直角三角形，从而根据 MA 的长度可得出 y 与 x 的关系．再根据变量和常量的定义得出常量与变量．

解 由题意知，开始时 A 点与 M 点重合，让△ABC 向右运动，两图形重合的长度为 $AM=x$cm.∵∠$BAC=45°$，∴$S_{阴影}=\frac{1}{2}\cdot AM\cdot h=\frac{1}{2}AM^2=\frac{1}{2}x^2$，则 $y=\frac{1}{2}x^2$，$0\leqslant x\leqslant 10$.其中的常量为$\frac{1}{2}$，变量为重叠部分的面积 $y\text{cm}^2$ 与 MA 的长度 $x$cm.

方法总结：通过分析题干中的信息得到等量关系并用字母表示是解题的关键，区分其中常量与变量可根据其定义判别.

探究点二：确定两个变量之间的关系

【类型一】 区分实际问题中的常量与变量

例3 分析并指出下列关系中的变量与常量：

(1)球的表面积 $S\text{cm}^2$ 与球的半径 Rcm 的关系式是 $S=4\pi R^2$；

(2)以固定的速度 v_0 米/秒向上抛一个小球，小球的高度 h 米与小球运动的时间 t 秒之间的关系式是 $h=v_0t-4.9t^2$；

(3)一物体自高处自由落下，这个物体运动的距离 hm 与它下落的时间 ts 的关系式是 $h=\frac{1}{2}gt^2$(其中 g 取 9.8m/s^2)；

(4)已知橙子每千克的售价是 1.8 元，则购买数量 x 千克与所付款 W 元之间的关系式是 $W=1.8x$.

解析：根据在一个变化的过程中，数值发生变化的量称为变量；数值始终不变的量称为常量可得答案.

解：(1)$S=4\pi R^2$，常量是 4π，变量是 S，R；

(2)$h=v_0t-4.9t^2$，常量是 v_0，4.9，变量是 h，t；

(3)$h=\frac{1}{2}gt^2$(其中 g 取 9.8m/s^2)，常量是 $\frac{1}{2}g$，变量是 h，t；

(4)$W=1.8x$，常量是 1.8，变量是 x，W.

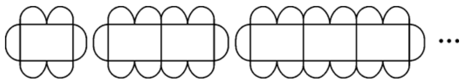
方法总结：常量与变量必须存在于同一个变化过程中，判断一个量是常量还是变量，需要看两个方面：一是它是否在一个变化过程中；二是看它在这个变化过程中的取值情况是否发生变化.

【类型二】 探索规律性问题中的常量与变量

例4 按如图方式摆放餐桌和椅子．用 x 来表示餐桌的张数，用 y 来表示可坐人数．

(1)题中有几个变量？

(2)你能写出两个变量之间的关系式吗？



解析：由图形可知，第一张餐桌上可以摆放 6 把椅子，进一步观察发现：多一张餐桌，多放 4 把椅子．x 张餐桌共有 $6+4(x-1)=4x+2$.

解：(1)有 2 个变量；

(2)能，关系式为 $y=4x+2$.

方法总结：解答本题关键是依据图形得出变量 x 的变化规律.

三、板书设计

1．常量与变量

数值发生变化的量称为变量，数值始终不变的量为常量.

2．常量与变量的区分

第 2 课时　函　数

一、情境导入

运动会开幕式上，火炬手以 3 米 / 秒的速度跑步前进传递火炬，传递路程为 s 米，传递时间为 t 秒,怎样用含 t 的式子表示 s？

二、合作探究

探究点一：函数

【类型一】 <u>**函数的定义**</u>

例1 下列变量间的关系不是函数关系的是(　　)

A．长方形的宽一定，其长与面积

B．正方形的周长与面积

C．等腰三角形的底边长与面积

D．圆的周长与半径

解析：A 中，长方形的宽一定．它是常量，而面积＝长×宽，长与面积是两个变量，若长改变，则面积也改变，故 A 选项是函数关系；B 中，面积＝$(\frac{周长}{4})^2$，正方形的周长与面积是两个变量，16 是常量，故 B 选项是函数关系；C 中，面积＝$\frac{1}{2}$×底边上的高×底边长，底边长与面积虽然是两个变量，但面积公式中还有底边上的高，而这里高也是变量，有三个变量，故 C 选项不是函数关系；D 中，周长＝2π×半径，圆的周长与其半径是函数关系．故选 C.

方法总结：判断两个变量是否是函数关系，就看是否存在两个变量，并且在这两个变量中，确定哪个是自变量，哪个是函数，然后再看看这两个变量是否是一一对应关系．

【类型二】 <u>**确定实际问题中函数解析式以及自变量**</u>

例2 下列问题中哪些量是自变量？哪些量是自变量的函数？试写出用自变量表示函数的式子．

(1)一个弹簧秤最大能称不超过 10kg 的物体，它的原长为 10cm，挂上重物后弹簧的长度 y(cm)随所挂重物的质量 x(kg)的变化而变化，每挂 1kg 物体，弹簧伸长 0.5cm；

