新高考地区高 2024 届高二（上）期中模拟试题三

数学试卷

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚.

2.每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.

3.考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知点 $A(1,0),B\left(2,\sqrt{3}\right)$，则直线 AB 的倾斜角是（　）

A．60°　　B．120°　　C．30°　　D．150°

【答案】A

【分析】求出直线 AB 的斜率，根据倾斜角的范围可得答案.

【详解】因为点 $A(1,0),B\left(2,\sqrt{3}\right)$，所以 $k_{AB}=\dfrac{\sqrt{3}-0}{2-1}=\sqrt{3}$，

设直线 AB 的倾斜角为 α，则 $0^\circ<\alpha<180^\circ$，

所以 $\alpha=60^\circ$.

故选：A.

2．圆 $(x-1)^2+y^2=2$ 的圆心到直线 x-y+3=0 的距离为（　）

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

【答案】D

【分析】由圆的方程确定圆心，利用点到直线距离公式进行求解.

【详解】$(x-1)^2+y^2=2$ 的圆心为 $(1,0)$，

则由点到直线距离公式可得：$d=\dfrac{|1-0+3|}{\sqrt{1+1}}=2\sqrt{2}$.

故选：D

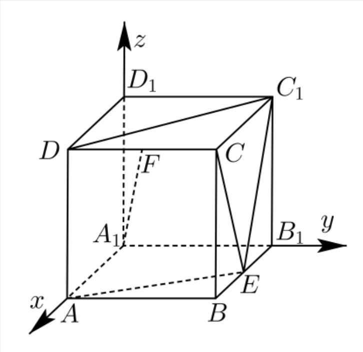
3．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别为 BB_1，CD 的中点，则（　）

A．$A_1F\perp AE$　　B．$A_1F\perp EC$　　C．$A_1F\perp EC_1$　　D．$A_1F\perp C_1D$

【答案】A

【分析】由题，建立空间直角坐标系 A_1-xyz，利用向量法判断垂直即可

【详解】由题，建立如图所示空间直角坐标系 A_1-xyz，



设正方体棱长为2，则有 $A_1(0,0,0)$，$F(2,1,2)$，$A(2,0,0)$，$E(1,2,0)$，$C(2,2,2)$，$C_1(0,2,2)$，$D(2,0,2)$，

$\overrightarrow{A_1F}=(2,1,2)$，$\overrightarrow{AE}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{EC}=(1,0,2)$，$\overrightarrow{EC_1}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{C_1D}=(2,-2,0)$，

$\therefore \overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{AE}=0$，$\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{EC}=6$，$\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{EC_1}=2$，$\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{C_1D}=2$，

$\therefore A_1F\perp AE$，

故选：A

4．直线 $x+y+2=0$ 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围为（　）

A．$[2,6]$　　B．$[4,8]$　　C．$[2,8]$　　D．$[4,6]$

【答案】A

【分析】底边 $|AB|$ 为定值，求出点 P 到 AB 距离的范围即可求出 $\triangle ABP$ 面积的取值范围.

【详解】圆心 $(2,0)$ 到直线 $x+y+2=0$ 距离 $d=\dfrac{|2+0+2|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，所以点 P 到 AB 距离即高 h 的范围 $[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，又可求得 $|AB|=2\sqrt{2}$，所以 $\triangle ABP$ 面积 $S=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot h$ 的取值范围为 $[2,6]$.

故选：A.

5．椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 中以点 $M(2,1)$ 为中点的弦所在直线方程为（　）

A．$4x+9y-17=0$　　B．$4x-9y-17=0$

C．$\sqrt{7}x+3y-2\sqrt{7}-3=0$　　D．$\sqrt{7}x-3y-2\sqrt{7}+3=0$

【答案】A

【分析】利用点差法求出斜率，即可求出直线方程.

【详解】设点$M(2,1)$为中点的弦的端点$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，

则有：$\begin{cases}\dfrac{x_1^{\ 2}}{9}+\dfrac{y_1^{\ 2}}{2}=1\\ \dfrac{x_2^{\ 2}}{9}+\dfrac{y_2^{\ 2}}{2}=1\end{cases}$，两式相减得：$\dfrac{x_1^{\ 2}-x_2^{\ 2}}{9}+\dfrac{y_1^{\ 2}-y_2^{\ 2}}{2}=0$，

因为$M(2,1)$为中点，所以$\frac{x_1+x_2}{2}=2,\frac{y_1+y_2}{2}=1$，

所以斜率$k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{2\left(x_1+x_2\right)}{9\left(y_1+y_2\right)}=-\dfrac{4}{9}$，

所以所求直线方程为：$y-1=-\frac{4}{9}(x-2)$，即$4x+9y-17=0$.

