2024年广东省东莞市虎门外语学校中考一模数学试题

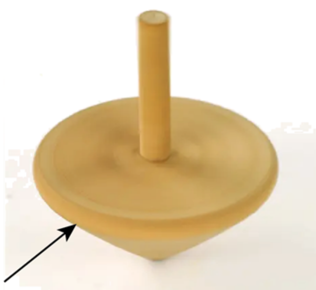
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

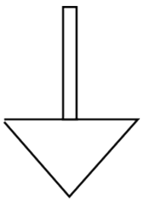
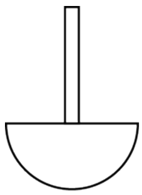
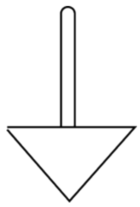
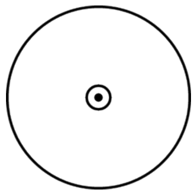
1．-2025的绝对值是（　　）

A．2025　　B．$-\dfrac{1}{2025}$　　C．-2025　　D．$\dfrac{1}{2025}$

2．如图，原木旋转陀螺是一种传统益智玩具，是圆锥与圆柱的组合体，则它的俯视图是（　）



主视方向

A．　B．　C．　D．

3．下列运算正确的是（　）

A．$\left(-2a^{3}b\right)^{2}=4a^{5}b^{2}$　　B．$a^{8}\div a^{4}=a^{2}$

C．$\left(a-b\right)^{2}=a^{2}-b^{2}$　　D．$2a^{2}b-a^{2}b=a^{2}b$

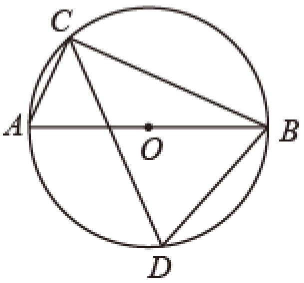
4．已知点$A(1,a)$、点$B(b,2)$关于原点对称，则$a+b$的值为（　）

A．3　　B．-3　　C．-1　　D．1

5．“孔子周游列国”是流传很广的故事．有一次他和学生到离他们住的驿站30里的书院参观，学生步行出发1小时后，孔子坐牛车出发，牛车的速度是步行的1.5倍，孔子和学生们同时到达书院，设学生步行的速度为每小时x里，则可列方程为（　）

A．$\dfrac{30}{x}=\dfrac{30}{1.5x}+1$　　B．$\dfrac{30}{x}=\dfrac{30}{1.5x+1}$　　C．$\dfrac{30}{x}=\dfrac{30}{1.5x}-1$　　D．$\dfrac{30}{x}=\dfrac{30}{1.5x-1}$

6．如图，C，D是$\odot O$上直径AB两侧的两点．设$\angle ABC=25°$，则$\angle BDC=$（　）



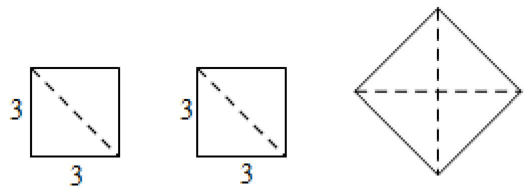
A．85°　　B．75°　　C．70°　　D．65°

7．有6张完全相同的卡片，每张卡片的正面都写有一种常见的生活现象，将所有卡片背面朝上，从中任意抽出一张，抽到的“生活现象”只有物理变化的概率是（　　）

水结成冰	食物发霉	灯泡发光	铁块生锈	火柴燃烧	光合作用

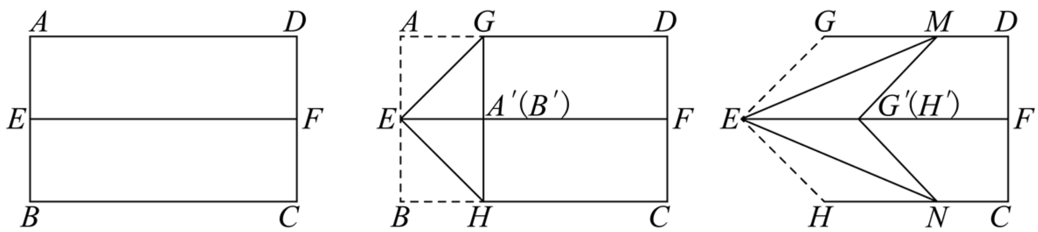
A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