(2)设一长方体盒子高为 30cm，底面是正方形，底面边长 a(cm)改变时，这个长方体的体积 V(cm^3)也随之改变．

解析：(1)根据弹簧的长度等于原长加上伸长的长度，列式即可；(2)根据长方体的体积公式列出函数式．

解：(1)$y=10+\frac{1}{2}x(0<x\leqslant 10)$，其中 x 是自变量，y 是自变量的函数；

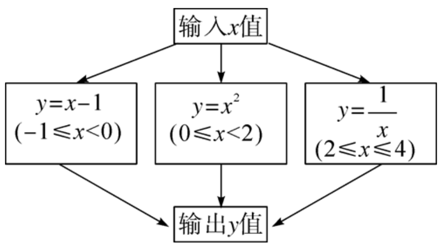
(2)$V=30a^2(a>0)$，其中 a 是自变量，V 是自变量的函数．

方法总结：函数解析式中，通常等式的右边的式子中的变量是自变量，等式左边的那个字母表示自变量的函数．

探究点二：自变量的值与函数值

【类型一】 <u>**根据解析式求函数值**</u>

例3 根据如图所示程序计算函数值，若输入 x 的值为$\frac{5}{2}$，则输出的函数值为(　　)



A.$\frac{3}{2}$　　B.$\frac{2}{5}$　　C.$\frac{4}{25}$　　D.$\frac{25}{4}$

解析：∵$x=\frac{5}{2}$时，在$2\leqslant x\leqslant 4$之间，∴将$x=\frac{5}{2}$代入函数$y=\frac{1}{x}$，得$y=\frac{2}{5}$.故选B.

方法总结：根据所给的自变量的值结合各个函数关系式所对应的自变量的取值范围，确定其对应的函数关系式，再代入计算.

【类型二】 **<u>根据实际问题求函数值</u>**

例4 小强想给爷爷买双鞋，爷爷说他的脚长25.5cm，若用x(单位：cm)表示脚长，用y(单位：码)表示鞋码，则有$2x-y=10$，根据上述关系式，小强应给爷爷买________码的鞋.

解析：∵用x表示脚长，用y表示鞋码，则有$2x-y=10$，而$x=25.5$，则$51-y=10$，解得$y=41$.

方法总结：当已知函数解析式时，求函数值就是求代数式的值；当已知函数解析式，给出函数值时，求相应的自变量的值就是解方程.

探究点三：确定自变量的取值范围

【类型一】 **<u>确定函数解析式中自变量的取值范围</u>**

例5 写出下列函数中自变量x的取值范围：

(1)$y=2x-3$；(2)$y=\frac{3}{1-x}$；

(3)$y=\sqrt{4-x}$；(4)$y=\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$.

解析：当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数；当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零；当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.

解：(1)全体实数；

(2)分母$1-x\neq 0$，即$x\neq 1$；

(3)被开方数$4-x\geqslant 0$，即$x\leqslant 4$；

(4)由题意得$\begin{cases}x-1\geqslant 0,\\x-2\neq 0,\end{cases}$解得$x\geqslant 1$且$x\neq 2$.

方法总结：本题考查了函数自变量的取值范围：有分母的要满足分母不能为0，有根号的要满足被开方数为非负数.

【类型二】 **<u>确定实际问题中函数解析式的取值范围</u>**

例6 水箱内原有水200升，7：30打开水龙头，以2升/分的速度放水，设经t分钟时，水箱内存水y升.

(1)求y关于t的函数关系式和自变量的取值范围；

(2)7：55时，水箱内还有多少水？

(3)几点几分水箱内的水恰好放完？

解析：(1)根据水箱内还有的水等于原有水减去放掉的水列式整理即可，再根据剩余水量不小于0列不等式求出t的取值范围；(2)当7：55时，$t=55-30=25$(分钟)，将$t=25$分钟代入(1)中的关系式即可；(3)令$y=0$，求出t的值即可.

解：(1)∵水箱内存有的水＝原有水－放掉的水，∴$y=200-2t$.∵$y\geqslant 0$，∴$200-2t\geqslant 0$，解得$t\leqslant 100$，∴$0\leqslant t\leqslant 100$，∴$y$关于$t$的函数关系式为$y=200-2t(0\leqslant t\leqslant 100)$；

(2)∵7：55－7：30＝25(分钟)，∴当$t=25$分钟时，$y=200-2t=200-50=150$(升)，∴7：55时，水箱内还有水150升；

(3)当$y=0$时，$200-2t=0$，解得$t=100$，而100分钟＝1小时40分钟，7点30分＋1小时40分钟＝9点10分，故9点10分水箱内的水恰好放完.