故选：A

6．在正三棱锥$A-BCD$中，$\angle BAC=\angle BAD=\angle CAD=90^{\circ}$，且$AB=AC=AD=1$，$M$，$N$分别为$BC$，$AD$的中点，则直线$AM$和$CN$夹角的余弦值为（　）.

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　C．$-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　D．$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

【答案】B

【分析】由题意可得AB,AC,AD两两垂直，所以以A为原点，AB,AC,AD所在的直线分别为x,y,z轴，建立空间直角坐标系，利用空间向量求解

【详解】因为$\angle BAC=\angle BAD=\angle CAD=90^{\circ}$，

所以AB,AC,AD两两垂直，

所以以A为原点，AB,AC,AD所在的直线分别为x,y,z轴，建立空间直角坐标系，如图所示，

因为$AB=AC=AD=1$，

所以$A(0,0,0),B(1,0,0),C(0,1,0),D(0,0,1)$，

因为M，N分别为BC，AD的中点，

所以$M\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0\right),N\left(0,0,\frac{1}{2}\right)$，

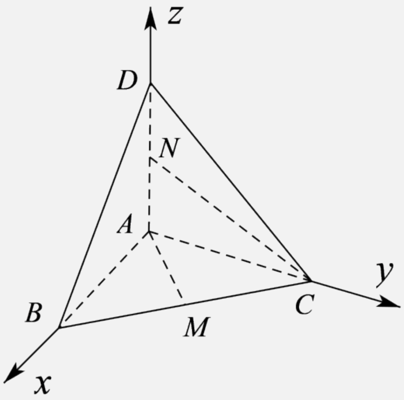
所以$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0\right),\overrightarrow{CN}=\left(0,-1,\frac{1}{2}\right)$，

设直线AM和CN所成的角为θ，则

$$\cos\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{AM},\overrightarrow{CN}\right\rangle\right|=\left|\frac{\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CN}}{\left|\overrightarrow{AM}\right|\left|\overrightarrow{CN}\right|}\right|=\left|\frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\frac{5}{4}}}\right|=\frac{\sqrt{10}}{5},$$

所以直线 AM 和 CN 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$，

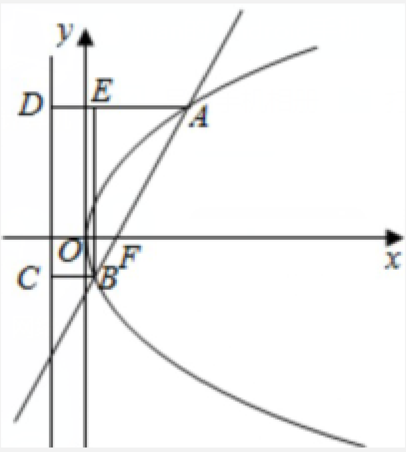
故选：B



7．已知抛物线 $y^2=4\sqrt{3}x$ 的焦点为 F， A， B 为抛物线上两点，若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，$O$ 为坐标原点，则$\vee AOB$ 的面积为

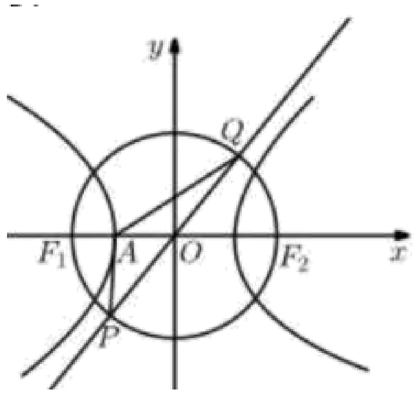
A． $8\sqrt{3}$　　　　B． $4\sqrt{3}$　　　　C． $2\sqrt{3}$　　　　D． $\sqrt{3}$

【答案】B

【详解】

如图所示，根据抛物线的定义， $|BC|=|BF|=t$ 则 $|AD|=|AF|=3t$，可得 $|AB|=4t=2|AE|$，由抛物线的对称性，不妨设直线的斜率为正，所以直线 AB 的倾斜角为 60° ，直线 AB 的方程为 $y=\sqrt{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$ ，联立直线 AB 与抛物线的方程可得 $y_A=6, y_B=-2$ ，所以 $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\times|OF|\times|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 8=4\sqrt{3}$ ，当直线 AB 的倾斜角为 120° 时，同理可求，故选 B.

