专题 9.10　平行四边形中常见的四种思想方法

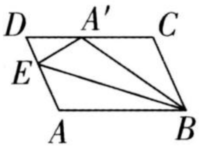
【苏科版】

考卷信息：

本套训练卷共 30 题，题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，可加强学生对平行四边形中常见的四种思想方法的理解！

【类型 1　整体思想】

1.（2021 秋·黑龙江佳木斯·九年级统考期中）如图，平行四边形 *ABCD* 中，点 *E* 在边 *AD* 上，若点 *A* 关于 *BE* 的对称点A′落在 *CD* 上，△DEA′的周长为 8，△CBA′的周长为 18，则$A'C$的长为__________.



【答案】

5

【解析】由折叠的性质得，$EA' = AE$，$BA' = AB$.

∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

∴ $AD = BC$，$AB = DC$.

∵$\triangle A'DE$的周长为 8，即$DA' + DE + EA' = 8$，

∴ $DA' + DE + AE = 8$，即$DA' + AD = 8$.

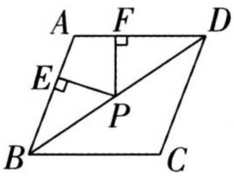
∵$\triangle A'CB$的周长为 18，即$A'C + BC + BA' = 18$，

∴ $A'C + AD + DC = 18$，即$2A'C + AD + DA' = 18$.

∴ $2A'C + 8 = 18$，

∴ $A'C=5$

2.（2022 秋·山东济宁·八年级济宁学院附属中学校考期末）如图，菱形 *ABCD* 的周长为 40，面积为 80，*P* 是对角线 *BD* 上一点，分别作 *P* 点到直线 *AB*、*AD* 的垂线段 *PE*、*PF*，则$PE + PF$等于__________.



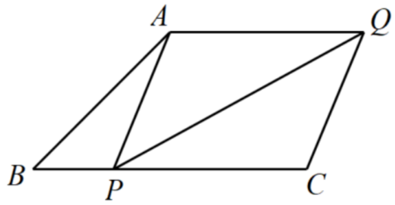
【答案】

8

【解析】解析：∵菱形 ABCD 的周长为 40，面积为 80，∴ $\mathrm{AB}=\mathrm{AD}=10$，$S_{\triangle ABD}=40$.∵分别作 P 点到直线 AB、AD 的垂线段 PE、PF，∴ $\frac{1}{2}\times \mathrm{AB}\times \mathrm{PE}+\frac{1}{2}\times \mathrm{PF}\times \mathrm{AD}=40$，

∴ $\frac{1}{2}\times 10(\mathrm{PE}+\mathrm{PF})=40$，∴ $\mathrm{PE}+\mathrm{PF}=8$.

3. （2022 春·江苏无锡·八年级统考期末）如图，$\angle ABC$＝45°，AB＝2，BC＝$2\sqrt{2}$，点 P 为 BC 上一动点，$AQ\parallel BC$，$CQ\parallel AP$，AQ 、CQ 交于点 Q，则四边形 $APCQ$ 的形状是______，连接 PQ，当 PQ 取得最小值时，四边形 $APCQ$ 的周长为_____.



【答案】　平行四边形　$\sqrt{2}+\sqrt{10}$##$\sqrt{10}+\sqrt{2}$

【分析】根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形即可求解；当 PQ 是 AQ 和 BC 间距离时 PQ 取得最小值，计算四边形 $APCQ$ 的周长即可.

【详解】解：如图，∵$AQ\parallel BC$，$CQ\parallel AP$，

∴四边形 $APCQ$ 是平行四边形.

当 $PQ\perp BC$ 时，PQ 取得最小值，

∵四边形 $APCQ$ 是平行四边形，

∴$AH=HC=\frac{1}{2}AC$，$QH=PH=\frac{1}{2}PQ$，

∵$\angle ABC$=45°，AB=2，BC=$2\sqrt{2}$，

∴AC=2，$\angle ACB$=45°，

∵$QP\perp BC$，

∴$\angle PHC$=45°，

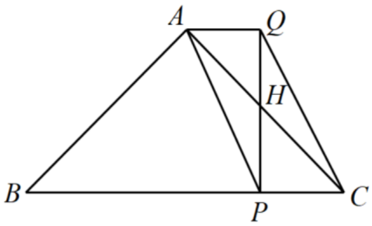
∴$PH=PC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴$PQ=\sqrt{2}$，

∴$QC=\sqrt{PC^2+PQ^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

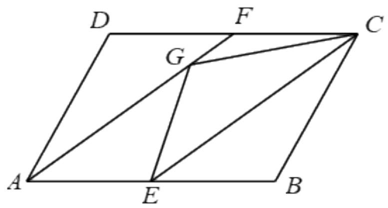
∴四边形 $APCQ$ 的周长为：$2PC+2QC=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2\times\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{2}+\sqrt{10}$，

故答案为：平行四边形；$\sqrt{2}+\sqrt{10}$.



