《误差理论与测量平差》（1）

1. 正误判断。正确“T”，错误“F”。（30 分）
2. 在测角中正倒镜观测是为了消除偶然误差（ ）。
3. 在水准测量中估读尾数不准确产生的误差是系统误差（ ）。
4. 如果随机变量 X 和 Y 服从联合正态分布，且 X 与 Y 的协方差为 0，则 X 与 Y 相互独立（ ）。
5. 观测值与最佳估值之差为真误差（ ）。
6. 系统误差可用平差的方法进行减弱或消除（ ）。
7. 权一定与中误差的平方成反比（ ）。
8. 间接平差与条件平差一定可以相互转换（ ）。
9. 在按比例画出的误差曲线上可直接量得相应边的边长中误差（ ）。
10. 对同一量的 N 次不等精度观测值的加权平均值与用条件平差所得的结果一定相同（ ）。
11. 无论是用间接平差还是条件平差，对于特定的平差问题法方程阶数一定等于必要观测数（ ）。
12. 对于特定的平面控制网，如果按条件平差法解算，则条件式的个数是一定的，形式是多样的（ ）。
13. 观测值 L 的协因数阵 Q_{LL} 的主对角线元素 Q_{ii} 不一定表示观测值 L_i 的权（ ）。
14. 当观测值个数大于必要观测数时，该模型可被唯一地确定（ ）。
15. 定权时 σ_0 可任意给定，它仅起比例常数的作用（ ）。
16. 设有两个水平角的测角中误差相等，则角度值大的那个水平角相对精度高（ ）。

17. 用“相等”或“相同”或“不等”填空（8 分）。

已知两段距离的长度及其中误差为 300.158m±3.5cm;
600.686m±3.5cm。则:

1. 这两段距离的中误差（ ）。
2. 这两段距离的误差的最大限差（ ）。
3. 它们的精度（ ）。
4. 它们的相对精度（ ）。

18.　选择填空。只选择一个正确答案（25 分）。

1．取一长为 d 的直线之丈量结果的权为 1，则长为 D 的直线之丈量结果的权 P_D=（　）。

a) d/D　　b) D/d

c) d_2/D_2　　d) D_2/d_2

2.有一角度测 20 测回，得中误差±0.42 秒，如果要使其中误差为±0.28 秒，则还需增加的测回数 N=（　）。

a) 25　　b) 20

c) 45　　d) 5

3.某平面控制网中一点 P，其协因数阵为：

$$Q_{XX}=\begin{bmatrix}Q_{xx} & Q_{xy}\\ Q_{yx} & Q_{yy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.5 & -0.25\\ -0.25 & 0.5\end{bmatrix}$$

单位权方差σ_0^2=±2.0。则 P 点误差椭圆的方位角 T=（　）。

a) 90　　b) 135

c) 120　　d) 45

4.设 L 的权为 1，则乘积 4L 的权 P=（　）。

a) 1/4　　b) 4

c) 1/16　　d) 16

5.设

$$\begin{bmatrix}y1\\ y2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x1\\ x2\end{bmatrix};\quad D_{xx}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 4\end{bmatrix}$$

又设$F=y2+x1$，则m_F^2=（　）。

a) 9　　b) 16

c) 144　　d) 36

四、某平差问题是用间接平差法进行的，共有 10 个独立观测值，两个未知数，列出 10 个误差方程后得法方程式如下（9 分）：

$$\begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -6 \\ -14 \end{bmatrix}$$

且知[pll]=66.0。求：

19.　未知数的解

20.　单位权中误差 m_0

21.　设 $F=4\hat{x}_1+3\hat{x}_2$；求 $\frac{1}{p_F}$

四、1、$B^T PB\hat{x}-B^T Pl=0$

$$\hat{x}=\begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} -6 \\ -14 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

2、$\sigma_0=\pm\sqrt{\frac{V^T PV}{n-t}}$

$$V^T PV=l^T Pl-(B^T PB)^{-1}\hat{x}=66-\begin{bmatrix} -6 \\ -14 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}=32$$