8．已知双曲线 C： $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（ $a>0$， $b>0$）的左右焦点分别为 F_1、 F_2、A 为双曲线的左顶点，以 F_1F_2 为直径的圆交双曲线的一条渐近线于 P、Q 两点，且 $\angle PAQ=\frac{2\pi}{3}$，则该双曲线的离心率为（　）



A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$　　D. $\sqrt{13}$

【答案】C

【分析】先由题意，得到以F_1F_2为直径的圆的方程为$x^2+y^2=c^2$，不妨设双曲线的渐近线为$y=\dfrac{b}{a}x$，设$P(x_0,y_0)$，则$Q(-x_0,-y_0)$，求出点P，Q的坐标，得出$|AP|$，$|AQ|$，根据$\angle PAQ=\dfrac{2\pi}{3}$，再利用余弦定理求出$a$，$c$之间的关系，即可得出双曲线的离心率.

【详解】由题意，以F_1F_2为直径的圆的方程为$x^2+y^2=c^2$，不妨设双曲线的渐近线为$y=\dfrac{b}{a}x$.

设$P(x_0,y_0)$，则$Q(-x_0,-y_0)$，

由$\begin{cases} y=\dfrac{b}{a}x \\ x^2+y^2=c^2 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$或$\begin{cases} x=-a \\ y=-b \end{cases}$，

$\therefore P(a,b)$，$Q(-a,-b)$.

又A为双曲线的左顶点，则$A(-a,0)$，

$\therefore |AP|=\sqrt{(a+a)^2+b^2}$，$|AQ|=\sqrt{[-a-(-a)]^2+b^2}=b$，$|PQ|=\sqrt{(a+a)^2+(b+b)^2}=2c$，

在$\triangle PAQ$中，$\angle PAQ=\dfrac{2\pi}{3}$，由余弦定理得$|PQ|^2=|AP|^2+|AQ|^2-2|AP||AQ|\cos\dfrac{2}{3}\pi$，

即$4c^2=(a+a)^2+b^2+b^2+\sqrt{(a+a)^2+b^2}\cdot b$，

即$4c^2=4a^2+2b^2+\sqrt{4a^2+b^2}\cdot b$，

则$2b=\sqrt{4a^2+b^2}$，所以$4b^2=\left(4a^2+b^2\right)$，则$3b^2=4a^2$，

即$3\left(c^2-a^2\right)=4a^2$，所以$c^2=\dfrac{7}{3}a^2$

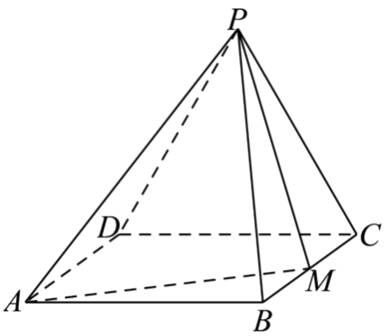
$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

故选：C.

【点睛】方法点睛：离心率的求解在圆锥曲线的考查中是一个重点也是难点，一般求离心率有以下几种情况：①直接求出a,c，从而求出e；②构造a,c的齐次式，求出e；③采用离心率的定义以及圆锥曲线的定义来求解；④根据圆锥曲线的统一定义求解.

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．如图，四边形$ABCD$为正方形，平面$PCD\perp$平面$ABCD$，且$\vee PCD$为正三角形，$CD=2$，M为BC的中点，则下列命题中正确的是（　　）



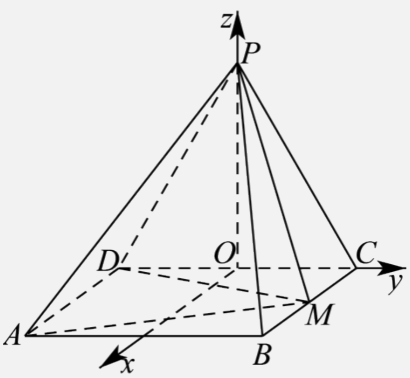
A．$BC\perp PD$　　　　B．$AM//$平面PCD

C．直线AM与PC所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　　　D．二面角$C-PD-M$大小为$\frac{\pi}{6}$

【答案】ACD

【分析】取CD的中点O，连接OP，证明出$PO\perp$平面$ABCD$，以点O为坐标原点，$\overrightarrow{DA}$、$\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OP}$的方向分别为x、y、z轴建立空间直角坐标系，利用空间向量法可判断各选项的正误.