三、板书设计

1．函数的概念

2．函数自变量的取值范围

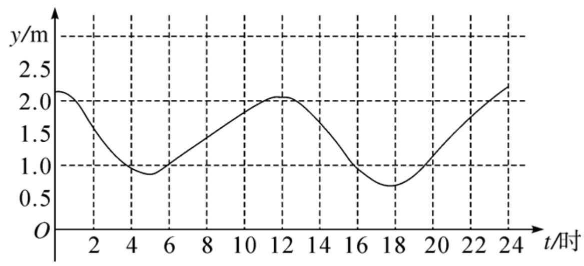
使函数有意义的自变量取值的全体，叫做函数自变量的取值范围．

3．函数值

第3课时　函数的图象

一、情境导入

在太阳和月球引力的影响下，海水定时涨落的现象称为潮汐．如图是我国某港某天0时到24时的实时潮汐图．



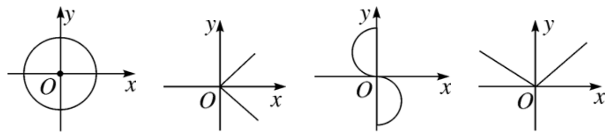
图中的平滑曲线，如实记录了当天每一时刻的潮位，揭示了这一天里潮位y(m)与时间t(h)之间的函数关系．本节课我们就研究函数图象．

二、合作探究

探究点一：函数的图象

【类型一】 函数图象的意义

例1 下列各图给出了变量x与y之间的对应关系，其中y是x的函数的是(　　)



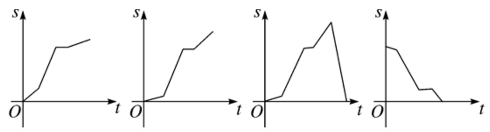
A　　B　　C　　D

解析：∵对于x的每一个取值，y都有唯一确定的值，选项A对于x的每一个取值，y都有两个值，故A错误；选项B对于x的每一个取值，y都有两个值，故B错误；选项C对于x的每一个取值，y都有两个值，故C错误；选项D对于x的每一个取值，y都有唯一确定的值，故D正确．故选D.

方法总结：对于函数概念的理解：①有两个变量；②一个变量的数值随着另一个变量的数值的变化而发生变化；③对于自变量的每一个确定的值，函数值有且只有一个值与之对应．

【类型二】 判断函数的大致图象

例2 3月20日，小彬全家开车前往铜梁看油菜花，车刚离开家时，由于车流量大，行进非常缓慢，十几分钟后，汽车终于行驶在高速公路上，大约三十分钟后，汽车顺利到达铜梁收费站，停车交费后，汽车驶入通畅的城市道路，二十多分钟后顺利到达了油菜花基地，在以上描述中，汽车行驶的路程s(千米)与所经历的时间t(分钟)之间的大致函数图象是(　　)

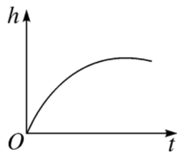


A　　B　　C　　D

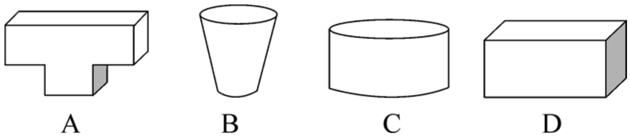
解析：行进缓慢，路程增加较慢；在高速路上行驶，路程迅速增加；停车交费，路程不变；驶入通畅的城市道路，路程增加但增加的比高速路上慢，故B符合题意．故选B.

方法总结：此类题目，理解题意是解题关键，根据题干中提供的信息，及生活实际判断图象各阶段的变化情况和特征．

【类型三】 由函数图象判断容器的形状



例3 下雨时在室外放置一个无盖的容器，如果雨水均匀地落入容器，容器水面高度 h 与时间 t 的函数图象如图所示，那么这个容器的形状可能是(　　)



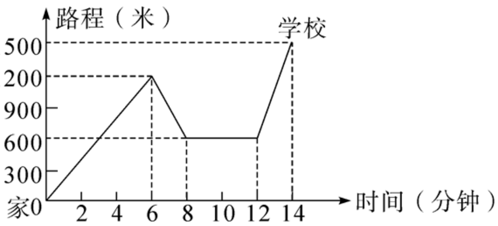
解析：根据图象可以得到，杯中水的高度 h 随注水时间 t 的增大而增大，而增加的速度越来越小．则杯子应该是越向上开口越大．故杯子的形状可能是 B.故选 B.

方法总结：解决此类问题，要在读懂题意的前提下，结合图象分析问题，并注意一些细节的描述，如在某段时间内的函数值的增减情况、变化趋势等．

探究点二：函数图象的应用

【类型一】 从函数图象上获取信息

例4 小明骑单车上学，当他骑了一段时，想起要买某本书，于是又折回到刚经过的新华书店，买到书后继续去学校，以下是他本次所用的时间与路程的关系示意图．根据图中提供的信息回答下列问题：



(1)小明家到学校的路程是多少米？

(2)小明在书店停留了多少分钟？

(3)本次上学途中，小明一共行驶了多少米？一共用了多少分钟？

(4)我们认为骑单车的速度超过 300 米/分就超越了安全限度．问：在整个上学的途中哪个时间段小明骑车速度最快，速度在安全限度内吗？

解析：根据图象进行分析即可．

解：(1)根据图象，学校的纵坐标为 1500，小明家的纵坐标为 0，故小明家到学校的路程是 1500 米；

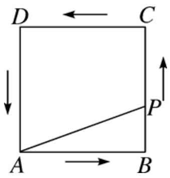
(2)根据题意，小明在书店停留的时间为从 8 分钟到 12 分钟，故小明在书店停留了 4 分钟；