【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，等腰三角形的判定，垂线段最短的性质，综合性较强．

4.（2022春·河南南阳·八年级统考期末）在▱$ABCD$中，点E为AB边的中点，连接CE，将△BCE沿着CE翻折，点B落在点G处，连接AG并延长，交CD于F．



(1)求证：四边形$AECF$是平行四边形；

(2)若CF＝5，△GCE的周长为20，求四边形$ABCF$的周长．

【答案】(1)见解析

(2)30

【分析】（1）根据平行四边形的性质得出$AE\parallel FC$，根据折叠及已知条件得出$AE=GE$，根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质，证明$\angle FAE=\angle CEB$，再根据平行线的判定得出$AF\parallel EC$，即可证明结论；

（2）由折叠的性质得：$GE=BE$，$GC=BC$，根据△GCE的周长为20，得出$GE+CE+GC=20$，即可得出$BE+CE+BC=20$，再根据平行四边形的性质求出$AF=CE$，$AE=CF=5$，即可求出结果．

【详解】（1）证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AE\parallel FC$，

∵点E是AB边的中点，

∴$AE=BE$，

∵将△BCE沿着CE翻折，点B落在点G处，

∴$BE=GE$，$\angle CEB=\angle CEG$，

∴$AE=GE$，

∴$\angle FAE=\angle AGE$，

∵$\angle CEB=\angle CEG=\ \angle BEG$，$\angle BEG=\angle FAE+\angle AGE$，

∴$\angle FAE=\ \angle BEG$，

∴$\angle FAE=\angle CEB$，

∴$AF\parallel EC$，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形．

（2）解：由折叠的性质得：$GE=BE$，$GC=BC$，

∵$\triangle GCE$ 的周长为 20，

∴$GE+CE+GC=20$，

∴$BE+CE+BC=20$，

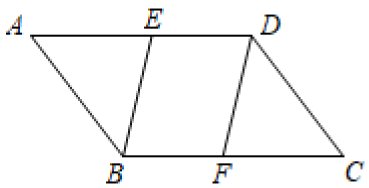
∵四边形 $AECF$ 是平行四边形，

∴$AF=CE$，$AE=CF=5$，

∴四边形 $ABCF$ 的周长$=AB+BC+CF+AF=AE+BE+BC+CE+CF=5+20+5=30$．

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质和判定，三角形外角的性质，等腰三角形的性质，熟练掌握平行四边形的性质和判定，是解题的关键．

5.（2022 秋·江苏南京·九年级南京市第二十九中学校考开学考试）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD>AB$，点 E、F 分别在边 AD、BC 上，且 $AE=CF$，连接 BE、DF．



(1)求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

(2)若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 26，面积为 $18\sqrt{3}$，且$\angle A=60°$，当 BE 平分$\angle ABC$ 时，则四边形 $BEDF$ 的周长为____．

【答案】(1)见解析

(2)18

【分析】（1）利用平行四边形的性质可得 $AD\parallel BC$，$AD=BC$，从而可得 $DE=BF$，然后利用平行四边形的判定方法，即可解答；

（2）过点 B 作 $BM\perp AD$，垂足为 M，根据平行四边形的周长和面积可得方程组，根据含 30 度角的直角三角

形的性质，勾股定理得出$MB=\sqrt{3}AM=\ \frac{\sqrt{3}}{2}AB$，进而可得$\begin{cases}AD+AB=13\\ AD\cdot AB=36\end{cases}$，解方程组即可求得$AD,AB$，然后证明△ABE 是等边三角形，从而求出 BE 的长，进行计算即可解答．

【详解】（1）（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴AD∥BC，$AD=BC$，

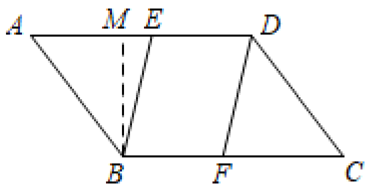
∵$AE=CF$，

∴$AD-AE=BC-CF$，

∴$DE=BF$，

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

（2）过点 B 作 $BM⊥AD$，垂足为 M，



∵平行四边形 $ABCD$ 的周长为 26，面积为$18\sqrt{3}$，

∴$\begin{cases}2(AD+AB)=26\\ AD\cdot BM=18\sqrt{3}\end{cases}$，

在 Rt△ABM 中，∠A=60°，

$$\therefore \angle ABM=30°$$

$$\therefore 2AM=AB$$

$\therefore MB=\sqrt{3}AM=\ \frac{\sqrt{3}}{2}AB$

∴$\begin{cases}AD+AB=13\\ AD\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}AB=18\sqrt{3}\end{cases}$，