【详解】取CD的中点O，连接OP，



因为$\vee PCD$为等边三角形，O为CD的中点，则$PO\perp CD$，

因为平面$PCD\perp$平面$ABCD$，平面$PCD\cap$平面$ABCD=CD$，$PO\subset$平面PCD，

所以，$PO\perp$平面$ABCD$，

又因为四边形 $ABCD$ 为正方形，以点 O 为坐标原点，$\overrightarrow{DA}$、$\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OP}$ 的方向分别为 x、y、z 轴的正方向建立如上图所示的空间直角坐标系，

则 $A(2,-1,0)$、$B(2,1,0)$、$C(0,1,0)$、$D(0,-1,0)$、$P(0,0,\sqrt{3})$、$M(1,1,0)$，

$\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$，$\overrightarrow{PD}=(0,-1,-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{PD}=0$，则 $BC\perp PD$，A 对；

$\overrightarrow{AM}=(-1,2,0)$，易知平面 PCD 的一个法向量为 $\vec{m}=(1,0,0)$，$\therefore \overrightarrow{AM}\cdot\vec{m}\neq 0$，

故 AM 与平面 PCD 不平行，B 错；

$\overrightarrow{PC}=(0,1,-\sqrt{3})$，$\cos<\overrightarrow{AM},\overrightarrow{PC}>=\dfrac{\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{PC}}{|\overrightarrow{AM}|\cdot|\overrightarrow{PC}|}=\dfrac{2}{\sqrt{5}\times 2}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

所以，直线 AM 与 PC 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，C 对；

设平面 PDM 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{DP}=(0,1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{DM}=(1,2,0)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}=y+\sqrt{3}z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DM}=x+2y=0\end{cases}$，取 $y=\sqrt{3}$，则 $\vec{n}=(-2\sqrt{3},\sqrt{3},-1)$，

所以，$\cos<\vec{m},\vec{n}>=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=-\dfrac{2\sqrt{3}}{1\times 4}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

由图可知，二面角 $C-PD-M$ 的平面角为锐角，故二面角 $C-PD-M$ 为 $\dfrac{\pi}{6}$，D 对.

故选：ACD.

10．在平面直角坐标系 xOy 中，动点 P 与两个定点 $F_1(-\sqrt{3},0)$ 和 $F_2(\sqrt{3},0)$ 连线的斜率之积等于 $\dfrac{1}{3}$，记点 P 的轨迹为曲线 E，直线 $l:y=x-2$ 与 E 交于 A,B 两点，则（　）

A．E 的方程为 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1(x\neq\pm\sqrt{3})$　　　B．E 的离心率为 $\sqrt{3}$

C．E 的渐近线与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 相切　　　D．$|AB|=2\sqrt{3}$

【答案】ACD

【分析】根据题意求得双曲线的方程，可判定 A 正确；根据离心率的定义，求得 e 的值，可判定 B 不正确；利用直线与圆的位置关系的判定方法，可判定 C 正确；联立方程组，结合根与系数的关系和弦长公式，可判定 D 正确.

【详解】设点 $P(x,y)$，由直线 PF_1 与 PF_2 的斜率之积为 $\dfrac{1}{3}$，可得 $\dfrac{y}{x+\sqrt{3}}\cdot\dfrac{y}{x-\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$，

整理得$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，即曲线E的方程为$\frac{x^2}{3}-y^2=1\left(x\neq\pm\sqrt{3}\right)$，所以 A 正确；

曲线E的离心率$e=\frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以 B 不正确；

由圆$(x-2)^2+y^2=1$，可得圆心为$(2,0)$，

可得圆心到曲线E的渐近线$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$的距离$d=\frac{2}{\sqrt{1^2+\left(\pm\sqrt{3}\right)^2}}=1$，

又由圆的半径为 1，所以曲线E的渐近线与圆$(x-2)^2+y^2=1$相切，所以 C 正确；

联立方程组$\begin{cases}y=x-2\\ \frac{x^2}{3}-y^2=1\left(x\neq\pm\sqrt{3}\right)\end{cases}$，整理得$2x^2-12x+15=0$，则$x_1+x_2=6$，$x_1x_2=\frac{15}{2}$，所以

$|AB|=\sqrt{1+1^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$，所以 D 正确.