(3)一共行驶的总路程为 $1200+(1200-600)+(1500-600)=1200+600+900=2700$(米)；共用了 14 分钟；

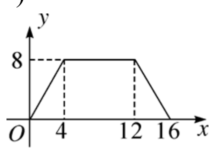
(4)由图象可知：0～6 分钟时，平均速度为 $\frac{1200}{6}=200$(米/分)；6～8 分钟时，平均速度为 $\frac{1200-600}{8-6}=300$(米/分)；12～14 分钟时，平均速度为 $\frac{1500-600}{14-12}=450$(米/分)．所以，12～14 分钟时小明骑车速度最快，不在安全限度内．

方法总结：解读图象反映的信息，关键是理解横轴和纵轴表示的实际意义，解决问题的过程中体现了数形结合思想．

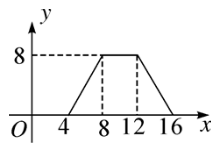
【类型二】 动点问题的函数图象



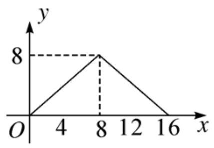
例5 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为4，P 为正方形边上一动点，运动路线是 $A\to B\to C\to D\to A$，设 P 点经过的路程为 x，以点 A，P，B 为顶点的三角形的面积是 y，则下列图象能大致反应 y 与 x 的函数关系的是(　　)



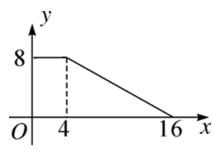
A



B



C



D

解析：当点 P 由点 A 向点 B 运动，即 $0\leqslant x\leqslant 4$ 时，y 的值为0；当点 P 在 BC 上运动，即 $4<x\leqslant 8$ 时，y 随着 x 的增大而增大；当点 P 在 CD 上运动，即 $8<x\leqslant 12$ 时，y 不变；当点 P 在 DA 上运动，即 $12<x\leqslant 16$ 时，y 随 x 的增大而减小．故选B.

方法总结：解决动点问题的函数图象问题关键是发现 y 随 x 的变化而变化的趋势.

三、板书设计

1．函数图象的意义

2．函数图象的应用

第4课时　函数的表示方法

一、情境导入

问题：(1)某人上班由于担心迟到所以一开始就跑，等跑累了再走完余下的路程，可以把此人距单位的距离看成是关于出发时间的函数，想一想我们用怎样的方法才能更好的表示这一函数呢？

(2)生活中我们经常遇到银行利率、列车时刻、国民生产总值等问题，想一想，这些问题在实际生活中又是如何表示的？

二、合作探究

探究点一：函数的表示方法

【类型一】 用列表法表示函数关系

例1 有一根弹簧原长10厘米，挂重物后(不超过50克)，它的长度会改变，请根据下面表格中的一些数据回答下列问题：

质量(克)	1	2	3	4	…
伸长量(厘米)	0.5	1	1.5	2	…
总长度(厘米)	10.5	11	11.5	12	…

(1)要想使弹簧伸长5厘米，应挂重物多少克？

(2)当所挂重物为 x 克时，用 h 厘米表示总长度，请写出此时弹簧的总长度的函数表达式.

(3)当弹簧的总长度为25厘米时，求此时所挂重物的质量为多少克.

解析：(1)根据挂重物每克伸长0.5厘米，要伸长5厘米，可得答案；(2)根据挂重物与弹簧伸长的关系，

可得函数解析式；(3)根据函数值，可得所挂重物质量．

解：(1)$5\div0.5\times1=10$(克)，

答：要想使弹簧伸长5厘米，应挂重物10克；

(2)函数的表达式：$h=10+0.5x(0\leqslant x\leqslant50)$；

(3)当$h=25$时，$25=10+0.5x$，$x=30$，

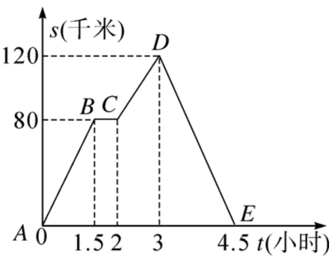
答：当弹簧的总长度为25厘米时，此时所挂重物的质量为30克．

方法总结：列表法的优点是不需要计算就可以直接看出与自变量的值相对应的函数值，简洁明了．列表法在实际生产和生活中也有广泛应用．如成绩表、银行的利率表等．

【类型二】 用图象法表示函数关系

例2 如图描述了一辆汽车在某一直路上的行驶过程，汽车离出发地的距离s(千米)和行驶时间t(小时)之间的关系，请根据图象回答下列问题：

(1)汽车共行驶的路程是多少？



(2)汽车在行驶途中停留了多长时间？

(3)汽车在每个行驶过程中的速度分别是多少？

(4)汽车到达离出发地最远的地方后返回，则返回用了多长时间？

解析：根据图象解答即可．

解：(1)由纵坐标看出汽车最远行驶路程是120千米，往返共行驶的路程是$120\times2=240$(千米)；

(2)由横坐标看出$2-1.5=0.5$(小时)，故汽车在行驶途中停留了0.5小时；

(3)由纵坐标看出汽车到达B点时的路程是80千米，由横坐标看出到达B点所用的时间是1.5小时，由此算出平均速度$80\div1.5=\frac{160}{3}$(千米/时)；由纵坐标看出汽车从B到C没动，此时速度为0千米/时；由横坐标看出汽车从C到D用时$3-2=1$(小时)，从纵坐标看出行驶了$120-80=40$(千米)，故此时的平均速度为$40\div1=40$(千米/时)；由纵坐标看出汽车返回的路程是120千米，由横坐标看出用时$4.5-3=1.5$(小时)，由此算出平均速度$120\div1.5=80$(千米/时)；

