

人教版数学八年级上册 全册全套试卷测试卷 (含答案解析)

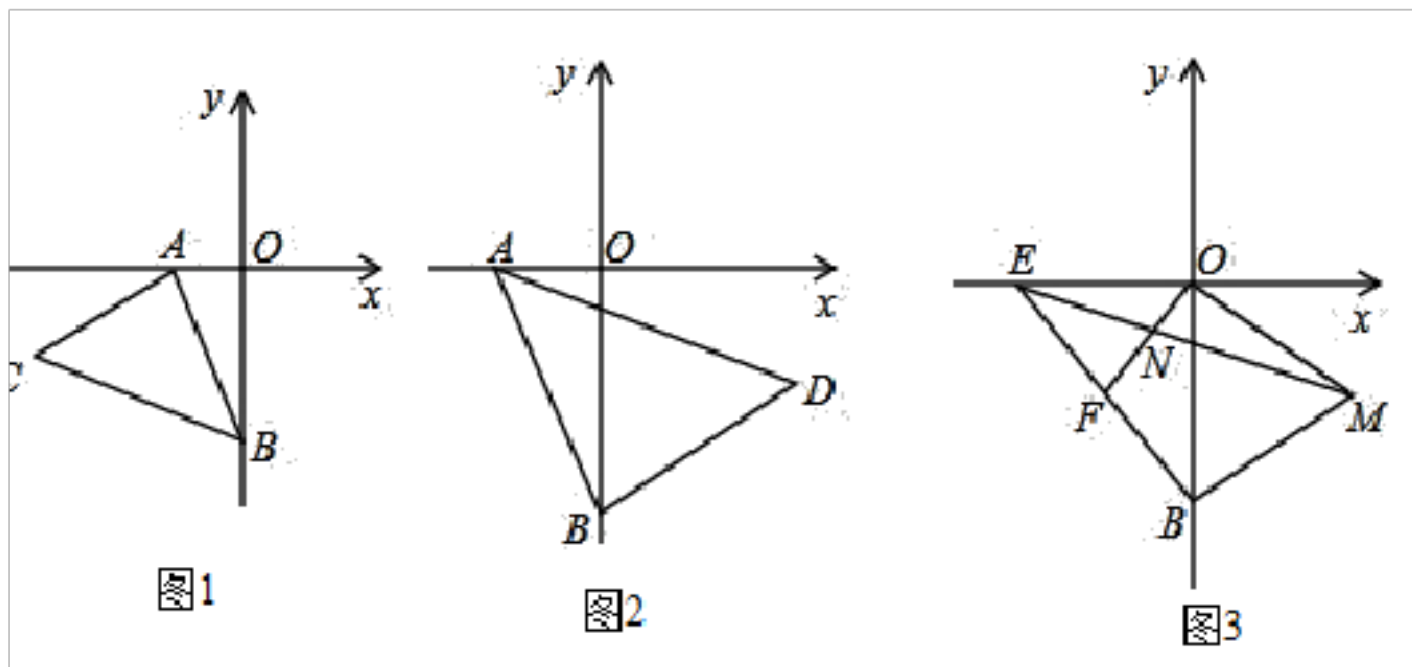
一、八年级数学全等三角形解答题压轴题 (难)

1. 已知: 在平面直角坐标系中, A 为 x 轴负半轴上的点, B 为 y 轴负半轴上的点.

(1) 如图 1, 以 A 点为顶点、 AB 为腰在第三象限作等腰 $Rt\triangle ABC$, 若 $OA=2$, $OB=4$, 试求 C 点的坐标;

(2) 如图 2, 若点 A 的坐标为 $(-2\sqrt{3}, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, -m)$, 点 D 的纵坐标为 n , 以 B 为顶点, BA 为腰作等腰 $Rt\triangle ABD$. 试问: 当 B 点沿 y 轴负半轴向下运动且其他条件都不变时, 整式 $2m-2n-5\sqrt{3}$ 的值是否发生变化? 若不发生变化, 请求出其值; 若发生变化, 请说明理由;

(3) 如图 3, E 为 x 轴负半轴上的一点, 且 $OB=OE$, $OF \perp EB$ 于点 F , 以 OB 为边作等边 $\triangle OBM$, 连接 EM 交 OF 于点 N , 试探索: 在线段 EF 、 EN 和 MN 中, 哪条线段等于 EM 与 ON 的差的一半? 请你写出这个等量关系, 并加以证明.



【答案】(1) $C(-6, -2)$; (2) 不发生变化, 值为 $-\sqrt{3}$; (3) $EN = \frac{1}{2}(EM - ON)$, 证明见详解.

【解析】

【分析】

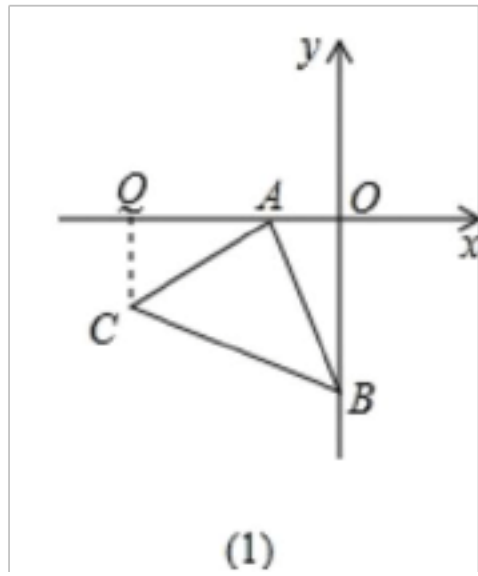
(1) 作 $CQ \perp OA$ 于点 Q , 可以证明 $\triangle AQC \cong \triangle BOA$, 由 $QC=OB, AQ=OA$, 再由条件就可以求出点 C 的坐标;

(2) 作 $DP \perp OB$ 于点 P , 可以证明 $\triangle AOB \cong \triangle BPD$, 则有 $BP=OB-PO=m-(-n)=m+n$ 为定值, 从而可以求出结论 $2m-2n-5\sqrt{3}$ 的值不变为 $-\sqrt{3}$.

(3) 作 $BH \perp EB$ 于点 H , 由条件可以得出 $\angle 1 = 30^\circ, \angle 2 = \angle 3 = \angle EMO = 15^\circ, \angle EOF = \angle BMG = 45^\circ, EO = BM$, 可以证明 $\triangle ENO \cong \triangle BGM$, 则 $GM = ON$, 就有 $EM - ON = EM - GM = EG$, 最后由平行线分线段成比例定理就可得出 $EN = \frac{1}{2}(EM - ON)$.

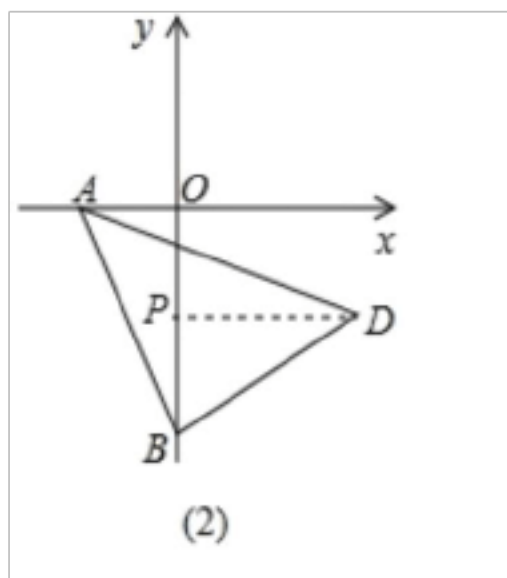
【详解】

(1) 如图 (1) 作 $CQ \perp OA$ 于 Q ,



$\therefore \angle AQC = 90^\circ$,
 $\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore AC = AB, \angle CAB = 90^\circ$,
 $\square \angle QAC + \square OAB = 90^\circ$,
 $\square \angle QAC + \square ACQ = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACQ = \angle BAO$,
 又 $\because AC = AB, \square AQC = \square AOB$,
 $\therefore \triangle AQC \cong \triangle BOA$ (AAS),
 $\therefore CQ = AO, AQ = BO$,
 $\because OA = 2, OB = 4$,
 $\therefore CQ = 2, AQ = 4$,
 $\therefore OQ = 6$,
 $\therefore C(-6, -2)$.