其中 $n=10,t=2$

$$\sigma_0=\pm\sqrt{\frac{32}{8}}=\pm 2$$

3、

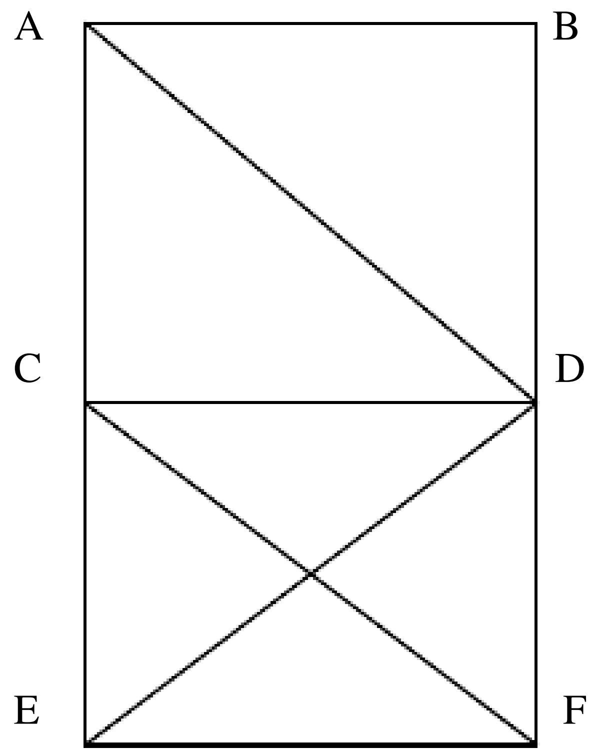
$$\left.\begin{array}{l} Q_{FF}=\begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \\ & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \sigma_1=\sigma_2=\sigma_0 \end{array}\right\}\Rightarrow\frac{1}{P_F}=Q_{FF}=25$$

22.　如图平面控制网，A、B 为已知点，C、D、E、F 为待定点，全网中观测了 14 个角度和 3 个边长，现按条件平差法解算，计算如下内容（9 分）。

23.　条件式个数。

24.　写出一个非线性化的极条件。

25. 写出一个线性化的正弦条件。



（五题图）

26. 证明在间接平差中估计量 $\hat{X}$ 具有无偏性（10 分）。

六、证明：

因为
$$\tilde{X} = X^0 + \tilde{x}$$
$$\hat{X} = X^0 + \hat{x}$$

所以 要证 $E(\hat{X}) = \tilde{X}$等价于证$E(\hat{x}) = \tilde{x}$

$$\hat{x} = (B^T PB)^{-1} B^T Pl$$

对上式两边取数学期望：

$$E(\hat{x}) = E((B^T PB)^{-1} B^T P(L - (BX^0 + d)) = (B^T PB)^{-1} B^T PE(L - B(\tilde{X} - \tilde{x}) - d)$$

$$= (B^T PB)^{-1} B^T PE(L - (B\tilde{X} + d) + B\tilde{x})$$

$$= (B^T PB)^{-1} B^T P(E(L) - \tilde{L} + B\tilde{x})$$

$$= (B^T PB)^{-1} B^T PB\tilde{x} = \tilde{x}$$

即 $E(\hat{X}) = \tilde{X}$

27. 证明在条件平差中V、L、$\hat{L}$两两相关或不相关（9 分）。

七、答案：

$$Q_{VL} = -QA^T N^{-1} AQ$$
$$Q_{V\hat{L}} = 0$$
$$Q_{L\hat{L}} = Q - QA^T N^{-1} AQ$$