8．如图，用边长为3的两个小正方形拼成一个大正方形，则大正方形的边长最接近的整数是（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

9．王同学用长方形纸片折纸飞机，前三步分别如图①、②、③．第一步：将长方形纸片沿对称轴对折后展开，折出折痕EF；第二步：将$\triangle AEG$和$\triangle BEH$分别沿EG，EH翻折，AE,BE重合于折痕EF上；第三步：将$\triangle GEM$和$\triangle HEN$分别沿EM，EN翻折，EG，EH重合于折痕EF上．已知$AB=20\text{cm}$，$AD=20\sqrt{2}cm$，则MD的长是（　　）

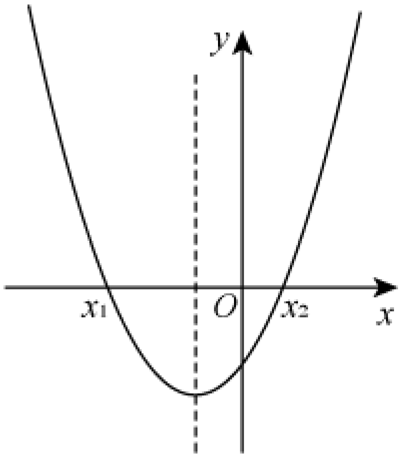


图①　　图②　　图③

A．10cm　　B．$5\sqrt{2}\text{cm}$　　C．$\left(20-10\sqrt{2}\right)\text{cm}$　　D．$\left(10\sqrt{2}-10\right)\text{cm}$

10．如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的顶点坐标为$(-1, m)$，图象与 x 轴的两个交点的横坐标分别为 x_1，x_2，且$-3<x_1<-1$．下列结论：

①$abc<0$； ②$4ac-b^2<0$；③$3a+c>0$；④$ax^2+m=1-bx-c$ 无实数根．其中正确的有（　）



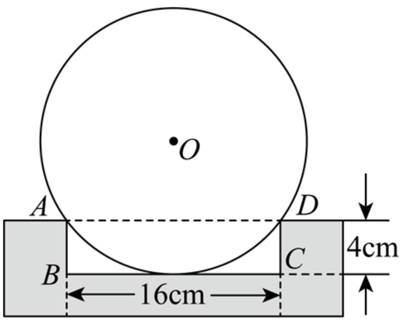
A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

二、填空题

11．马拉松长跑是国际上非常普及的长跑比赛项目，全程距离约 42200 米，将数字 42200 用科学记数法表示为_________．

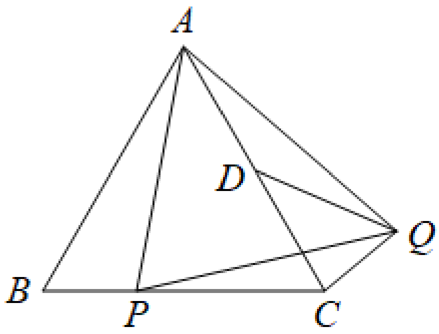
12．分解因式：$3x^2-12y^2=$_____．

13．如图是一个圆形餐盘的正面及其固定支架的截面图，凹槽 $ABCD$ 是矩形．当餐盘正立且紧靠支架于点 A，D 时，恰好与 BC 边相切，则此餐盘的半径等于_______cm．



14．对于实数 m，n，先定义一种断运算“$\otimes$”如下：$m\otimes n=\begin{cases}m^2+m+n, & 当m\geq n时\\ n^2+m+n, & 当m<n时\end{cases}$，若 $x\otimes(-2)=10$，则实数 x 的值为___．

15．如图，在等边$\triangle ABC$中，$AB=6$，点P是边BC上的动点，将$\triangle ABP$绕点A逆时针旋转60°得到$\triangle ACQ$，点D是AC边的中点，连接DQ，则DQ的最小值是______.