(4)由横坐标看出$4.5-3=1.5$小时，返回用了1.5小时．

方法总结：图象法的优点是直观形象地表示自变量与相应的函数值变化的趋势，有利于我们通过图象来研究函数的性质．图象法在生产和生活中有许多应用，如企业生产图，股票指数走势图等．

【类型三】 用解析式法表示函数关系

例3 一辆汽车油箱内有油48升，从某地出发，每行1千米，耗油0.6升，如果设剩余油量为y(升)，行驶路程为x(千米)．

(1)写出y与x的关系式；

(2)这辆汽车行驶35千米时，剩油多少升？汽车剩油12升时，行驶了多千米？

(3)这辆车在中途不加油的情况下最远能行驶多少千米？

解析：(1)根据总油量减去用油量等于剩余油量，可得函数解析式；(2)根据自变量，可得相应的函数值，根据函数值，可得相应自变量的值；(3)令$y=0$，求出x即可．

解：(1)$y=-0.6x+48$；

(2)当$x=35$时，$y=48-0.6\times35=27$，∴这辆车行驶35千米时，剩油27升；当$y=12$时，$48-0.6x=12$，解得$x=60$，∴汽车剩油12升时，行驶了60千米；

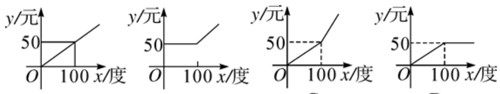
(3)令 $y=0$，$-0.6x+48=0$，解得 $x=80$，即这辆车在中途不加油的情况下最远能行驶 80km.

方法总结：解析式法有两个优点：一是简明、精确地概括了变量间的关系；二是可以通过解析式求出任意一个自变量的值所对应的函数值.

探究点二：函数表示方法的综合运用

【类型一】 分段函数及其表示

例4 为了节能减排，鼓励居民节约用电，某市将出台新的居民用电收费标准：(1)若每户居民每月用电量不超过 100 度，则按 0.50 元/度计算；(2)若每户居民每月用电量超过 100 度，则超过部分按 0.80 元/度计算(未超过部分仍按每度电 0.50 元计算)．现假设某户居民某月用电量是 x(单位：度)，电费为 y(单位：元)，则 y 与 x 的函数关系用图象表示正确的是(　　)



A　B　C　D

解析：根据题意，当 $0\leqslant x\leqslant 100$ 时，$y=0.5x$；当 $x>100$ 时，$y=100\times 0.5+0.8(x-100)=50+0.8x-80=0.8x-30$，所以，$y$ 与 x 的函数关系为 $y=\begin{cases}0.5x\ (0\leqslant x\leqslant 100)\\0.8x-30\ (x>100)\end{cases}$，纵观各选项，只有 C 选项图形符合．故选 C.

方法总结：根据图象读取信息时，要把握住以下三个方面：①横、纵轴的意义，以及横、纵轴分别表示的量；②要求关于某个具体点，向横、纵轴作垂线来求得该点的坐标；③在实际问题中，要注意图象与 x 轴、y 轴交点坐标代表的具体意义.

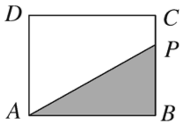
【类型二】 函数与图形面积的综合运用

例5 如图①所示，矩形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 B 出发，沿 BC、CD、DA 运动至点 A 停止，设点 P 运动的路程为 x，$\triangle ABP$ 的面积为 y，y 关于 x 的函数图象如图②所示.

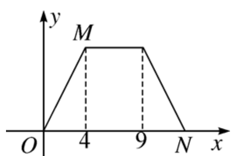
(1)求矩形 $ABCD$ 的面积；

(2)求点 M、点 N 的坐标；

(3)如果$\triangle ABP$ 的面积为矩形 $ABCD$ 面积的$\frac{1}{5}$，求满足条件的 x 的值.



图①



图②

解析：(1)点 P 从点 B 运动到点 C 的过程中，运动路程为 4 时，面积发生了变化且面积达到最大，说明 BC 的长为 4；当点 P 在 CD 上运动时，$\triangle ABP$ 的面积保持不变，就是矩形 $ABCD$ 面积的一半，并且运动路程由 4 到 9，说明 CD 的长为 5.然后求出矩形的面积；(2)利用(1)中所求可得当点 P 运动到点 C 时，$\triangle ABP$ 的面积为 10，进而得出 M 点坐标，利用 AD，BC，CD 的长得出 N 点坐标；(3)分点 P 在 BC、CD、AD 上时，分别求出点 P 到 AB 的距离，然后根据三角形的面积公式列式即可求出 y 关于 x 的函数关系式，进而求出 x 即可.