一、FFTFF TTTTF TTFTF

二、相等 相等 相同 不等

三、aabcd

《误差理论与测量平差》（2）

一、正误判断：正确（T），错误或不完全正确（F）。（30 分）

1．偶然误差符合统计规律（ ）。

2．权与中误差的平方成反比（ ）。

3．如果随机变量 X 和 Y 服从联合正态分布，且 X 与 Y 的协方差为零，则 X 与 Y 相互独立（ ）。

4．系统误差可用平差的方法进行消除或减弱（ ）。

5．在按比例画出的误差曲线上可直接量的相应边的边长中误差（ ）。

6．对同一量的多次不等精度观测值的加权平均值与用条件平差所得结果完全一致（ ）。

7．观测值与平差值之差为真误差（ ）。

8．三角形闭合差是真误差（ ）。

9．权一定无单位（ ）。

10．对于特定的测量控制网，如果用条件平差法平差，则条件方程式个数和条件方程的形式都是一定的（ ）。

11．因为测量误差服从正态分布，所以可以用最小二乘法消除或减弱（ ）。

12．无论是三角高程网还是水准网最大的秩亏数都是 1（ ）。

13．两个水平角的测角精度相同，则角度大的那一个精度高（ ）。

14．对于同一个平差问题，间接平差和条件平差的结果有可能出现显著差异（ ）。

15．在测角中，正倒镜观测是为了消除偶燃误差（ ）。

二、计算填空。（20 分）

1．设β的权为 1，则乘积 4β的权为（ ）。

2．有一角度测 20 测回，得中误差±0.42 秒，如果要使其中误差为±0.28 秒，则还需再增加（ ）测回。

3．某平面控制网经平差后得出 P 点坐标的协因数阵为：

$$Q_{\hat{X}} = \begin{bmatrix} 1.69 & 0.00 \\ 0.00 & 1.69 \end{bmatrix} \text{(分米)}^2/\text{秒}^2$$

单位权中误差$\hat{\sigma}_0 = \pm 1$秒，则 P 点误差椭圆参数中的φ_E =（　　　　）。

4．设 n 个同精度独立观测值的权均为P，其算术平均值的权为$\overline{P}$。则$\frac{P}{\overline{P}}$ =（　　）。

三、计算。（18 分）

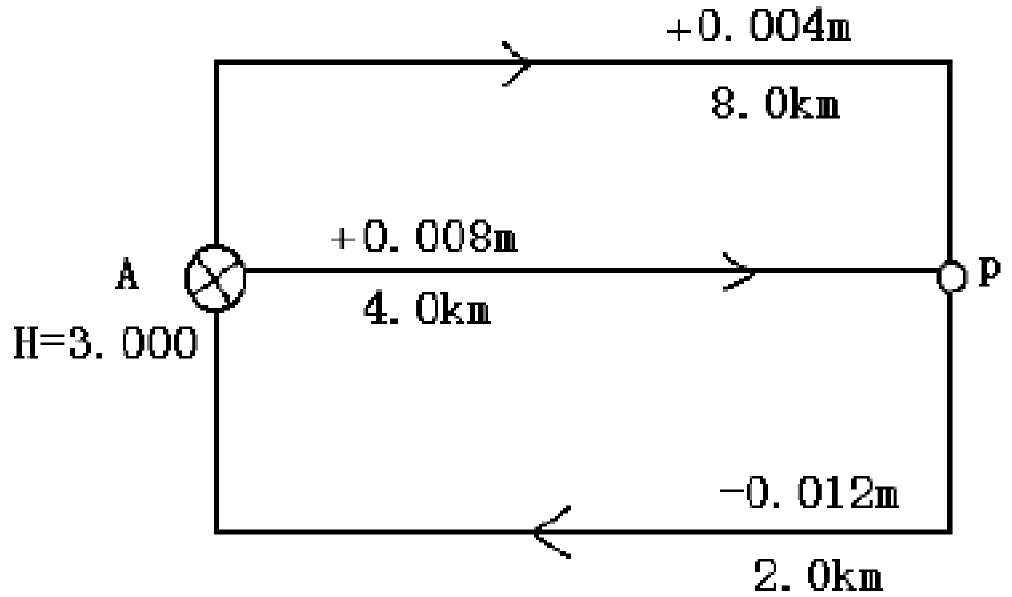
1．设有函数$F = f_1 x + f_2 y$，

$$x = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 + \ldots + \alpha_n L_n$$
$$y = \beta_1 L_1 + \beta_2 L_2 + \beta_3 L_3 + \ldots + \beta_n L_n$$

式中：α_i, β_i为无误差的常数，$L_1, L_2, \ldots, L_n$的权分别为$p_1, p_2, \ldots, p_n$，求 F 的权倒数$\frac{1}{p_F}$。

2．已知独立观测值L_1和L_2的中误差为σ_1和σ_2，设有函数$X = L_1^2/2 + L_1 L_2$，计算 X 的中误差σ_X。

3．设某水准网，各观测高差、线路长度和起算点高程如下图所示。



计算 P 点的平差值 h_p（精确到 0.001 米）。

三、1、$\frac{1}{P_F}=f_1^2\left[\frac{\alpha\alpha}{P}\right]+2f_1f_2\left[\frac{\alpha\beta}{P}\right]+f_2^2\left[\frac{\beta\beta}{P}\right]$