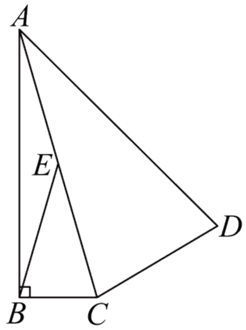


三、解答题

16．计算：$\sqrt{12}-2\cos 30^\circ+(\sqrt{3}-1)^0-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

17．解不等式组$\begin{cases}5+3x<13\\ \frac{x+2}{3}-\frac{x-1}{2}\le 2\end{cases}$，并写出它的负整数解.

18．如图，在四边形$ABCD$中，$\angle ABC=90^\circ$，点E是AC的中点，且$AC=AD$.

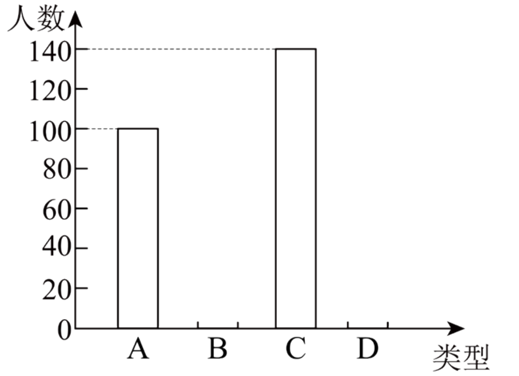


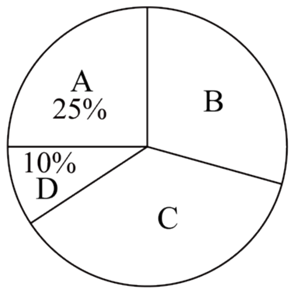
(1)尺规作图：作$\angle CAD$的平分线AF，交CD于点F，连接EF，BF（保留作图痕迹，不写作法）；

(2)判断$\angle EBF$和$\angle EFB$的关系，并说明理由.

19．为进一步提高课后服务质量，将"双减"政策落地，某校利用课外活动时间开设了"A．园艺、B．厨艺、C．木工、D．编织"四大类劳动课程．为了解八年级学生对每类课程的选择情况，随机抽取了八年级若干名学生进行调查（每人必选且只选一类最喜欢的课程），将调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图.

学生课程选择情况条形统计图　　　学生课程选择情况扇形统计图





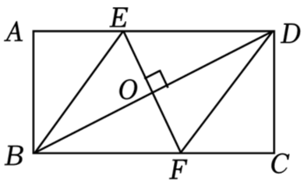
请根据统计图提供的信息，解答下列问题：

(1)随机抽样调查的样本容量是______，扇形统计图中“B”所对应的圆心角的度数为______°；

(2)补全条形统计图；

(3)若该校八年级共有800名学生，请估计该校八年级学生选择“厨艺”劳动课的人数．

20．如图，矩形$ABCD$中，过对角线BD的中点O作BD的垂线EF，分别交AD，BC于点E，F，连接BE、DF．



(1)求证：$\triangle BOF\cong\triangle DOE$；

(2)若$AB=4$，$AD=8$，求四边形$EBFD$的周长．

21．某种落地灯如图1所示，AB为立杆，其高为70cm，BC为支杆，它可绕点B旋转，其中BC长为50cm，DE为悬杆，支杆BC与悬杆DE之间的夹角$\angle BCD$为$60°$．

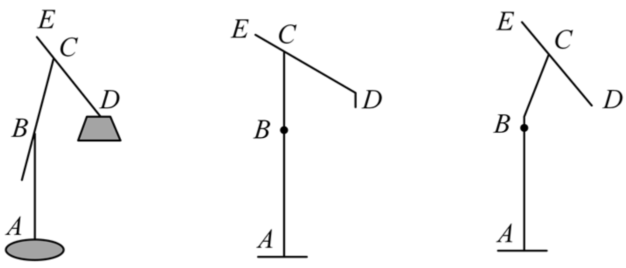


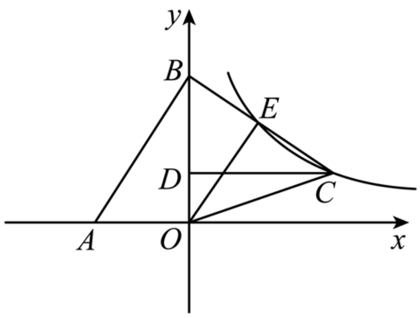
图1　　图2　　图3

(1)如图2，当支杆BC与地面垂直，且灯泡悬挂点D距离地面的高度为100cm，求CD的长；

(2)在图2所示的状态下，将支杆BC绕点B顺时针旋转$20°$，如图3，求此时灯泡悬挂点D

到地面的距离．（结果精确到1cm，参考数据：$\sin 20° \approx 0.34$，$\cos 20° \approx 0.94$，$\tan 20° \approx 0.36$，$\sin 40° \approx 0.64$，$\cos 40° \approx 0.77$，$\tan 40° \approx 0.84$）