(2) 如图 (2) 作 $DP \perp OB$ 于点 P,



$\square \angle BPD = 90^\circ$,
 $\because \triangle ABD$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore AB = BD, \square ABD = \square ABO + \square OBD = 90^\circ$,
 $\square \angle OBD + \square BDP = 90^\circ$,
 $\square \angle ABO = \square BDP$
 又 $\square AB = BD, \square AOB = \square BPD = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle BPD$
 $\therefore AO = BP$
 $\square BP = OB - PO = m - (-n) = m + n$,
 $\triangle \quad \triangle$

$$\square A \square 2\sqrt{3}, 0,$$

$$\therefore OA = 2\sqrt{3},$$

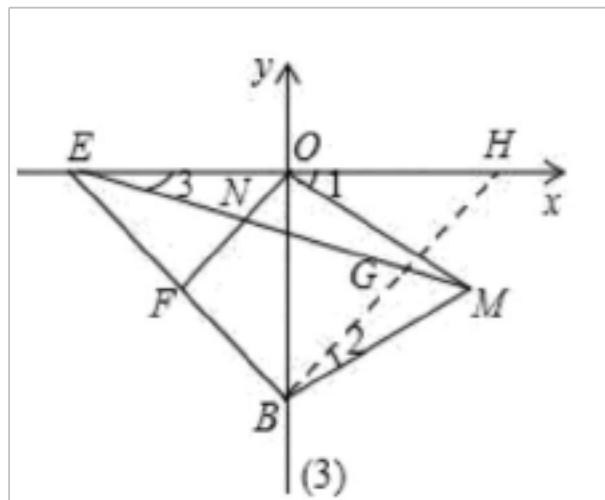
$$\square m+n = 2\sqrt{3},$$

\therefore 当点 B 沿 y 轴负半轴向下运动时, $AO=BP=m+n= 2\sqrt{3}$,

\therefore 整式 $2m \square 2n \square 5\sqrt{3}$ 的值不变为 $\square\sqrt{3}$.

$$(3) \quad EN \square \frac{1}{2} \square EM \square ON \square$$

证明: 如图 (3) 所示, 在 ME 上取一点 G 使得 $MG=ON$, 连接 BG 并延长, 交 x 轴于 H.



\because $\triangle OBM$ 为等边三角形,

$\therefore BO=BM=MO, \square OBM=\square OMB=\square BOM=60^\circ,$

$\therefore EO=MO, \angle EBM=105^\circ, \angle 1=30^\circ,$

$\square OE=OB,$

$\square OE=OM=BM,$

$\square \angle 3=\angle EMO=15^\circ,$

$\square \angle BEM=30^\circ, \square BME=45^\circ,$

$\square OF \square EB,$

$\square \angle EOF=\angle BME,$

$\therefore \triangle ENO \square \triangle BGM,$

$\therefore BG=EN,$

$\therefore ON=MG,$

$\therefore \angle 2=\angle 3,$

$\therefore \angle 2=15^\circ,$

$\square \angle EBG=90^\circ,$

$$\square BG = \frac{1}{2} EG,$$

$$\therefore EN = \frac{1}{2} EG,$$

$\therefore EG=EM-GM,$

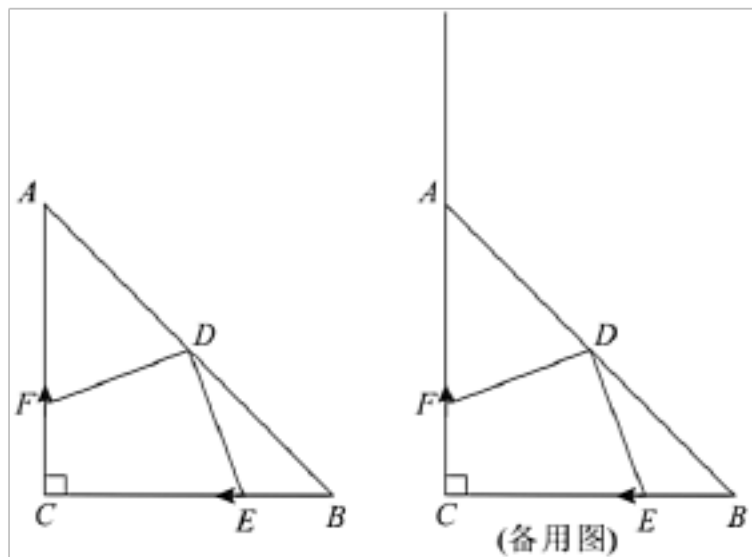
$$\therefore EN = \frac{1}{2} (EM-GM),$$

$$\therefore EN = \frac{1}{2} (EM-ON).$$

【点睛】

本题考查了等腰直角三角形的性质，等边三角形的性质，等腰三角形的性质，三角形的外角与内角的关系，全等三角形的判定与性质，平行线分线段成比例定理的运用.

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 4\text{cm}$ ，点 D 是斜边 AB 的中点. 点 E 从点 B 出发以 1cm/s 的速度向点 C 运动，点 F 同时从点 C 出发以一定的速度沿射线 CA 方向运动，规定当点 E 到终点 C 时停止运动. 设运动的时间为 x 秒，连接 DE 、 DF .



(1) 填空： $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$ ；

(2) 当 $x = 1$ 且点 F 运动的速度也是 1cm/s 时，求证： $DE = DF$ ；

(3) 若动点 F 以 3cm/s 的速度沿射线 CA 方向运动，在点 E 、点 F 运动过程中，如果存在某个时间 x ，使得 $\triangle ADF$ 的面积是 $\triangle BDE$ 面积的两倍，请你求出时间 x 的值.

【答案】 (1) 8; (2) 见解析; (3) $\frac{4}{5}$ 或 4.

【解析】

【分析】

(1) 直接可求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 连接 CD ，根据等腰直角三角形的性质可求： $\angle A = \angle B = \angle ACD = \angle DCB = 45^\circ$ ；即 $BD = CD$ 且 $BE = CF$ 即可证 $\triangle CDF \cong \triangle BDE$ ，可得 $DE = DF$ ；

(3) 分 $\triangle ADF$ 的面积是 $\triangle BDE$ 的面积的两倍和 $\triangle BDE$ 与 $\triangle ADF$ 的面积的两倍两种情况讨论，根据题意列出方程可求 x 的值.

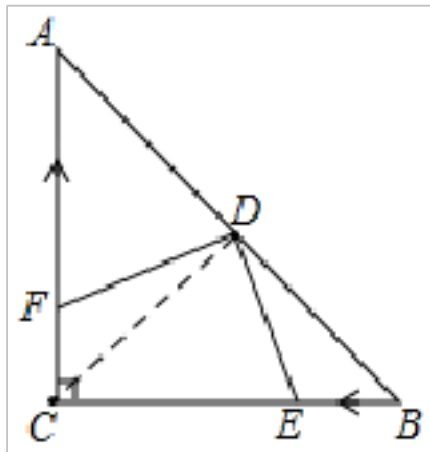
【详解】

解：(1) $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8\text{cm}^2$$

故答案为：8

(2) 如图：连接 CD



$\because AC=BC$ D 是 AB 中点

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$

又 $\because \angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle A=\angle B=\angle ACD=\angle DCB=45^\circ$

$\therefore CD=BD$

依题意得: $BE=CF$

\therefore 在 $\triangle CDF$ 与 $\triangle BDE$ 中

$\square BE \square CF$

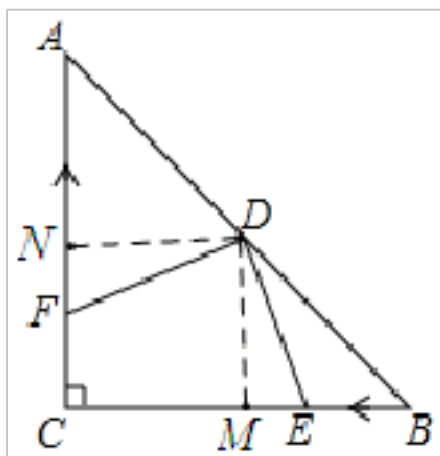
$\square B \square DCA$

$\square BD \square CD$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BDE$ (SAS)

$\therefore DE=DF$

(3) 如图: 过点 D 作 $DM \perp BC$ 于点 M , $DN \perp AC$ 于点 N ,



$\because AD=BD$ $\angle A=\angle B=45^\circ$, $\angle AND=\angle DMB=90^\circ$

$\therefore \triangle ADN \cong \triangle BDM$ (AAS)

$\therefore DN=DM$

当 $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle BDE}$

$\therefore \frac{1}{2} \times AF \times DN = 2 \times \frac{1}{2} \times BE \times DM$

$\therefore |4-3x|=2x$

$\therefore x_1=4, x_2=\frac{4}{5}$

综上所述: $x=\frac{4}{5}$ 或 4

【点睛】

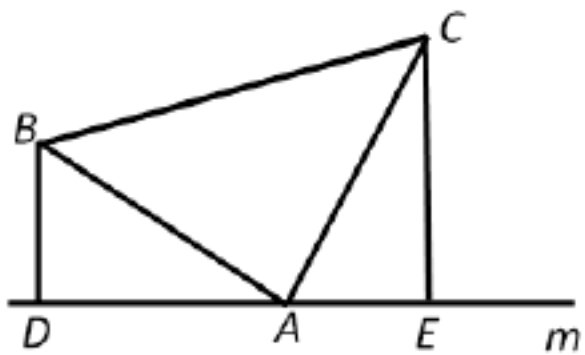
本题考查了动点问题的函数图象, 全等三角形的性质和判定, 利用分类思想解决问题是本

题的关键.