故选：ACD.

11．古希腊著名数学家阿波罗尼斯发现了平面内到两个定点A,B的距离之比为定值$\lambda(\lambda\neq1)$的点的轨迹是圆，此圆被称为“阿波罗尼斯圆”在平面直角坐标系中，已知$A(-4,2),B(2,2)$点P满足$\frac{|PA|}{|PB|}=2$，设点P的轨迹为圆C，则下列说法正确的是（　）

A．圆C的方程是$(x-4)^2+(y-2)^2=16$

B．过点 A 向圆C引切线，两条切线的夹角为$\frac{\pi}{3}$

C．过点 A 作直线l，若圆C上恰有三个点到直线l的距离为2，则该直线的斜率为$\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$

D．过直线$3x+4y=60$上的一点P向圆C引切线PA、PB，则四边形$PACB$的面积的最小值为$16\sqrt{3}$

【答案】ABD

【分析】对于 A，设P点坐标，根据$\frac{|PA|}{|PB|}=2$代入化简，可得 A 正确；

对于 B，设切线夹角为α，可得$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{r}{AC}=\frac{1}{2}$，解得 B 正确；

对于 C，若圆C上恰有三个点到直线l的距离为2，可判断直线l与圆相切，进而可解得$k=\pm\frac{\sqrt{15}}{15}$，故 C 错误；

对于 D，由条件可表达四边形$PACB$的面积为$S_{PACB}=4\sqrt{PO^2-4^2}$，求$PO$的最小值，计算可得 D 正确.

【详解】对于 A，因为$A(-4,2),B(2,2)$，点P满足$\frac{|PA|}{|PB|}=2$，设$P(x,y)$，则$\frac{\sqrt{(x+4)^2+(y-2)^2}}{\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}}=2$，

化简得 $x^2+y^2-8x-4y+4=0$，，即 $(x-4)^2+(y-2)^2=16$，故 A 正确；

对于 B，因为 $AC=8,\ r=4$，设两条切线的夹角为 α，所以 $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{r}{AC}=\frac{1}{2}$，解得 $\frac{\alpha}{2}=\frac{\pi}{6}$，则 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，故 B 正确；

对于 C，易知直线的斜率存在，设直线 l 的方程为 $y-2=k(x+4)$，即 $kx-y+4k+2=0$，

因为圆 C 上恰有三个点到直线 l 的距离为 2，所以圆心到直线的距离 $d=\frac{|4k-2+4k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|8k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，解得 $k=\pm\frac{\sqrt{15}}{15}$，故 C 错误；

对于 D，由题意可得 $S_{PACB}=2\times\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{PO^2-4^2}=4\sqrt{PO^2-4^2}$，故只需求 PO 的最小值即可，PO 的最小值为点 O 到直线 $3x+4y=60$ 的距离，即 $d_1=\frac{|3\times4+4\times2-60|}{\sqrt{3^2+4^2}}=8$，所以四边形 $PACB$ 的面积的最小值为 $4\sqrt{8^2-4^2}=16\sqrt{3}$，故 D 正确.

故选：ABD.

12．设抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为 F，准线为 l，A 为 C 上一点，以 F 为圆心，$|FA|$ 为半径的圆交 l 于 B，D 两点．若 $\angle ABD=90°$，且 $\triangle ABF$ 的面积为 $9\sqrt{3}$，则（　　）

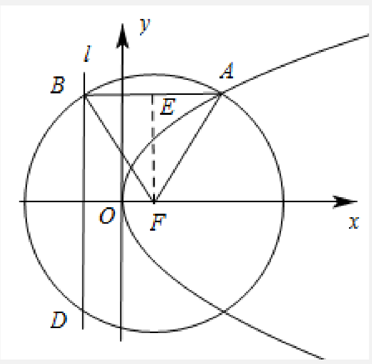
A．$\triangle ABF$ 是等边三角形　　　　B．$|BF|=3$

C．点 F 到准线的距离为 3　　　　D．抛物线 C 的方程为 $y^2=6x$

【答案】ACD

【分析】利用圆的几何性质结合抛物线定义可推出 $\triangle ABF$ 为等边三角形，判断 A；确定 $\triangle ABF$ 的边长 $|AB|=2p$，根据其面积求得 p，即可判断 BCD.