22．如图，A、B 两点的坐标分别为$\left(-2,0\right)$，$\left(0,3\right)$，将线段 AB 绕点 B 逆时针旋转$90°$得到线段 BC，过点 C 作 $CD \perp OB$ 于点 D，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 C，交直线 BC 于 E．



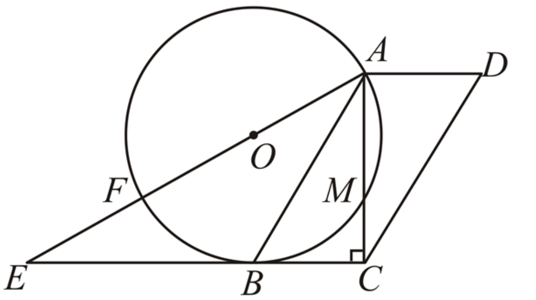
(1)求反比例函数解析式；

(2)求$\triangle OCE$的面积．

23．如图，在平行四边形 ABCD 中，∠D＝60°，对角线 AC⊥BC，⊙O 经过点 A，B，与 AC 交于点 M，连接 AO 并延长与⊙O 交于点 F，与 CB 的延长线交于点 E，AB＝EB．

（1）求证：EC 是⊙O 的切线；

（2）若 AD＝$2\sqrt{3}$，求 $\overset{\frown}{AM}$ 的长（结果保留 π）．



24．【问题情境】

“综合与实践”课上，老师提出如下问题：将图 1 中的矩形纸片沿对角线剪开，得到两个全等的三角形纸片，表示为$\triangle ABC$和$\triangle DFE$，其中$\angle ACB=\angle DEF=90°$，$\angle A=\angle D$，将$\triangle ABC$和$\triangle DFE$按图 2 所示方式摆放，其中点 B 与点 F 重合（标记为点 B）．当$\angle ABE=\angle A$时，延长 DE 交 AC 于点 G，试判断四边形 $BCGE$ 的形状，并说明理由．

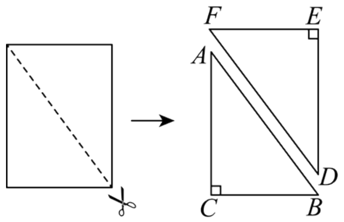


图1

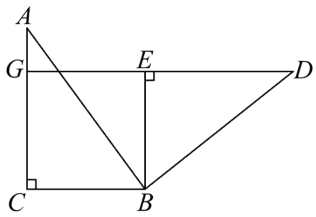


图2

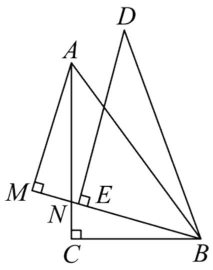


图3

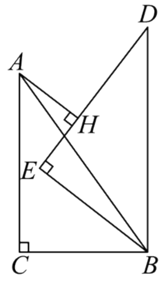


图4

【数学思考】（1）请你解答老师提出的问题；

【深入探究】（2）老师将图 2 中的$\triangle DBE$绕点 B 逆时针方向旋转，使点 E 落在$\triangle ABC$内部，并让同学们提出新的问题．

①甲组提出问题：如图 3，当$\angle ABE=\angle BAC$时，过点 A 作 $AM\perp BE$ 交 BE 的延长线于点 M，BM 与 AC 交于点 N．试猜想线段 AM 和 BE 的数量关系，并加以证明．请你解答此问题

②乙组提出问题：如图 4，当$\angle CBE=\angle BAC$时，过点 A 作 $AH\perp DE$ 于点 H，若 $BC=12$，$AC=16$，求 AH 的长．