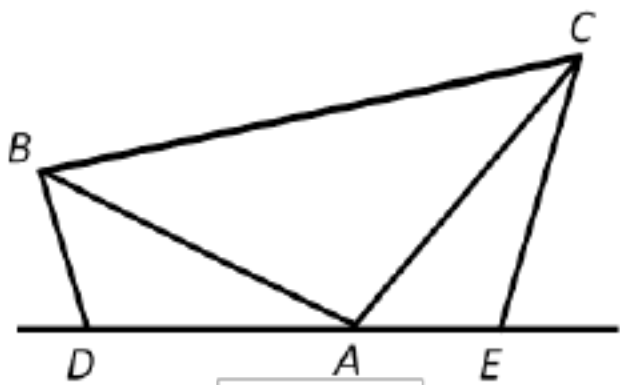
3. (1) 如图(1), 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$ 直线 m 经过点 A , $BD \perp$ 直线 m , $CE \perp$ 直线 m , 垂足分别为点 D 、 E . 求证: $DE=BD+CE$

(2) 如图(2), 将(1)中的条件改为: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且有 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$ 其中 α 为任意锐角或钝角. 请问结论 $DE=BD+CE$ 是否成立? 如成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

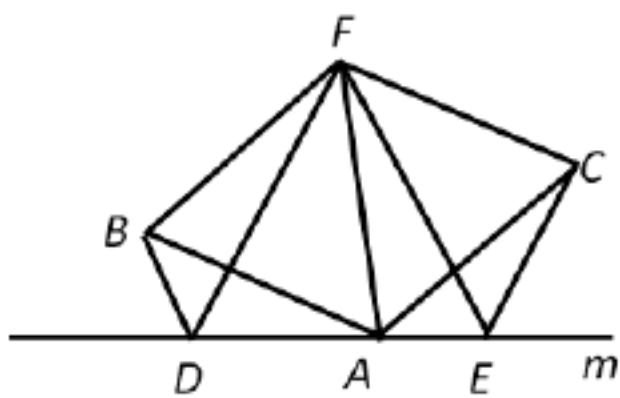
(3) 如图(3), D 、 E 是 D 、 A 、 E 三点所在直线 m 上的两动点 (D 、 A 、 E 三点互不重合), 点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点, 且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, 连接 BD 、 CE 若 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC$ 求证: $\triangle DEF$ 是等边三角形.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

【答案】(1)见解析; (2)成立, 理由见解析; (3)见解析

【解析】

【分析】

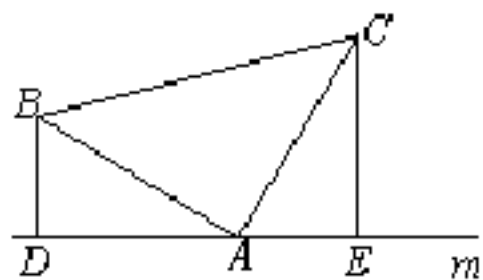
(1) 因为 $DE=DA+AE$, 故通过证 $\triangle BDA \cong \triangle AEC$, 得出 $DA=EC$, $AE=BD$, 从而证得 $DE=BD+CE$.

(2) 成立, 仍然通过证明 $\triangle BDA \cong \triangle AEC$, 得出 $BD=AE$, $AD=CE$, 所以 $DE=DA+AE=EC+BD$.

(3) 由 $\triangle BDA \cong \triangle AEC$ 得 $BD=AE$, $\angle BDA=\angle AEC$, $\triangle ABF$ 与 $\triangle ACF$ 均等边三角形, 得 $\angle FBA=\angle FAC=60^\circ$, $FB=FA$, 所以 $\angle FBA+\angle DBA=\angle FAC+\angle EAC$, 即 $\angle FBD=\angle FAB$, 所以 $\triangle BDF \cong \triangle AEF$, 所以 $FD=FE$, $\angle BFD=\angle AFE$, 再根据 $\angle BFD+\angle DFA=\angle BFA=60^\circ$, 得 $\angle AFE+\angle DFA=60^\circ$, 即 $\angle DFE=60^\circ$, 故 $\triangle DFE$ 是等边三角形.

【详解】

证明: (1) $\because BD \perp$ 直线 m , $CE \perp$ 直线 m



$\therefore \angle BDA=\angle CEA=90^\circ$, $\because \angle BAC=90^\circ$

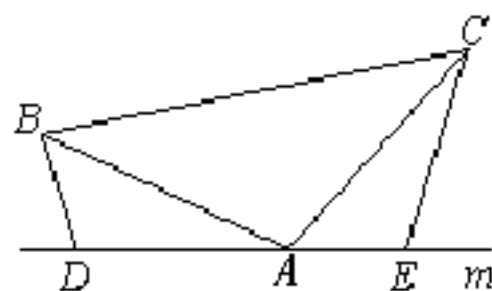
【图1】

$\therefore \angle BAD+\angle CAE=90^\circ$, $\because \angle BAD+\angle ABD=90^\circ$

$\therefore \angle CAE=\angle ABD$, 又 $AB=AC$, $\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA$

$\therefore AE=BD$, $AD=CE$, $\therefore DE=AE+AD=BD+CE$

(2) $\because \angle BDA=\angle BAC=\alpha$, $\therefore \angle DBA+\angle BAD=\angle BAD+\angle CAE=180^\circ-\alpha$



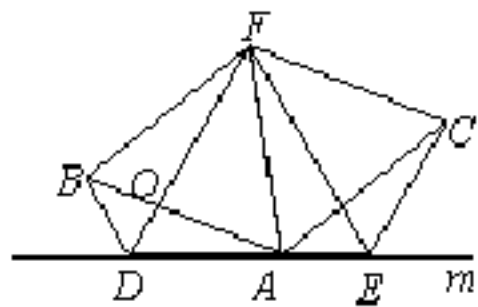
$\therefore \angle DBA=\angle CAE$, $\because \angle BDA=\angle AEC=\alpha$, $AB=AC$

【图2】

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA$, $\therefore AE=BD$, $AD=CE$

$\therefore DE=AE+AD=BD+CE$

(3) 由 (2) 知, $\triangle ADB \cong \triangle CEA$, $BD=AE$, $\angle DBA=\angle CAE$



$\because \triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, $\therefore \angle ABF=\angle CAF=60^\circ$

【图3】

$\therefore \angle DBA+\angle ABF=\angle CAE+\angle CAF$, $\therefore \angle DBF=\angle FAE$

$\because BF=AF$, $\therefore \triangle DBF \cong \triangle EAF$

$\therefore DF=EF$, $\angle BFD=\angle AFE$

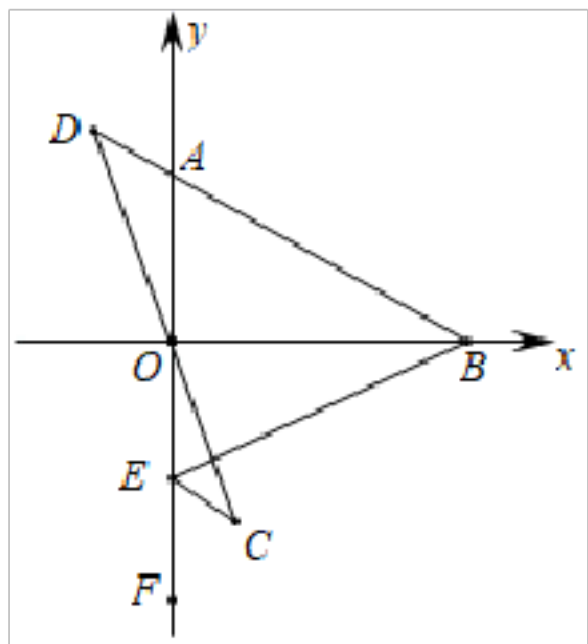
$\therefore \angle DFE=\angle DFA+\angle AFE=\angle DFA+\angle BFD=60^\circ$

$\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形.

【点睛】

利用全等三角形的性质证线段相等是证两条线段相等的重要方法.