2、$\sigma_X=\pm\sqrt{(L_1+L_2)^2\sigma_1^2+L_1^2\sigma_2^2}$

3、使用条件平差或间接平差都可以　其中 $n=3,t=1$

取 2 千米观测高差作为单位权高差，则权逆阵可列为：

$$P^{-1}=\begin{bmatrix}4 & & \\ & 2 & \\ & & 1\end{bmatrix}$$

条件平差时条件方程为：

$$\hat{h}_1-\hat{h}_2=0$$
$$\hat{h}_2+\hat{h}_3=0$$

间接平差时，取 P 点高程平差值为参数 X，平差值条件方程为：

$$\hat{h}_1=X-H_A$$
$$\hat{h}_2=X-H_A$$
$$\hat{h}_3=H_A-X$$

$$\hat{H}_P=2.996$$

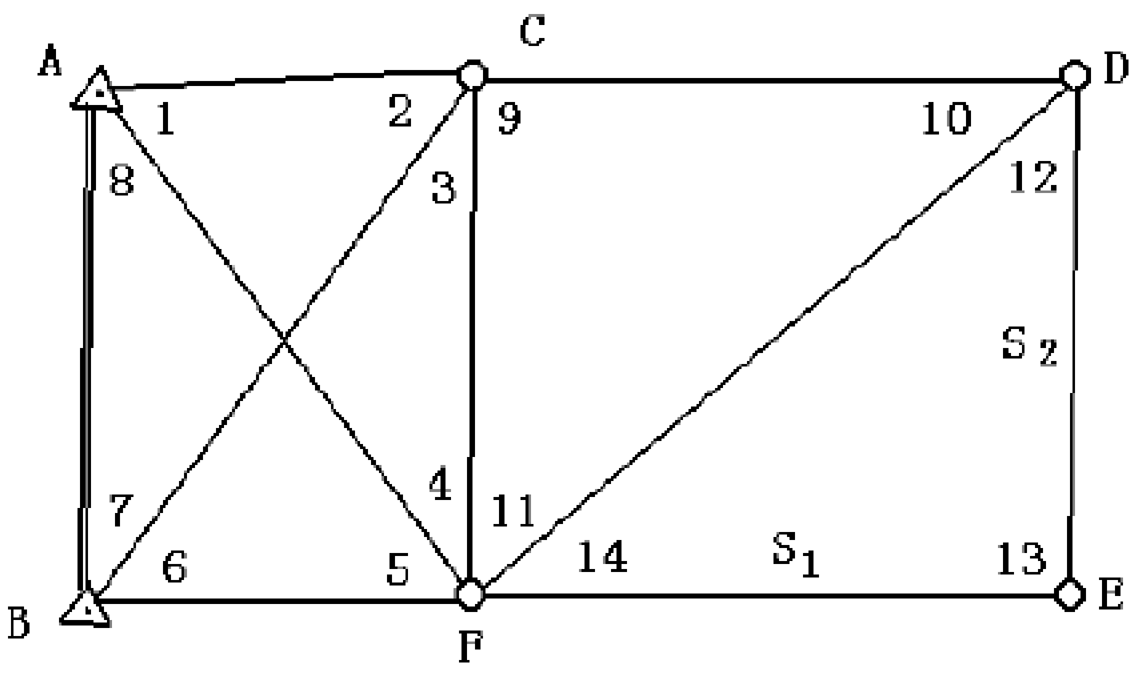
四、如图控制网，A 和 B 为已知点，C、D、E、F 为待定点，观测了全网中的 14 个内角、两个边长 S_1 和 S_2，回答或计算下列问题（12 分）。

28.　条件式个数______________。

29.　必要观测个数______________。

30.　写出一个极条件（不必线性化）。

31.　写出一个正弦条件（线性形式）。



（四题图）

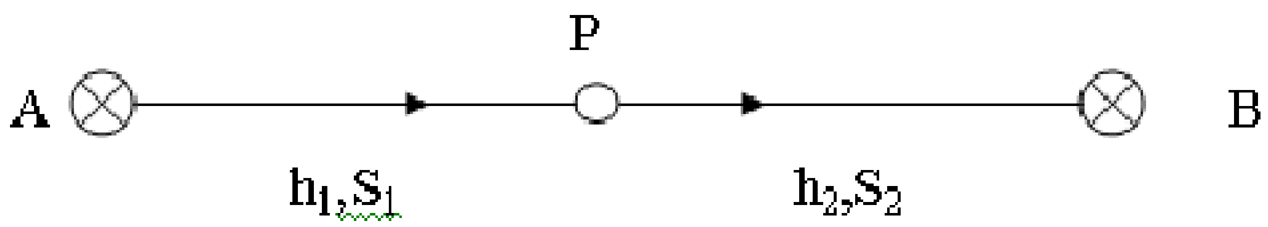
四、1、8

2、2*4=8

3、$\frac{PB}{PA}\cdot\frac{PA}{PC}\cdot\frac{PC}{PB}=1$

4、$\frac{S_1}{\sin\hat{L}_{12}}=\frac{S_2}{\sin\hat{L}_{14}}$

五、如图单一水准路线，A、B 为已知点，A 到 B 的长度为 S，P 为待定点。



证明平差后高程最弱点在水准线路的中央。(8 分)