25．如图 1：平面直角坐标系中，抛物线$y=ax^2+bx+\dfrac{9}{2}$与 x 轴交于点$A\left(-3\sqrt{3},0\right)$和点 B，与 y 轴交于点 C，点$\left(-\sqrt{3},6\right)$是抛物线上一点，

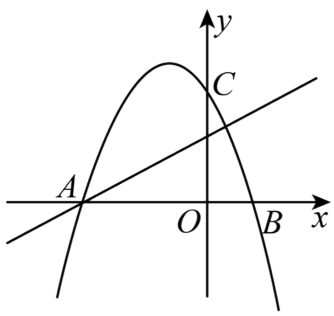


图1

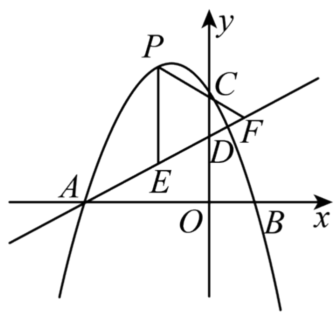


图2

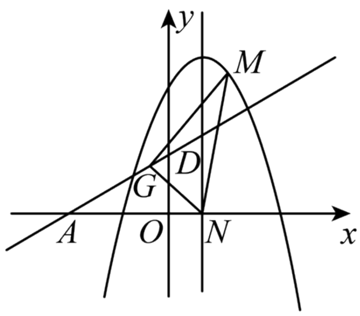


图1

(1)求抛物线表达式．

(2)如图 2，点$D\left(0,3\right)$是 y 轴上一点，连接AD，点 P 是直线AD上方抛物线上一个动点，过点 P 作$PE\parallel y$轴交直线AD于点 E，在射线ED上取一点 F，使得$PE=PF$，求$\triangle PEF$周长的最大值及此时点 P 的坐标．

(3)如图 3，将原抛物线$y=ax^2+bx+\dfrac{9}{2}$沿射线AD方向平移 4 个单位长度，平移后抛物线y_1的对称轴与 x 轴交于点 N，射线AD上有一点 G，连接GN，过点 G 作GN的垂线与抛物线y_1交于点 M，连接MN，若$\angle GMN=30^\circ$，请直接写出点 M 的坐标．

参考答案：

1．A

【分析】本题考查了绝对值的定义，根据绝对值的定义进行求解即可．

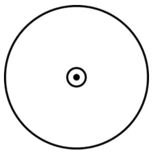
【详解】解：-2025的绝对值是2025，

故选：A．

2．D

【分析】根据从组合体正上方看到的平面图形即可得到答案．

【详解】解：由题意得组合体的俯视图是：



，

故选：D．

【点睛】此题考查了三视图，熟练掌握三视图的定义是解题的关键．

3．D

【分析】本题考查积的乘方、同底数幂的除法、完全平方公式．分别根据积的乘方运算法则，同底数幂的除法法则以及完全平方公式逐一判断即可．

【详解】解：A、$\left(-2a^3b\right)^2=4a^6b^2\neq 4a^5b^2$，本选项不符合题意；

B、$a^8\div a^4=a^4\neq a^2$，本选项不符合题意；

C、$\left(a-b\right)^2=a^2-2ab+b^2\neq a^2-b^2$，本选项不符合题意；

D、$2a^2b-a^2b=a^2b$，本选项符合题意；

故选：D．

4．B

【分析】由关于原点对称的两个点的坐标之间的关系直接得出a、b的值即可．

【详解】解：Q 点$A(1,a)$、点$B(b,2)$关于原点对称，

$\therefore a=-2$，$b=-1$，

$\therefore a+b=-3$．

故选：B．

【点睛】本题考查关于原点对称的点的坐标，关于原点对称的两个点，它们的横坐标互为相反数，纵坐标也互为相反数．

5．A

【分析】设学生步行的速度为每小时x里，则孔子做牛车的速度为每小时$1.5x$里，然后根据时间＝ 路程÷速度列出方程即可.

【详解】解：设学生步行的速度为每小时x里，则孔子做牛车的速度为每小时$1.5x$里，

由题意得，$\frac{30}{x}=\frac{30}{1.5x}+1$，

故选A.

【点睛】本题主要考查了从实际问题中抽象出分式方程，正确理解题意找到等量关系是解题的关键.