解：(1)结合图形可知，P 点在 BC 上，$\triangle ABP$ 的面积为 y 增大，当 x 在 4～9 之间，$\triangle ABP$ 的面积不变，得出 $BC=4$，$CD=5$，$\therefore$矩形 $ABCD$ 的面积为 $4\times 5=20$；

(2)由(1)得当点 P 运动到点 C 时，$\triangle ABP$ 的面积为 10，则点 M 的纵坐标为 10，故点 M 坐标为(4，10)．$\because BC=AD=4$，$CD=5$，$\therefore NO=13$，故点 N 的坐标为(13，0)；

(3)当$\triangle ABP$ 的面积为矩形 $ABCD$ 面积的$\frac{1}{5}$，则$\triangle ABP$ 的面积为 $20\times\frac{1}{5}=4$.

①点 P 在 BC 上时，$0\leqslant x\leqslant 4$，点 P 到 AB 的距离为 PB 的长度 x，$y=\frac{1}{2}AB\cdot PB=\frac{1}{2}\times 5x=\frac{5x}{2}$，令 $\frac{5x}{2}=4$，解得 $x=1.6$；

②点 P 在 CD 上时，$4\leqslant x\leqslant 9$，点 P 到 AB 的距离为 BC 的长度 4，$y=\frac{1}{2}AB\cdot PB=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$(不合题意，舍去)；

③点 P 在 AD 上时，$9\leqslant x\leqslant 13$ 时，点 P 到 AB 的距离为 PA 的长度 $13-x$，$y=\frac{1}{2}AB\cdot PA=\frac{1}{2}\times 5\times(13-x)=\frac{5}{2}(13-x)$，令 $\frac{5}{2}(13-x)=4$，解得 $x=11.4$，

综上所述，满足条件的 x 的值为 1.6 或 11.4.

方法总结：函数图象与图形面积是运用数形结合思想的典型问题，图象应用信息广泛，通过看图获取信息，不仅可以解决生活中的实际问题，还可以提高分析问题、解决问题的能力．用图象解决问题时，要理清图象的含义．

三、板书设计

1．函数的三种表示方法

(1)列表法；

(2)图象法；

(3)解析式法．

2．函数表示方法的综合运用

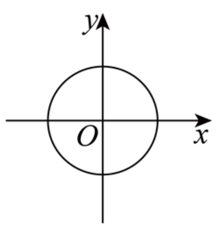
六、【教学成果自我检测】

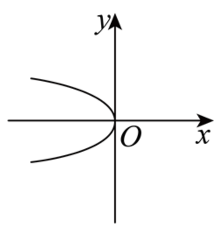
1．课前预习

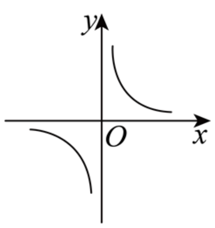
设计意图：落实与理解教材要求的基本教学内容.

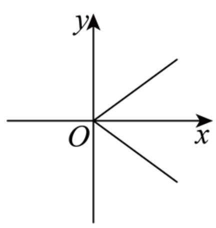
一、单选题

1．（23-24 八年级下·北京通州·期中）如图所示的图象分别给出了 x 与 y 的对应关系，其中能表示 y 是 x 的函数的是(   )

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

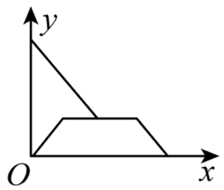
【分析】本题考查函数的概念与图象，根据函数的定义判断即可.

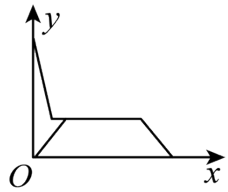
【详解】解：∵C 图象中对于每一个x的值，y都有唯一确定的值与之对应，符合函数的定义；而 A、B、D 图象中对于每一个x的值，并非y都有唯一确定的值与之对应，不符合函数的定义；

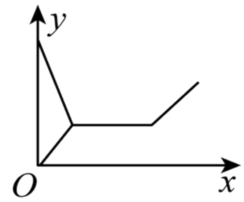
∴C 符合题意，A、B、D 不符合题意．

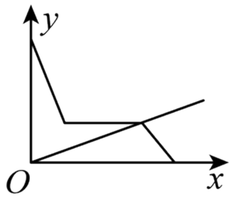
故选：C．

2．（23-24 八年级下·河北邢台·阶段练习）小明根据邻居家的故事写了一首小诗："儿子学成今日返，老父早早到车站，儿子到后细端详，父子高兴把家还．"如果用纵轴y表示父亲与儿子行进中离家的距离，用横轴x表示父亲离家的时间，那么下面的图象与上述诗的含义大致吻合的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【答案】A

【分析】本题考查函数图像，能根据题目中的语句得到父亲与儿子离家距离的变化过程是解答本题的关键．

【详解】解：根据题意可知父亲离家的距离在这个过程中分为3段，先远离后不变最后到家，并且先到达车站；儿子离家的路程也分为3段，先离家越来越近，再停止，最后到家．

故选 A．

3．（22-23 八年级下·河北廊坊·期末）下图是淇淇在超市购买羊排的销售标签，则在单价、重量、总价的关系中，常量是（　　）

A．单价 96 元/千克　　B．重量 0.5 千克　　C．总价 48 元　D．三个都是常量

【答案】A

【分析】根据常量的意义：保持不变的量称为常量，在这里，单价是常量，其它两个量是一个量随另一个量的变化而变化的，由此即可解答．

【详解】解：由于重量与总价是一个量随另一个量的变化而变化的，只有单价是不变的，所以单价 96 元/千克是常量.