【详解】根据题意作图，如图所示:



因为以 F 为圆心，$|FA|$ 为半径的圆交 l 于 B，D 两点，所以 $|FA|=|FB|$，

又$\angle ABD=90°$，故$AB\perp l$，A在抛物线上，所以$|FA|=|AB|$，

所以$\vee ABF$为等边三角形，故A正确；

因为$\angle ABD=90°$，则$AB// x$轴，过F作$FE\perp AB$于点E，则点E为AB的中点，

点E的横坐标为$\frac{p}{2}$，点B的横坐标为$-\frac{p}{2}$，所以点A的横坐标为$\frac{3p}{2}$，则$|AB|=2p$，

所以$S_{\triangle ABF}=\frac{\sqrt{3}}{4}|AB|^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4p^2=9\sqrt{3}$，解得$p=3$，

则$|BF|=|AB|=2p=6$，故B错误；

焦点F到准线的距离为$p=3$，故C正确；

抛物线C的方程为$y^2=6x$，故D正确.

故选：ACD.

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．已知圆C的圆心为$(-1,0)$，且圆C经过抛物线$y^2=8x$的焦点，则圆C的标准方程为____________.

【答案】$(x+1)^2+y^2=9$

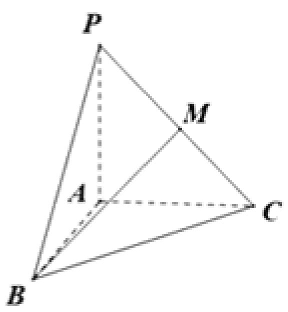
【分析】求出抛物线的焦点坐标，从而求出圆的半径，得到圆的标准方程.

【详解】因为抛物线$y^2=8x$的焦点为$(2,0)$，所以圆C的半径为3，

则圆C的标准方程为$(x+1)^2+y^2=9$.

故答案为：$(x+1)^2+y^2=9$.

14．如图，在三棱锥$P-ABC$中，AP,AB,AC两两垂直，$AP=2$，$AB=AC=1$，M为PC的中点，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}$的值为______.



【答案】$\frac{1}{2}$##0.5

【分析】根据空间向量基本定理，用基地向量表示$\overrightarrow{BM}$，进而根据数量积的运算律即可求解.

【详解】由题意得$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AP}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，

故 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AC}\cdot\left(\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AP}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\cdot\frac{1}{2}\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AC}\cdot\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$

15．已知点 P 在双曲线 $C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$ 上，若 P，Q 两点关于原点 O 对称，直线 PF_1 与圆 $x^2+y^2=r^2$ 相切于点 M 且 $2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF_1}$，其中 F_1，F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点，则 $\vee PF_1Q$ 的面积为______.

【答案】12

【分析】利用双曲线的对称性有 $\vee PF_1Q$ 的面积等于 $\triangle PF_1F_2$ 的面积，根据圆的切线、向量线性关系、中位线性质得 $PF_2\perp PF_1$，令 $|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，由双曲线定义列方程求 $mn=24$，即可求面积.

【详解】如图，连接 PF_2，

因为 P，Q 两点关于原点 O 对称，

所以 $\vee PF_1Q$ 的面积等于 $\triangle PF_1F_2$ 的面积.

直线 PF_1 与圆 $x^2+y^2=r^2$ 相切于点 M，则 $OM\perp PF_1$.

因为 $2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF_1}$，

所以 M 为 PF_1 的中点，又 O 为 F_1F_2 的中点，

所以 $OM//PF_2$，则 $PF_2\perp PF_1$.

由双曲线 $C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$ 得：$a=4$，$c=\sqrt{16+12}=2\sqrt{7}$.

$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，则 $|m-n|=2a=8$.

因为 $PF_2\perp PF_1$，所以 $m^2+n^2=(2c)^2=112$，

所以 $2mn=(m^2+n^2)-(m-n)^2=112-64=48$，

所以 $mn=24$，故 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于 $\frac{1}{2}mn=12$，即 $\vee PF_1Q$ 的面积为 12.

故答案为：12.