6．D

【分析】先利用直径所对的圆周角是直角得到$\angle ACB=90°$，从而求出$\angle BAC$，再利用同弧所对的圆周角相等即可求出$\angle BDC$.

【详解】解：∵C ，D是⊙O上直径AB两侧的两点，

∴$\angle ACB=90°$，

∵$\angle ABC=25°$，

∴$\angle BAC=90°-25°=65°$，

∴$\angle BDC=\angle BAC=65°$，

故选：D.

【点睛】本题考查了圆周角定理的推论，即直径所对的圆周角是90°和同弧或等弧所对的圆周角相等，解决本题的关键是牢记相关概念与推论，本题蕴含了属性结合的思想方法.

7．B

【分析】本题主要考查了概率公式求概率，解题的关键是掌握概率公式．根据概率公式求解即可.

【详解】解：Q 6张卡片中，属于物理变化的有水结成冰，灯泡发光两种，

∴从中任意抽出一张，抽到的“生活现象”只有物理变化的概率是$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

故选：B.

8．B

【分析】先利用正方形的面积公式求出大正方形的边长，再利用无理数的估算、实数的大小比较法则即可得.

【详解】解：大正方形的边长为$\sqrt{2\times3\times3}=\sqrt{18}$，

$\because 16<18<25$，

$\therefore \sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$，即$4<\sqrt{18}<5$，

又$\because 5-\sqrt{18}-(\sqrt{18}-4)=5-\sqrt{18}-\sqrt{18}+4$，

$=9-2\sqrt{18}$，

$=2\times\left(4.5-\sqrt{18}\right)$，

$=2\times\left(\sqrt{20.25}-\sqrt{18}\right)>0$，

$\therefore 5-\sqrt{18}>\sqrt{18}-4$，

$\therefore$与$\sqrt{18}$最接近的整数是4，

即大正方形的边长最接近的整数是4，

故选：B．

【点睛】本题考查了无理数的估算、实数的大小比较法则，熟练掌握实数的大小比较法则是解题关键.

9．D

【分析】根据第一、二步折叠易得四边形$AEA'G$为正方形，$AG=10\text{cm}$，以此得出$GD=(20\sqrt{2}-10)\text{cm}$，根据勾股定理求出$EG=10\sqrt{2}\text{cm}$，根据第三步折叠可得$\angle GEM=\angle G'EM$，进而得到$\angle GEM=\angle GME$，则$GE=GM$，于是$MD=GD-GM$，即可求解.

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$为矩形，$AB=20\text{cm}$，$AD=20\sqrt{2}\text{cm}$

$\therefore \angle A=90°$，

由第一步折叠可得，$AD \parallel EF$，$AE=BE=10\text{cm}$，

由第一步折叠可得，$AE=A'E=10\text{cm}$，$\angle EA'G=\angle A=90°$，

$\therefore AE \parallel AG$，

$\therefore$四边形$AEA'G$为平行四边形，

$\because AE=A'E$，$\angle A=90°$，

$\therefore$平行四边形$AEA'G$为正方形，

$\therefore AG=AE=10\text{cm}$，

$\therefore GD=AD-AG=\left(20\sqrt{2}-10\right)\text{cm}$，

在Rt△AEG中，$EG=\sqrt{AG^2+AE^2}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}\left(\text{cm}\right)$，

根据第三步折叠可得，$\angle GEM=\angle G'EM$，

$\because GD\,//\,EF$，

$\therefore \angle GME=\angle G'EM$，

$\therefore \angle GEM=\angle GME$，

$\therefore GE=GM=10\sqrt{2}\text{cm}$，

$\therefore MD=GD-GM=20\sqrt{2}-10-10\sqrt{2}=\left(10\sqrt{2}-10\right)\text{cm}$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查折叠的性质、矩形的性质、正方形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质，熟练掌握折叠的性质是解题关键.

10．B

【分析】根据抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标和增减性，以及二次函数与一元二次方程的关系逐个进行判断即可.