4. 在平面直角坐标系中，点 $A(0, 5)$ ， $B(12, 0)$ ，在 y 轴负半轴上取点 E ，使 $OA=EO$ ，作 $\angle CEF=\angle AEB$ 直线 CO 交 BA 的延长线于点 D 。



(1) 根据题意，可求得 $OE=$ _____；

(2) 求证： $\triangle ADC \cong \triangle ECQ$

(3) 动点 P 从 E 出发沿 $E-O-B$ 路线运动速度为每秒 1 个单位，到 B 点处停止运动；动点 Q 从 B 出发沿 $B-O-E$ 运动速度为每秒 3 个单位，到 E 点处停止运动。二者同时开始运动，都要到达相应的终点才能停止。在某时刻，作 $PM \perp CD$ 于点 M ， $QN \perp CD$ 于点 N 。问两动点运动多长时间 $\triangle OPM$ 与 $\triangle OQN$ 全等？

【答案】 (1) 5； (2) 见解析； (3) 当两动点运动时间为 $\frac{7}{2}$ 、 $\frac{17}{4}$ 、10 秒时， $\triangle OPM$ 与 $\triangle OQN$ 全等

【解析】

【分析】

(1) 根据 $OA=OE$ 即可解决问题。

(2) 根据 ASA 证明三角形全等即可解决问题。

(3) 设运动的时间为 t 秒，分三种情况讨论：当点 P 、 Q 分别在 y 轴、 x 轴上时；当点 P 、 Q 都在 y 轴上时；当点 P 在 x 轴上， Q 在 y 轴上时若二者都没有提前停止，当点 Q 提前停止时；列方程即可得到结论。

【详解】

(1) $\because A(0, 5)$ ，

$\therefore OE=OA=5$ ，

故答案为 5。

(2) 如图 1 中，

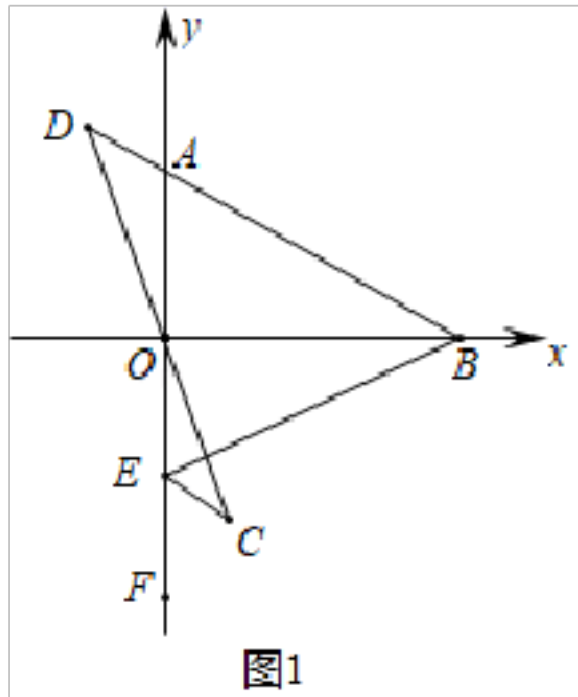


图1

$\because OE=OA, OB \perp AE,$

$\therefore BA=BE,$

$\therefore \angle BAO = \angle BEQ,$

$\because \angle CEF = \angle AEB,$

$\therefore \angle CEF = \angle BAQ,$

$\therefore \angle CEO = \angle DAQ,$

在 $\triangle ADO$ 与 $\triangle ECO$ 中,

$\begin{cases} \angle CEO = \angle DAQ \\ \angle A = \angle E \end{cases},$

$\begin{cases} OA = OE \\ \angle COE = \angle AOD \end{cases}$

$\therefore \triangle ADO \cong \triangle ECO (ASA).$

$\therefore \triangle ADO \cong \triangle ECO (ASA).$

(2) 设运动的时间为 t 秒, 当 $PO=QO$ 时, 易证 $\triangle OPM \cong \triangle OQN.$

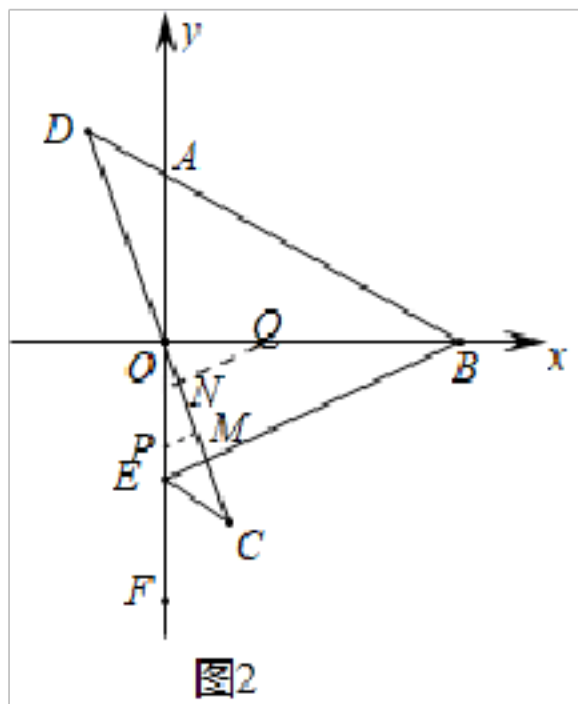


图2

分三种情况讨论:

① 当点 P, Q 分别在 y 轴、 x 轴上时 $PO=QO$ 得:

$$5 - t = 12 - 3t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{7}{2} \text{ (秒)},$$

② 当点 P, Q 都在 y 轴上时 $PO=QO$ 得:

$$5 - t = 3t - 12,$$

$$= \frac{17}{4} \text{ (秒)},$$

③当点 P 在 x 轴上, Q 在 y 轴上时,

若二者都没有提前停止, 则 $PO=QO$ 得:

$$t - 5 = 3t - 12,$$

解得 $t = \frac{7}{2}$ (秒) 不合题意;

当点 Q 运动到点 E 提前停止时,

有 $t - 5 = 5$, 解得 $t = 10$ (秒),

综上所述: 当两动点运动时间为 $\frac{7}{2}$ 、 $\frac{17}{4}$ 、10 秒时, $\triangle OPM$ 与 $\triangle OQN$ 全等.

【点睛】

本题属于三角形综合题, 考查了全等三角形的判定, 坐标与图形的性质等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考常考题型.

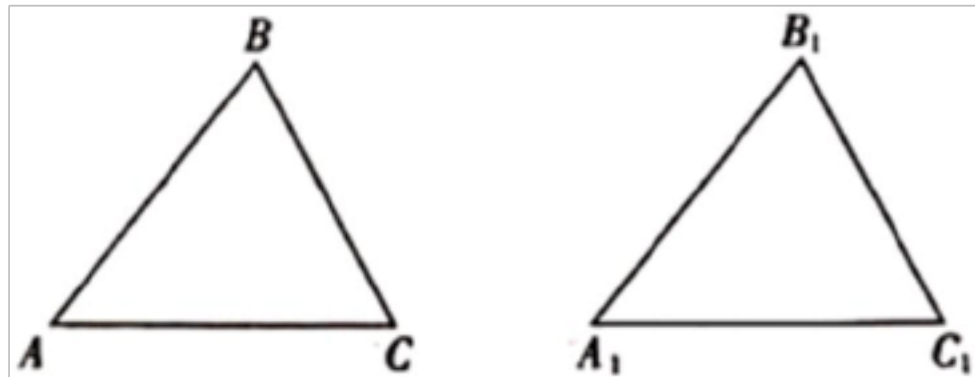
5. 综合与实践:

我们知道“两边及其中一边的对角分别对应相等的两个三角形不一定全等”但是, 乐乐发现: 当这两个三角形都是锐角三角形时, 它们会全等.

(1) 请你用所学知识判断乐乐说法的正确性.

如图, 已知 $\triangle ABC$ 、 $\triangle A_1B_1C_1$ 均为锐角三角形, 且 $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $\angle C=\angle C_1$.

求证: $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



(2) 除乐乐的发现之外, 当这两个三角形都是_____时, 它们也会全等.

【答案】(1) 见解析; (2) 钝角三角形或直角三角形.

【解析】

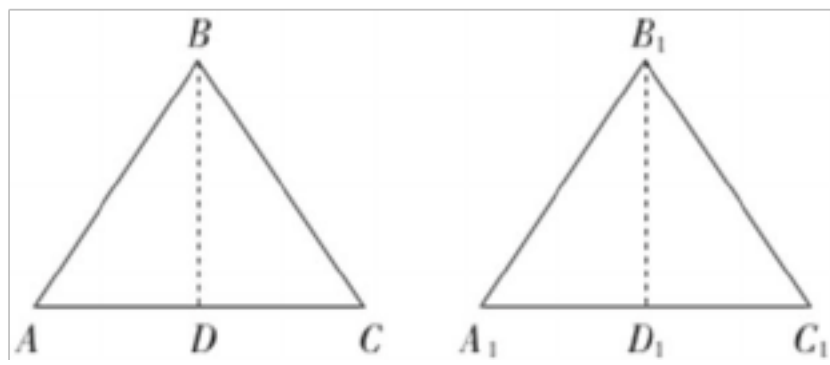
【分析】

(1) 过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D, 过 B_1 作 $B_1D_1 \perp B_1C_1$ 于 D_1 , 得出 $\angle BDA = \angle B_1D_1A_1 = \angle BDC = \angle B_1D_1C_1 = 90^\circ$, 根据 SAS 证 $\triangle BDC \cong \triangle B_1D_1C_1$, 推出 $BD = B_1D_1$, 根据 HL 证 $Rt\triangle BDA \cong Rt\triangle B_1D_1A_1$, 推出 $\angle A = \angle A_1$, 根据 AAS 推出 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ 即可.

