

第15章 分式

15.3 分式方程

第一课时 分式方程及其解法



学习目标

- 1.理解并掌握分式方程的概念。
- 2.掌握解分式方程的基本思路和解法。
- 3.理解分式方程时可能无解的原因.（难点）



一、自主探究，复习旧知

解方程：

$$\frac{x+3}{4} - 1 = \frac{2x-1}{6}$$

二、创设情境，引入新课

一艘轮船在静水中的最大航速为30千米/时，它沿江以最大航速顺流航行90千米所用时间，与以最大航速逆流航行60千米所用时间相等，江水的流速为多少？

解：设江水的流速为 x 千米/时.

$$\frac{90}{30+x} = \frac{60}{30-x}.$$



三、合作探究

$$\frac{90}{30+x} = \frac{60}{30-x}$$

问题1：这个的方程分母有什么特点？与我们学过的方程有什么区别？它有什么特征？

问题2：请你用自己的语言总结出分式方程的概念。

像这样，分母中含有未知数的方程叫做分式方程

巩固新知

问题3: 下列方程中, 哪些是**分式方程**? 哪些是**整式方程**?

$$\frac{x-2}{2} = \frac{x}{3}$$

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 7$$

$$\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{x(x-1)}{x} = -1$$

$$\frac{3-x}{\pi} = \frac{x}{2}$$

$$2x + \frac{x-1}{5} = 10$$

$$x - \frac{1}{x} = 2$$

$$\frac{2x+1}{x} + 3x = 1$$



合作探究

问题4：如何解分式方程： $\frac{90}{30+x} = \frac{60}{30-x}$ ①

问题4：分式的运算可类比分数的运算，分式方程的解法能否类比这种带分母的一元一次方程的解法呢

$$\frac{90}{30+x} = \frac{60}{30-x} \quad \text{①}$$

方程各分母最简公分母是：(30+x)(30-x)


解：方程①两边同乘(30+x)(30-x)，得

$$90(30-x) = 60(30+x),$$

解得 $x=6$.

检验：将 $x=6$ 代入原分式方程中，左边= $\frac{5}{2}$ =右边，因此 $x=6$ 是原分式方程的解.

由上可知，江水的流速为 6 km/h.



$x=6$ 是原分式方程的解吗？

合作交流

小组讨论：你能归纳出解分式方程的基本思路和方法吗？

归纳

解分式方程①的基本思路：是将分式方程化为整式方程，具体做法是“去分母” 即方程两边同乘最简公分母. 这也是解分式方程的一般方法.

合作交流

下面我们再讨论一个分式方程，并将你求得的x的值带入方程检验。

$$\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25} \quad \textcircled{2}$$

问题5: 把解得的根代入原方程中检验，你发现了什么？

合作探究

下面我们再讨论一个分式方程，并将你求得的 x 的值代入方程检验。

$$\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25} \quad \textcircled{2}$$

解：方程②两边同乘 $(x+5)(x-5)$ ，得

$$x+5=10,$$

$$\text{解得 } x=5.$$



$x=5$ 是原分式方程的解吗？

检验：将 $x=5$ 代入原方程中，分母 $x-5$ 和 x^2-25 的值都为0，相应的分式无意义。

因此 $x=5$ 虽是整式方程 $x+5=10$ 的解，但不是原分式方程 $\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$ 的解，实际上，这个分式方程无解。

合作交流

问题6：为什么出现方程1有解而方程2无解的现象呢？

我们来回顾一下去分母的过程：

$$\frac{90}{30+x} = \frac{60}{30-x} \quad \textcircled{1}$$

两边同乘 $(30+x)(30-x)$

当 $x=6$ 时, $(30+x)(30-x) \neq 0$

$$90(30-x) = 60(30+x)$$

真相揭秘：分式两边同乘了不为0的式子，所得整式方程的解与分式方程的解相同。

合作交流

$$\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$$

②

两边同乘 $(x+5)(x-5)$

当 $x=5$ 时, $(x+5)(x-5)=0$

$$x+5=10$$

真相揭秘：分式两边同乘了等于0的式子, 所得整式方程的解使分母为0, 这个整式方程的解就不是原分式方程的解。

合作交流

小组讨论分式方程解的检验方法

检验方法：

将整式方程的解代入最简公分母，如果最简公分母的值不为0，则整式方程的解是原分式方程的解；如果最简公分母的值为0，这个解不是原分式方程的解. 即原分式方程无解。

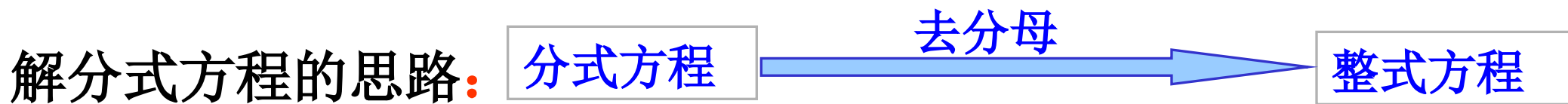
知识应用

例1 解方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$.

例2 解方程 $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.

问题8: 由以上的解方程过程, 你能总结出解分式方程的步骤吗? 把你的结论在小组内交流。

归纳新知



解分式方程的一般步骤

1. “化”：在方程的两边都乘以最简公分母，注意不要漏乘。
2. “解”：解这个整式方程。
3. “检”：把整式方程的解代入最简公分母。最简公分母的值不为0，则此解是原分式方程的解；否则，此解是增根，原方程无解。
4. “总”：总结原方程解的情况

一化二解三检验四总结

课堂小结

本节课你学习了哪些内容？你最大的收获是什么

？



布置作业

- 1、（必做题）教材第154页，习题15.3第1题。
- 2、（选做题）习题15.3第4题。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/877001141126010005>