五、可以用不同的平差方法来证明，这里一最简单加权平均值为参考

证明：

根据加权平均值应有

$$\hat{H}_P = \frac{P_1\hat{h}_1 + P_2\hat{h}_2}{P_1 + P_2} = \frac{\frac{1}{S_1}\hat{h}_1 + \frac{1}{S_2}\hat{h}_2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}}$$

即 求得当 $S_1 = S_2$ 时 $\sigma_{\hat{H}_P} = \max$

六、在条件平差中，证明观测值的平差值和改正数相关或不相关。(6 分)

六、证明：

在条件平差中 $V = P^{-1}A^TK = P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}(AL - A_0)$

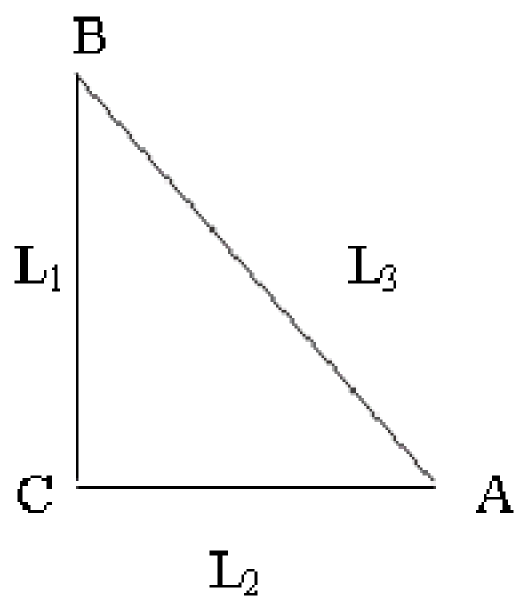
$$= P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}AL - P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}A_0$$

$$\hat{L} = L + V = (E + P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}A)L - P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}A_0$$

$$Q_{V\hat{L}} = P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}AQ_{LL}(E + P^{-1}A^T(AP^{-1}A^T)^{-1}A)^T = 0$$

由此可知，在条件平差中观测值平差值和改正数不相关。

七、在如图所示的直角三角形中（C 为直角），测的三个边长 L_1、L_2 和 L_3。



试列出平差值条件方程式。(6 分)

七、采用条件平差或间接平差都可以，

采用条件平差时：

n=3, t=2, r= 1

平差值条件方程为：

$$\hat{L}_1^2 + \hat{L}_2^2 = \hat{L}_3^2$$

采用间接平差时：

取观测值的平差值 $\hat{L}_1$ 和 $\hat{L}_2$ 为参数 $\hat{X}_1$、$\hat{X}_2$，则应有

$$\hat{L}_1 = \hat{X}_1$$
$$\hat{L}_2 = \hat{X}_2$$
$$\hat{L}_3 = \sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2}$$

一、TTTFT TFTFF TFFFF

二、1、1/16 2、25 3、1.69 4、n

《误差理论与测量平差》（3）

一、选择题（15 分）（本题共有 10 个小题，每小题有四个可供选择的答案，其中两个是最接近要求的答案，每选对一个得 1.5 分，每小题 3 分，本题共 15 分；将答案全部选上者该题不得分。）

32. 下列观测中，哪些是具有“多余观测”的观测活动

A 对平面三角形的三个内角各观测一测回，以确定三角形形状

B 测定直角三角形的两个锐角和一边长，确定该直角三角形的大小及形状

C 对两边长各测量一次

D 三角高程测量中对水平边和垂直角都进行一次观测

33. 下列哪些是偶然误差的特性

A 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率小

B 当偶然误差的个数趋向极大时，偶然误差的代数和趋向零

C 误差分布的离散程度是指大部分误差绝对值小于某极限值绝对值的程度

D 误差的符号只与观测条件有关

3.某测角网的网形为中点多边形，网中有 3 个三角形，共测水平角 9 个