(2) 当这两个三角形都是直角三角形时, 直接利用 HL 即可证明; 当这两个三角形都是钝角三角形时, 与 (1) 同理可证.

【详解】

) 证明: 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于 D , 过 B_1 作 $B_1D_1 \perp A_1C_1$ 于 D_1 ,



则 $\triangle BDA \cong \triangle B_1D_1A_1$, $\triangle BDC \cong \triangle B_1D_1C_1$ $\square 90^\circ$

在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle B_1D_1C_1$ 中,

$\angle C \cong \angle C_1$, $\angle BDC \cong \angle B_1D_1C_1$, $BC \cong B_1C_1$,

$\triangle BDC \cong \triangle B_1D_1C_1$,

$\therefore BD \cong B_1D_1$.

在 $\text{Rt}\triangle BDA$ 和 $\text{Rt}\triangle B_1D_1A_1$ 中,

$AB \cong A_1B_1$, $BD \cong B_1D_1$,

$\therefore \text{Rt}\triangle BDA \cong \text{Rt}\triangle B_1D_1A_1$ (HL),

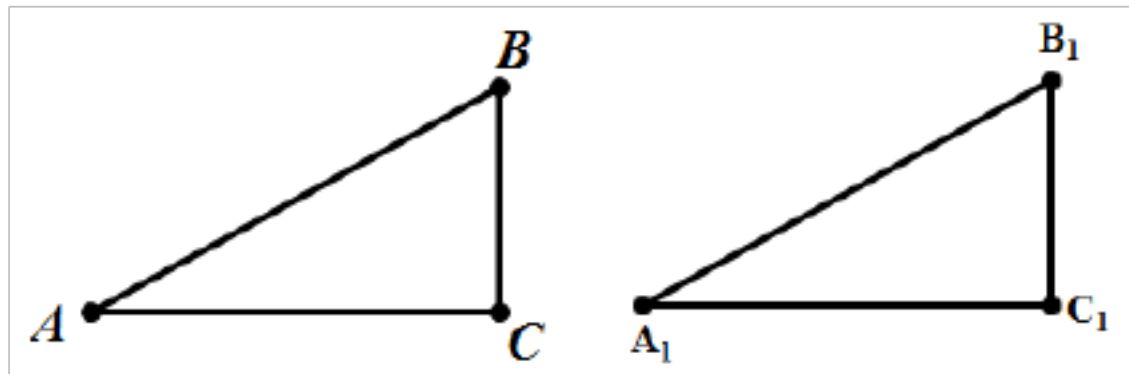
$\therefore \angle A \cong \angle A_1$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中,

$\angle C \cong \angle C_1$, $\angle A \cong \angle A_1$, $AB \cong A_1B_1$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ (AAS).

(2) 如图, 当这两个三角形都是直角三角形时,

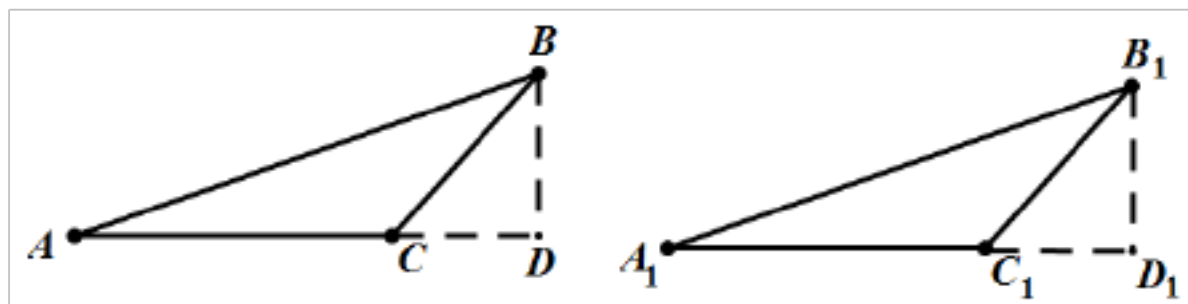


$\therefore AB \cong A_1B_1$, $BC \cong B_1C_1$, $\angle C \cong \angle C_1 \cong 90^\circ$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ (HL);

\therefore 当这两个三角形都是直角三角形时, 它们也会全等;

如图, 当这两个三角形都是钝角三角形时, 作 $BD \perp A_1C_1$, $B_1D_1 \perp AC_1$,



与 (1) 同理, 利用 AAS 先证明 $\triangle BDC \cong \triangle B_1D_1C_1$, 得到 $BD \cong B_1D_1$,

再利用 HL 证明 $\text{Rt}\triangle BDA \cong \text{Rt}\triangle B_1D_1A_1$, 得到 $\angle A \cong \angle A_1$,

证明 $\cong \square ABC$;
1 1 1

\therefore 当这两个三角形都是钝角三角形时，它们也会全等；

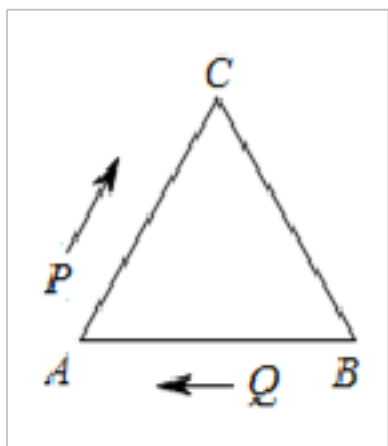
故答案为：钝角三角形或直角三角形.

【点睛】

本题考查了全等三角形的性质和判定的应用，主要考查学生的推理能力. 解题的关键是熟练掌握证明三角形全等的方法.

二、八年级数学 轴对称解答题压轴题（难）

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=AC=20$ cm 动点 P ， Q 分别从 A ， B 两点同时出发，沿三角形的边匀速运动. 已知点 P ，点 Q 的速度都是 2 cm/s，当点 P 第一次到达 B 点时， P ， Q 两点同时停止运动. 设点 P 的运动时间为 t (s).



(1) $\angle A =$ _____ 度；

(2) 当 $0 < t < 10$ ，且 $\triangle APQ$ 为直角三角形时，求 t 的值；

(3) 当 $\triangle APQ$ 为等边三角形时，直接写出 t 的值.

【答案】 (1) 60； (2) $\frac{10}{3}$ 或 $\frac{20}{3}$ ； (3) 5 或 20

【解析】

【分析】

(1) 根据等边三角形的性质即可解答；

(2) 需分 $\angle APQ=90^\circ$ 和 $\angle AQP=90^\circ$ 两种情况进行解答；

(3) 需分以下两种情况进行解答：①由 $\angle A=60^\circ$ ，则当 $AQ=AP$ 时， $\triangle APQ$ 为等边三角形；

②当 P 于 B 重合， Q 与 C 重合时， $\triangle APQ$ 为等边三角形.

【详解】

解：(1) 60° .

(2) $\because \angle A=60^\circ$ ，

当 $\angle APQ=90^\circ$ 时， $\angle AQP=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.

$\therefore QA=2PA$

即 $20-2t=2 \times 2t$.

解得 $t=\frac{10}{3}$.

当 $\angle AQP=90^\circ$ 时， $\angle APQ=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.

$\therefore PA=2QA$

$$2(20 - 2) = 2t.$$

$$\text{解得 } t = \frac{20}{3}.$$

当 $0 < t < 10$ ，且 $\triangle APQ$ 为直角三角形时， t 的值为 $\frac{10}{3}$ 或 $\frac{20}{3}$ 。

(3) ①由题意得： $AP=2t$ ， $AQ=20-2t$

$\because \angle A=60^\circ$

\therefore 当 $AQ=AP$ 时， $\triangle APQ$ 为等边三角形

$\therefore 2t=20-2t$ ，解得 $t=5$

② 当 P 于 B 重合， Q 与 C 重合，则所用时间为： $4 \div 2=20$

综上，当 $\triangle APQ$ 为等边三角形时， $t=5$ 或 20 。

【点睛】

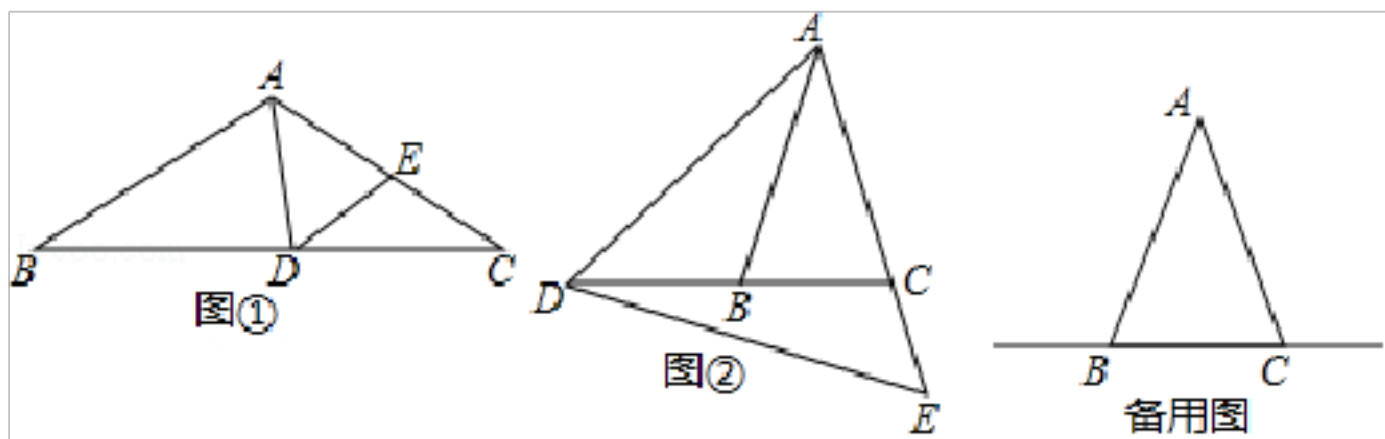
本题考查了等边三角形和直角三角形的判定以及动点问题，解答的关键在于正确的分类讨论以及对所学知识的灵活应用。

7. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = \angle ACB$ ，点 D 在 BC 所在的直线上，点 E 在射线 AC 上，且 $AD=AE$ ，连接 DE

(1) 如图①，若 $\angle B = \angle C = 35^\circ$ ， $\angle BAD = 80^\circ$ ，求 $\angle CDE$ 的度数；

(2) 如图②，若 $\angle ABC = \angle ACB = 75^\circ$ ， $\angle CDE = 18^\circ$ ，求 $\angle BAD$ 的度数；

(3) 当点 D 在直线 BC 上（不与点 B 、 C 重合）运动时，试探究 $\angle BAD$ 与 $\angle CDE$ 的数量关系，并说明理由。



【答案】 (1) 40° ； (2) 36° ； (3) $2\angle CDE = \angle BAD$ 理由见解析。

【解析】

【分析】

(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle BAC = 110^\circ$ ，根据等腰三角形的性质和三角形的外角的性质即可得到结论； (2) 根据三角形的外角的性质得到 $\angle E = 75^\circ - 18^\circ = 57^\circ$ ，根据等腰三角形的性质和三角形的外角的性质即可得到结论； (3) 设 $\angle ABC = \angle ACB = y^\circ$ ， $\angle ADE = \angle AED = x^\circ$ ， $\angle CDE = \alpha$ ， $\angle BAD = \beta$ ，分 3 种情况：①如图 1，当点 D 在点 B 的左侧时， $\angle ADC = x^\circ - \alpha$ ，②如图 2，当点 D 在线段 BC 上时， $\angle ADC = y^\circ + \alpha$ ，③如图 3，当点 D 在点 C 右侧时， $\angle ADC = y^\circ - \alpha$ ，根据这 3 种情况分别列方程组即，解方程组即可得到结论。

【详解】

解： (1) $\because \angle B = \angle C = 35^\circ$ ，

\angle ,
 $\because \angle BAD = 80^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = 30^\circ$,
 $\because AD = AE$
 $\therefore \angle ADE = \angle AED = 75^\circ$,
 $\therefore \angle CDE = \angle AED - \angle C = 75^\circ - 35^\circ = 40^\circ$;
 (2) $\because \angle ACB = 75^\circ$, $\angle CDE = 18^\circ$,
 $\therefore \angle E = 75^\circ - 18^\circ = 57^\circ$,
 $\therefore \angle ADE = \angle AED = 57^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = 39^\circ$,
 $\because \angle ABC = \angle ADB + \angle DAB = 75^\circ$,
 $\therefore \angle BAD = 36^\circ$

(3) 设 $\angle ABC = \angle ACB = y^\circ$, $\angle ADE = \angle AED = x^\circ$, $\angle CDE = \alpha$, $\angle BAD = \beta$

① 如图 1, 当点 D 在点 B 的左侧时, $\angle ADC = x^\circ - \alpha$

$$\begin{aligned} \therefore \square - \square x - \square & \text{ ①} \\ \square - \square y - \square x - \square - \square - \square & \text{ ②} \end{aligned}$$

②得, $2\alpha - \beta = 0$

$$\therefore 2\alpha = \beta$$

② 如图 2, 当点 D 在线段 BC 上时, $\angle ADC = y^\circ + \alpha$

$$\begin{aligned} \therefore \square y - \square x - \square & \text{ ①} \\ \square y + \square - \square x - \square & \text{ ②} \end{aligned}$$

①得, $\alpha = \beta - \alpha$,

$$\therefore 2\alpha = \beta$$

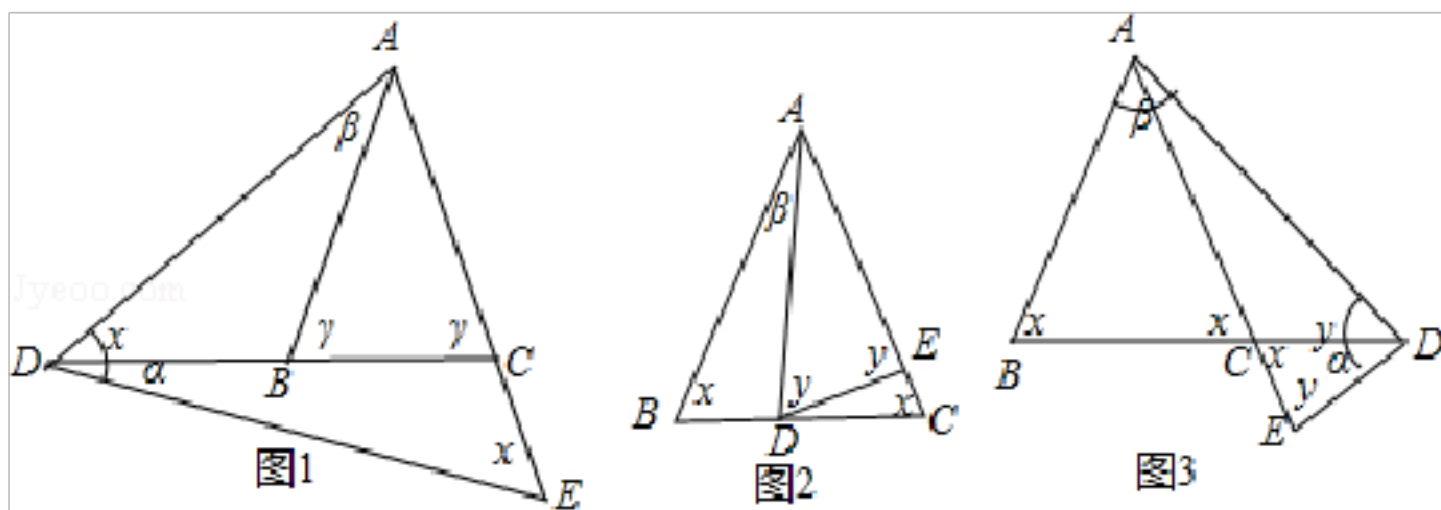
③ 如图 3, 当点 D 在点 C 右侧时, $\angle ADC = y^\circ + \alpha$

$$\begin{aligned} \therefore \square y - \square - \square x - \square - \square - 180 & \text{ ①} \\ \square y - \square x - \square - \square - 180 & \text{ ②} \end{aligned}$$

①得, $2\alpha - \beta = 0$

$$\therefore 2\alpha = \beta$$

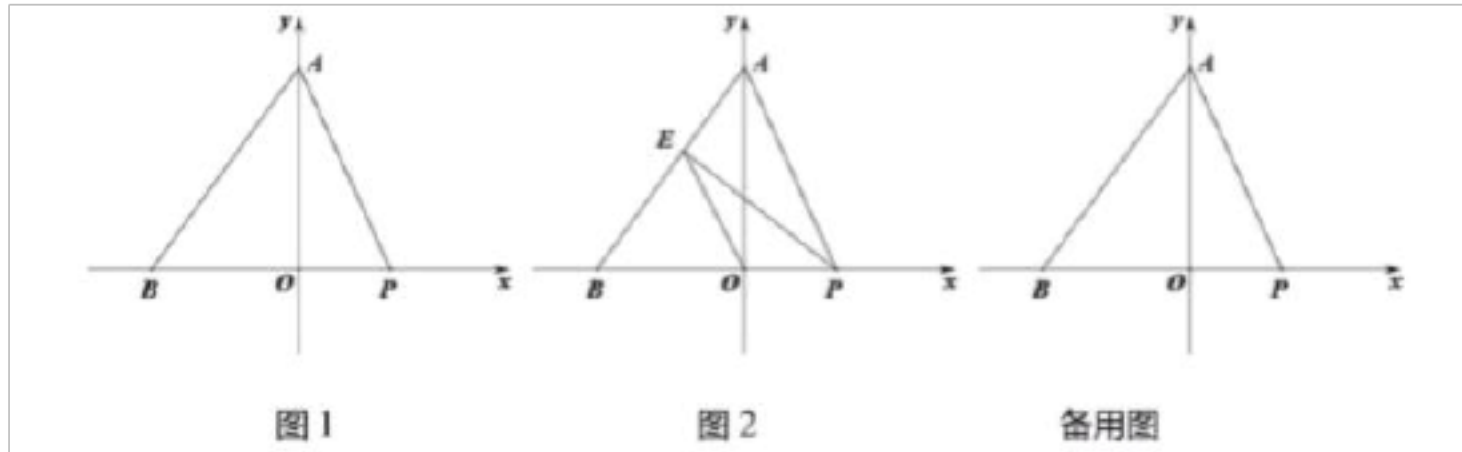
综上所述, $\angle BAD$ 与 $\angle CDE$ 的数量关系是 $2\angle CDE = \angle BAD$