【详解】解：由图象知，a＞0，c＜0，b＞0，

∴abc＜0，故①正确；

∵图象与 x 轴的两个交点，

∴b^2-4ac＞0，

∴$4ac-b^2$＜0，故②正确；

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的顶点坐标为（﹣1，m），图象与 x 轴的两个交点的横坐标分别为 x_1，x_2，且﹣3＜x_1＜﹣1，

∴﹣1＜x_2＜1，$-\dfrac{b}{2a}$＝﹣1，

∴b＝$2a$，当 x＝1 是，y＞0，

∴$a+b+c$＞0，

∴$3a+c$＞0，故③正确；

一元二次方程 $ax^2+m=1-bx-c$ 可以看作函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=1-m$ 的交点，

当 $1-m<m$，即 $m>\dfrac{1}{2}$ 时，

由图象可知函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=1-m$ 没有交点，

此时一元二次方程 $ax^2+m=1-bx-c$ 无实数根；

当 $1-m=m$，即 $m=\frac{1}{2}$ 时，

由图象可知函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=1-m$ 有一个交点，

此时一元二次方程 $ax^2+m=1-bx-c$ 有两个相等的实数根；

当 $1-m>m$，即 $m<\frac{1}{2}$ 时，

由图象可知函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=1-m$ 有两个交点，

此时一元二次方程 $ax^2+m=1-bx-c$ 有两个不相等的实数根；

∴④错误；

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数的图象及性质；熟练掌握二次函数的图象及性质，能够从图象中获取信息进行准确的分析是解题的关键．

11．4.22×10^4

【分析】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数；确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值 ≥10 时，n 是正整数，当原数的绝对值 <1 时，n 是负整数．

【详解】解：将数字 42200 用科学记数法表示为 4.22×10^4，

故答案为：4.22×10^4．

12．$3(x+2y)(x-2y)$

【分析】直接提取公因式 3，再利用平方差公式分解因式即可．

【详解】解：$3x^2-12y^2$

$=3\left(x^2-4y^2\right)$

$=3(x+2y)(x-2y)$．

故答案为：$3(x+2y)(x-2y)$．

【点睛】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确运用公式法分解因式是解题关键．

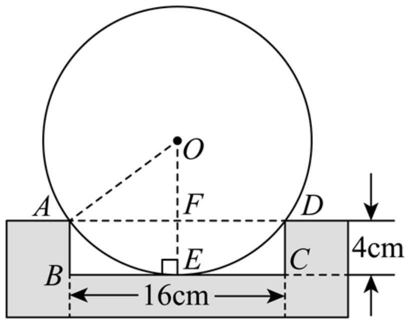
13．10

【分析】连接 OA，过点 O 作 $OE\perp BC$，交 BC 于点 E，交 AD 于点 F，则点 E 为餐盘与 BC

边的切点，由矩形的性质得 $AD=BC=16$， $AD\parallel BC$， $\angle BCD=\angle ADC=90^\circ$，则四边形 $CDFE$ 是矩形， $OE\perp AD$，得 $CD=EF=4$， $\angle AFO=90^\circ$， $AF=DF=8$，设餐盘的半径为 x cm，则 $OA=OE=x$， $OF=x-4$，然后由勾股定理列出方程，解方程即可．

【详解】由题意得： $BC=16$， $CD=4$，

如图，连接 OA，过点 O 作 $OE\perp BC$，交 BC 于点 E，交 AD 于点 F，



则 $\angle OEC=90^\circ$，

$\because$ 餐盘与 BC 边相切，

$\therefore$ 点 E 为切点，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD=BC=16$， $AD\parallel BC$， $\angle BCD=\angle ADC=90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $CDFE$ 是矩形， $OE\perp AD$，

$\therefore CD=EF=4$， $\angle AFO=90^\circ$， $AF=DF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times16=8$，

设餐盘的半径为 x，

则 $OA=OE=x$，

$\therefore OF=OE-EF=x-4$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AFO$ 中，由勾股定理得： $AF^2+OF^2=OA^2$，

即 $8^2+(x-4)^2=x^2$，

解得： $x=10$，

$\therefore$ 餐盘的半径为10，

故答案为：10．

【点睛】本题考查了切线的性质、矩形的判定与性质、勾股定理等知识，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

14．3

【分析】根据定义，分 $x\geq-2$ 和 $x<-2$ 两种情况进行解方程，得出 x 的值．

【详解】解：当 $x\geq-2$ 时，$x^2+x-2=10$，