故选：A.

【点睛】本题考查了常量与变量，理解常量与变量的含义是关键.

4．（23-24 八年级下·山西晋城·阶段练习）某校八年级（4）班用 150 元购买了某品牌乒乓球 y 个，该品牌乒乓球的单价是 x 元/个，其函数关系式为 $y=\frac{150}{x}$，在这个问题中，变量是（　）

A．150，x　　B．150，y　　C．x，y　　D．$\frac{150}{x}$，y

【答案】C

【分析】本题是关于函数的基础题．根据题目中的数量关系与自变量、因变量的定义即可求解.

【详解】解：函数关系式为 $y=\frac{150}{x}$，在这个问题中，变量是 x，y.

故选：C.

5．（23-24 八年级下·全国·假期作业）已知弹簧的长度 y cm 与所挂物体的质量 x kg 之间有如下关系，则（　　）

x/kg	0	1	2	3	4	5
y/cm	6	6.5	7	7.5	8	8

A．y 随 x 的增大而增大　　B．质量每增加 1kg，弹簧的长度增加 0.5cm

C．不挂物体时，弹簧的长度为 6cm　　D．质量为 6kg 时，弹簧的长度为 8.5cm

【答案】C

【解析】略

6．（21-22 八年级下·广西桂林·期末）若等腰三角形的周长为 $20cm$，底边长为 xcm，一腰长为 ycm，则 y 与 x 之间的函数表达式正确的是（　）

A．$y=20-x$　　B．$y=\frac{40}{x}$　　C．$y=10-x$　　D．$y=10-\frac{1}{2}x$

【答案】D

【分析】本题主要考查了函数表达式，腰三角形的性质，根据等腰三角形的两腰相等，结合三角形的周长公式即可求解.

【详解】解：等腰三角形的周长为：$x+2y=20$，

$\therefore y=\frac{1}{2}(20-x)$，

即 $y=10-\frac{1}{2}x$，

故选：D.

7. （22-23 八年级下·河北保定·期末）小明从A 地到 B 地（两地相距 40 千米）的骑车速度为 10 千米/小时，则小明离 B 地的距离 y（千米）与骑车时间 x（小时）之间的函数解析式（不写自变量的取值范围）为（　）

A． $y=10x$　　B． $y=10x-40$　　C． $y=40-10x$　　D． $y=40-x$

【答案】C

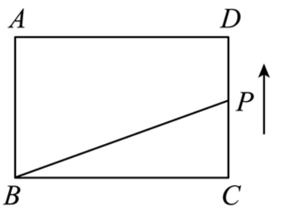
【分析】根据题意，结合路程=速度×时间列方程即可得到答案.

【详解】解：由题意可得 $y=40-10x$，

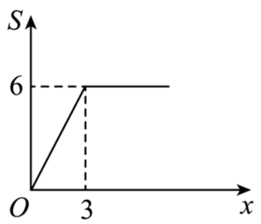
故选：C.

【点睛】本题考查利用函数的表示解实际问题，读懂题意，准确利用表达式表示函数关系是解决问题的关键.

8. （22-23 八年级下·河北秦皇岛·期末）如图（1）在矩形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 C 出发，沿路线 $C\to D\to A$ 作匀速运动，图（2）是此运动过程中，VPBC 的面积 S 与点 P 运动的路程 x 之间的函数图象的一部分，则 $BC+CD$ 的长为（　）



图(1)



图(2)

A．5　　B．6　　C．7　　D．12

【答案】C

【分析】由图（2）可知，当 $x=3$ 时，点 P 由点 C 到达点 D，此时VPBC 的面积 S 取最大值，根据面积公式即可求出 BC 的长.

【详解】解：由图（2）可知，当 $x=3$ 时，点 P 由点 C 到达点 D，VPBC 的面积 S 取最大值 6，

$\therefore CD=3$，

$\therefore \frac{1}{2}BC\cdot CD=6$，

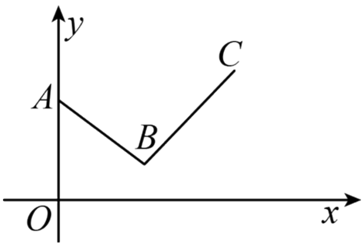
$\therefore BC=4$，

$\therefore BC+CD=4+3=7$.

故选：C

【点睛】此题主要考查了动点问题的函数图象，解题的关键是利用函数图象得到当$x=3$时，VPBC 的面积 S 取最大值 6.

9. （22-23 八年级下·福建厦门·期中）如图，某个函数的图象由线段 AB 和 BC 组成．其中点 $A(0,2)$，$B\left(\frac{3}{2},1\right)$，$C(4,3)$，则此函数的最小值是（　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】A

【分析】观察函数图象可知 B 为最低点，由点 B 的坐标可确定出函数的最小值．

【详解】解：由图象可以看出，B 点为最低点，B 点的函数值最小，

$\therefore B$ 点的纵坐标即是最小的函数值，为 1.

故选 A.