【点睛】

本题考查了等腰三角形的性质, 三角形外角的性质, 三角形的内角和, 熟知三角形的外角

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 B 坐标为 $(-6, 0)$ ，点 A 是 y 轴正半轴上一点，且 $AB = 10$ ，点 P 是 x 轴上位于点 B 右侧的一个动点，设点 P 的坐标为 $(m, 0)$



- (1) 点 A 的坐标为 _____；
 (2) 当 $\triangle ABP$ 是等腰三角形时，求 P 点的坐标；
 (3) 如图 2，过点 P 作 $PE \perp AB$ 交线段 AB 于点 E ，连接 OE ，若点 A 关于直线 OE 的对称点为 A' ，当点 A' 恰好落在直线 PE 上时， $BE =$ _____。(直接写出答案)

【答案】 (1) $(0, 8)$ ； (2) $(4, 0)$ 或 $(6, 0)$ 或 $(\frac{7}{3}, 0)$ ； (3) $\frac{42}{5}$

【解析】

【分析】

(1) 根据勾股定理可以求出 AO 的长，则可得出 A 的坐标；

(2) 分三种情况讨论等腰三角形的情况，得出点 P 的坐标；

(3) 根据 $PE \perp AB$ ，点 A' 在直线 PE 上，得到 $\angle EAG = \angle OPG$ ，利用点 A, A' 关于直线 OE 对称点，根据对称性，可证 $\angle OPG = \angle EAO$ ，可得 $\angle OP = \angle OA' = 8$ ， $AP = 8\sqrt{2}$ ，
 设 $BE = x$ ，则有 $AE = 6 - x$ ，根据勾股定理，有： $BP^2 = BE^2 + EP^2 = AP^2 - AE^2$
 解之即可。

【详解】

解：(1) 点 B 坐标为 $(-6, 0)$ ，点 A 是 y 轴正半轴上一点，且 $AB = 10$ ，

$\therefore \triangle ABO$ 是直角三角形，根据勾股定理有：

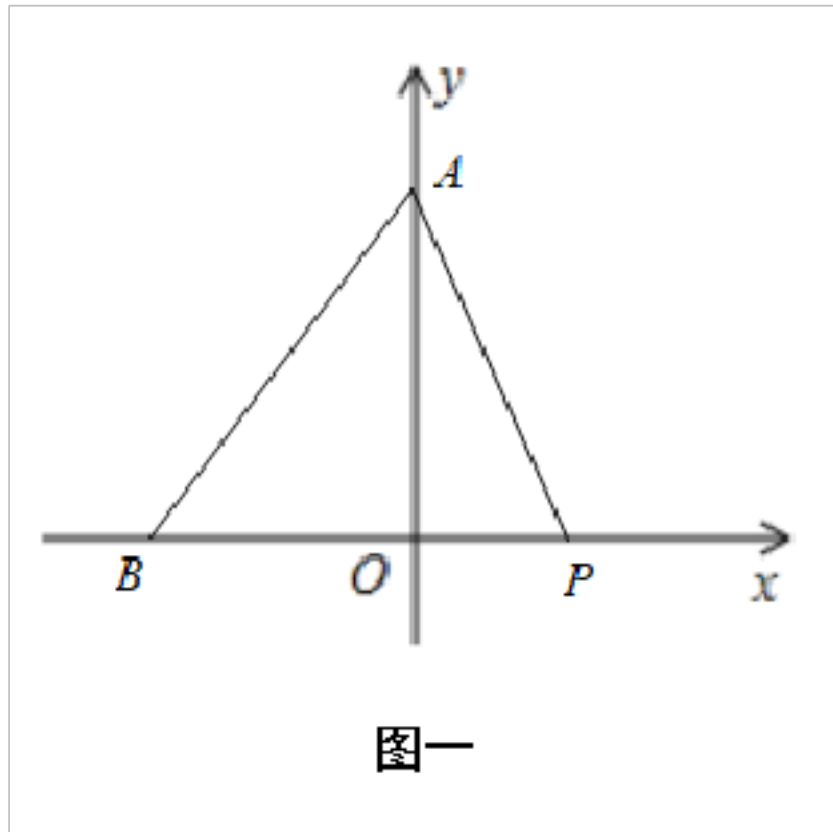
$$AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

\therefore 点 A 的坐标为 $(0, 8)$ ；

(2) $\because \triangle ABP$ 是等腰三角形，

当 $BP = AB$ 时，如图一所示：

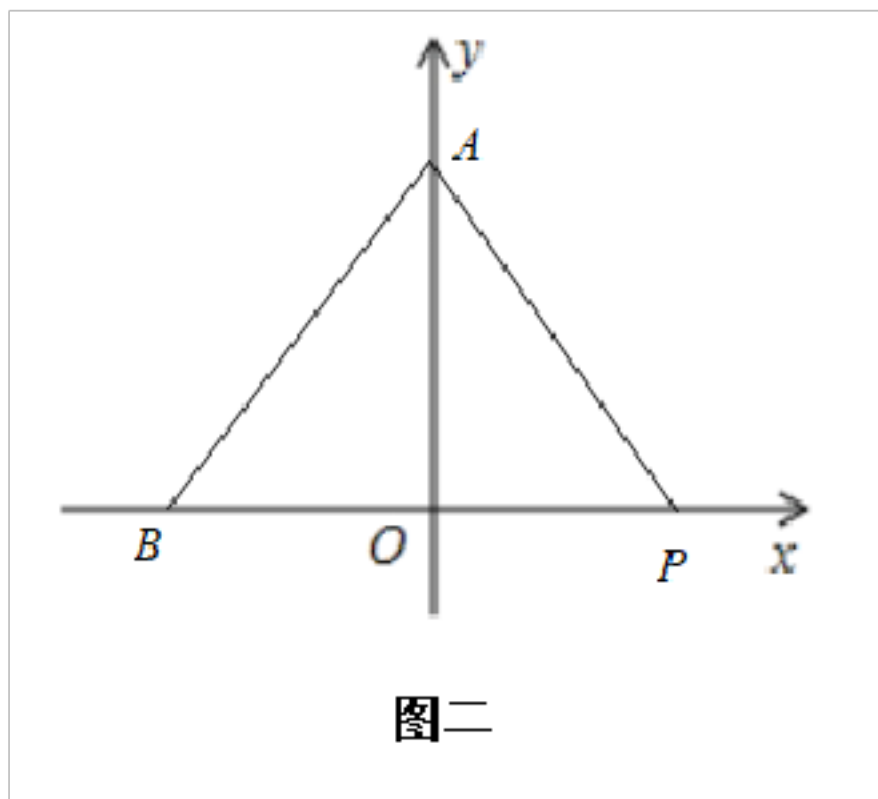
=



$\therefore OP = BP - BO = 10 - 6 = 4,$

$\therefore P$ 点的坐标是 $(4, 0)$;

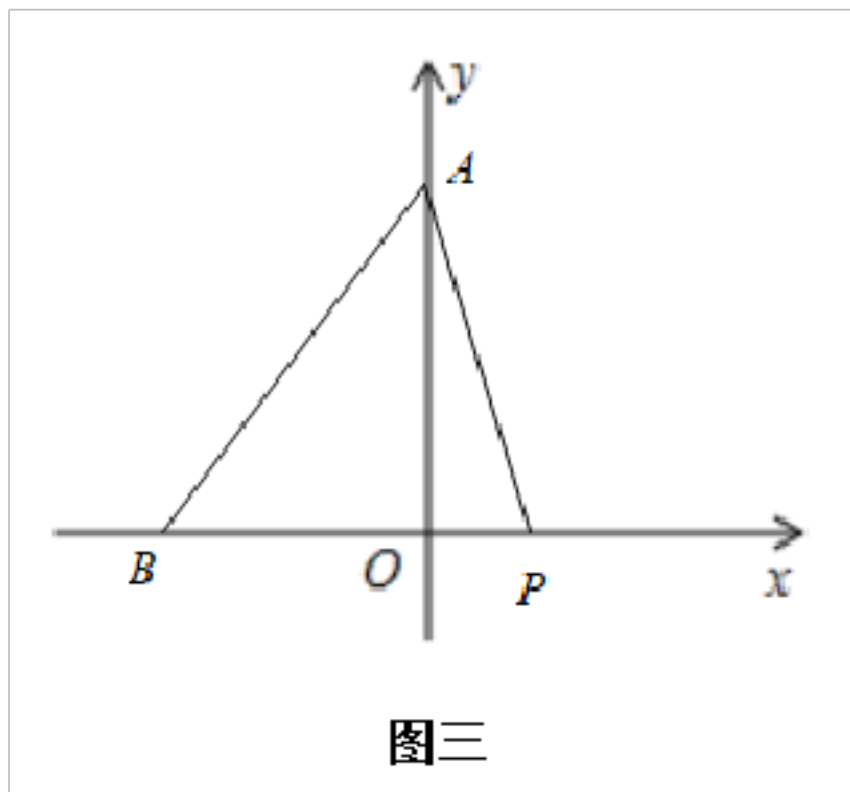
当 $AP \perp AB$ 时, 如图二所示:



$\therefore OP = BO = 6$

$\therefore P$ 点的坐标是 $(6, 0)$;

当 $AP \perp BP$ 时, 如图三所示:



图三

设 $OP = x$, 则有 $AP = 6 - x$

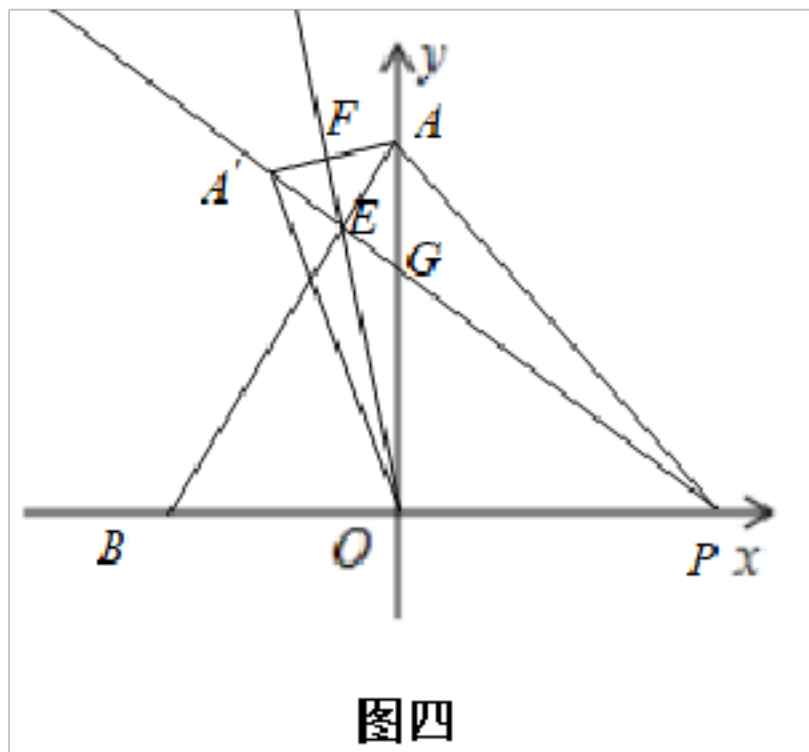
∴ 根据勾股定理有: $OP^2 + AO^2 = AP^2$

即: $x^2 + 8^2 = (6 - x)^2$

解之得: $x = \frac{7}{3}$

∴ P 点的坐标是 $(\frac{7}{3}, 0)$

(3) 当 $\triangle ABP$ 是钝角三角形时, 点 A 不存在;
当 $\triangle ABP$ 是锐角三角形时, 如图四示:



图四

连接 OA' ,

∵ $PE \perp AB$, 点 A 在直线 PE 上,

∴ $\triangle AEG$ 和 $\triangle OGP$ 是直角三角形, $\angle EGA = \angle OGP$

∴ $\angle EAG = \angle OPG$,

∵ 点 A, A' 关于直线 OE 对称点, $\angle AEO = \angle A'EO$

根据对称性, 有 $OA = OA' = 8$, $EA = EA'$

∴ $\angle FAO = \angle FA'O$, $\angle FAE = \angle FA'E$

∴ $\angle EAG = \angle EAO = \angle FA'O - \angle FA'E = \angle FA'O - \angle FA'E = \angle OPG = \angle EGA$

则有： $\angle OPG = \angle EAO$

$\therefore \triangle AOP$ 是等腰三角形，则有 $OP = OA = 8$ ，

$\therefore AP = \sqrt{AO^2 - OP^2} = \sqrt{8^2 - 8^2} = 8\sqrt{2}$ ，

设 $BE = x$ ，则有 $AE = 6 - x$ ，

根据勾股定理，有：

$$BP^2 = BE^2 + EP^2 = AP^2 + AE^2$$

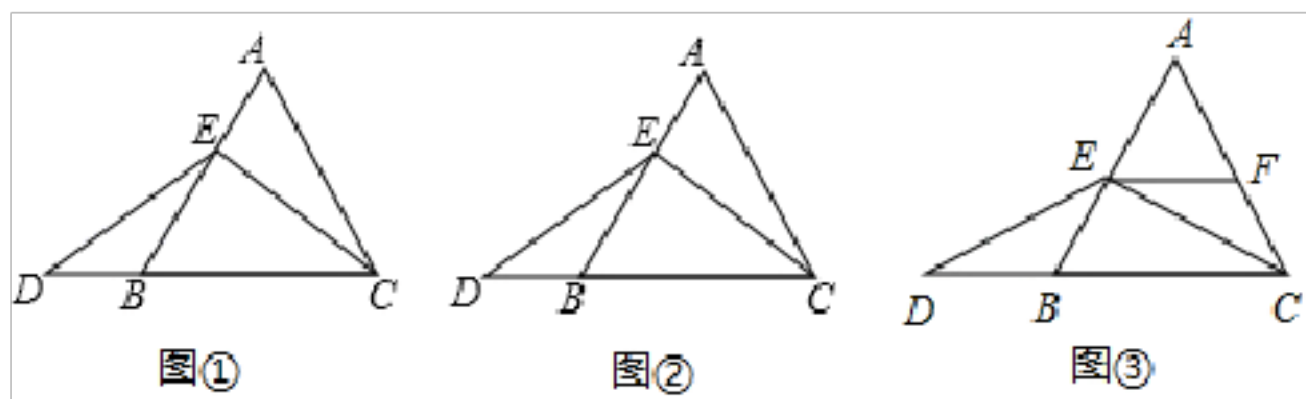
$$\text{即： } 6^2 - 8^2 - x^2 = 8\sqrt{2}^2 - 10 - x^2$$

$$\text{解之得： } BE = x = \frac{42}{5}$$

【点睛】

本题考查了三角形的综合问题，涉及的知识点有：解方程，等腰三角形的判定与性质，对称等知识点，能分类讨论，熟练运用各性质定理，是解题的关键。

9. 八年级的小明同学遇到这样一道数学题目： $\triangle ABC$ 为边长为4的等边三角形，E是边AB边上任意一动点，点D在CB的延长线上，且满足 $AE = BD$ 。



(1) 如图①，当点E为AB的中点时， $DE = \underline{\quad}$ ；

(2) 如图②，点E在运动过程中，DE与EC满足什么数量关系？请说明理由；

(3) 如图③，F是AC的中点，连接EF. 在AB边上是否存在点E，使得 $DE + EF$ 值最小？若存在，求出这个最小值；若不存在，请说明理由。（直角三角形中， 30° 所对的边是斜边的一半）

【答案】 (1) $2\sqrt{3}$ ； (2) $DE = CE$ ，理由见解析； (3) 这个最小值为 $2\sqrt{7}$ ；

【解析】

【分析】

(1) 如图①，过点E作 $EH \perp BC$ 于H，由等边三角形的性质可得 $BE = DB = AE = 2$ ，由直角三角形的性质可求 $BH = 1$ ， $EH = \sqrt{3}$ ，由勾股定理可求解；

(2) 如图②，过E作 $EF \parallel BC$ 交AC于F，可证 $\triangle AEF$ 是等边三角形， $AE = EF = AF = BD$ ，由“SAS”可证 $\triangle DBE \cong \triangle EFC$ ，可得 $DE = CE$ ；

(3) 如图③，将 $\triangle ABC$ 沿AB翻折得到 $\triangle ABC'$ ，连接 $C'F$ 交AB于点 E' ，连接 CE' ， DE' ，过点F作 $FH \perp AC'$ 于点H，由“SAS”可证 $\triangle ACE' \cong \triangle ACE'$ ，可得 $CE' = CE$ ，可得当点C'，点E'，点F三点共线时， $DE + EF$ 的值最小，由勾股定理可求最小值。

【详解】

(1) 如图①，过点E作 $EH \perp BC$ 于H，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/878056143060006071>