【点睛】本题考查函数图象，掌握函数图象的最低点的纵坐标即是最小的函数值是解题关键．

10. （23-24 八年级下·福建福州·期中）下列各关系式中，y 不是 x 的函数的是（　）

A．$|y|=x$　　B．$y=-\frac{1}{2}x$

C．$y=3x+1$　　D．$y=\frac{6}{x}$

【答案】A

【分析】本题考查了函数概念：对于自变量 x 的每一个取值，都有唯一 y 的值与之对应，此时称 y 是 x 的函数；根据函数概念逐一进行判断即可．

【详解】解：对于$|y|=x$，当$x=1$时，则$y=\pm1$，表明对于 x 的一个取值，y 的取值不唯一，故 y 不是 x 的函数；

对于$y=-\frac{1}{2}x$、$y=3x+1$、$y=\frac{6}{x}$，在使得代数式有意义的自变量取值范围内，对于任意 x 的每一个取值，都有唯一 y 的值与之对应，故 y 是 x 的函数；

故选：A.

二、填空题

11．（22-23 八年级下·新疆阿克苏·期末）当 $x=$______时，函数 $y=3x-4$ 与函数 $y=-2x+1$ 有相同的函数值．

【答案】1

【分析】本题考查了两直线相交或平行问题：两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解；若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同．根据两直线相交的问题得到 $3x-4=-2x+1$，然后解方程即可．

【详解】解：根据题意得 $3x-4=-2x+1$

解得 $x=1$，

即 $x=1$ 时，函数 $y=3x-4$ 与函数 $y=-2x+1$ 有相同的函数值．

故答案为：1．

12．（23-24 八年级下·河南南阳·阶段练习）在函数 $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是________．

【答案】$x\neq 3$

【分析】本题考查的是函数自变量的取值范围的确定．根据分式有意义，分母不为零列出不等式，解不等式得到答案．

【详解】解：由题意得：$x-3\neq 0$，

解得：$x\neq 3$，

故答案为：$x\neq 3$．

13．（22-23 八年级·全国·假期作业）设有两个变量 x，y，如果对于 x 的________的值，y 都有________的值，那么就说 y 是 x 的函数，x 叫做________，表示函数的三种方法是________、________、________．

【答案】 每一个确定 唯一确定 自变量 列表法 解析式法 图象法

【分析】直接根据函数的定义和表示法解答即可．

【详解】如果对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值，那么就说 y 是 x 的函数，x 叫做自变量，表示函数的三种方法是列表法、解析式法、图象法．

故答案为：每一个确定，唯一确定，自变量，列表法，解析式法，图象法．

【点睛】本题主要考查了函数的概念，熟练掌握函数的概念和函数的三种表示法是解答本题的关键．

2．课堂检测

设计意图：例题变式练.

一、单选题

1．（23-24八年级下·河北唐山·期中）下列说法正确的是（　）

A．在圆的面积公式$S=\pi r^2$中，常量是π、r，变量是S

B．加工100个零件，工作效率p与时间t之间的关系式是$100=pt$，p、t都是变量

C．以固定的速度v_0向上抛一个小球，小球的高度$h(\mathrm{m})$与小球运动的时间t（s）之间的关系式是

$h=v_0t-4.9t^2$，常量是4.9，变量是h、t

D．在匀速运动公式$S=vt$中，常量是t，变量是S、v

【答案】B

【分析】本题考查了常量与变量的知识，根据在一个变化的过程中，数值发生变化的量称为变量；数值始终不变的量称为常量，即可答题．

【详解】A. 在圆的面积公式$S=\pi r^2$中，常量是π，变量是S、r，故该选项不正确，不符合题意；

B. 加工100个零件，工作效率p与时间t之间的关系式是$100=pt$，p、t都是变量，故该选项正确，符合题意；

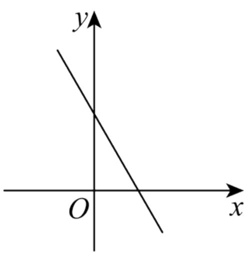
C. 以固定的速度v_0向上抛一个小球，小球的高度$h(\mathrm{m})$与小球运动的时间t（s）之间的关系式是

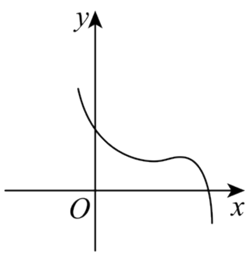
$h=v_0t-4.9t^2$，常量是-4.9，变量是h、t，故该选项不正确，不符合题意；

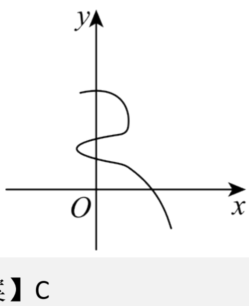
D. 在匀速运动公式$S=vt$中，常量是v，变量是S、t，故该选项不正确，不符合题意；

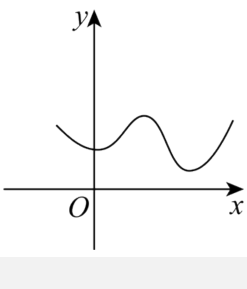
故选：B．

2．（23-24八年级下·福建福州·期中）下列各曲线不能表示y是x的函数的是（　）

A．

B．

C．

D．

【答案】C

【分析】本题考查了函数的概念理解，熟悉掌握函数值是一一对应的知识点是解题的关键．