化简得：$\begin{cases}AD+AB=13\\ AD\cdot AB=36\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}AD=4\\ AB=9\end{cases}$或$\begin{cases}AD=9\\ AB=4\end{cases}$，

∵AD＞AB，

∴AD=9，AB=4，

∵BE 平分∠ABC，

∴∠ABE=∠EBC，

∵AD∥BC，

∴∠AEB=∠EBC，

∴∠ABE=∠AEB，

∴AE=AB=4，

∴DE=AD-AE=9-4=5，

∵∠A=60°，

∴△ABE 是等边三角形，

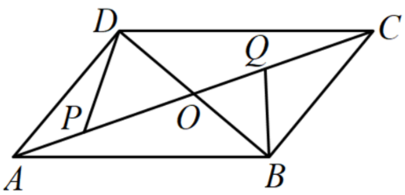
∴BE=AB=4，

∴四边形 $BEDF$ 的周长=2（BE+DE）=18，

故答案为：18．

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键．

6.（2021 秋·黑龙江佳木斯·九年级统考期中）如图，△AOD 和△COB 关于点 O 中心对称，∠AOD＝60°，△ADO＝90°，BD＝12，P 是 AO 上一动点，Q 是 OC 上一动点（点 P，Q 不与端点重合），且 AP＝OQ．连接 BQ，DP，则 DP+BQ 的最小值是_______．



【答案】12

【分析】由中心对称的性质可得 BO＝DO＝6，AO＝OC，可证四边形 $ABCD$ 是平行四边形，由直角三角形的性质可得 AO＝2DO＝12，当 AP＝OP 时，DP+BQ 的值最小，此时 P 为 OA 的中点，由直角三角形斜边上的中线性质得出 DP、BQ，即可得出结果．

【详解】解：∵△AOD 和△COB 关于点 O 中心对称，

∴BO＝DO＝6，AO＝OC，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∵∠AOD＝60°，∠ADO＝90°，

∴∠DAO＝30°，

∴AO＝2DO＝12，

∵AP＝OQ，

∴PQ＝AO＝12，

如图，作$DK\parallel AC$，使得 $DK=PQ=12$，连接 BK，

∴四边形 $DPQK$ 为平行四边形，

∴$DP=KQ$，$\angle BDK=\angle BOC=\angle AOD=60°$，

此时 $DP+BQ=KQ+BQ=BK$ 的值最小，

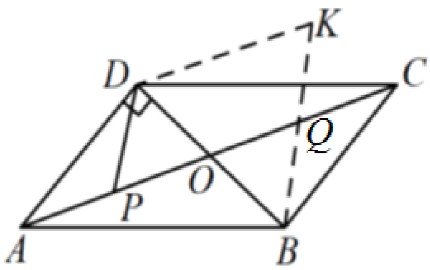
∵$DK=PQ=BD=12$，

∴$\triangle BDK$ 是等边三角形，

∴$BK=DB=12$，

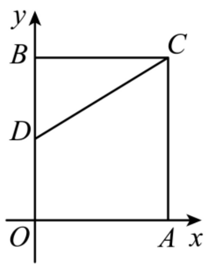
∴$DP+BQ$ 的最小值为 12.

故答案为：12.



【点睛】本题主要考查了平行四边形的判定和性质，直角三角形的性质，等边三角形的判定和性质，熟练掌握平行四边形的判定和性质，直角三角形的性质，等边三角形的判定和性质是解题的关键.

7.（2023 春·全国·八年级期末）在平面直角坐标系中，矩形 $OACB$ 的顶点 O 在坐标原点，顶点 A、B 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上，A（3，0），B（0，4），D 为边 OB 的中点.



(1)若 E 为边 OA 上的一个动点，求$\triangle CDE$的周长最小值；

(2)若 E、F 为边 OA 上的两个动点，且 $EF=1$，当四边形 $CDEF$ 的周长最小时，求点 E、F 的坐标.

【答案】(1)$\sqrt{13}+3\sqrt{5}$

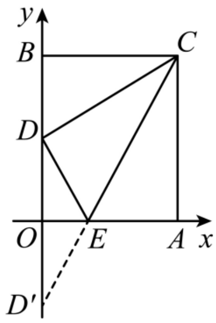
(2)$\left(\frac{2}{3},0\right)$，$\left(\frac{5}{3},0\right)$

【分析】（1）作点 D 关于 x 轴的对称点D'，连接CD'与 x 轴交于点 E，连接 DE，先求出直线CD'的关系式，

得出点 E 的坐标，求出 AE=2，根据勾股定理求出$CD=\sqrt{13}$，$DE=\sqrt{5}$，$CE=2\sqrt{5}$，即可得出答案；

（2）将点 D 向右平移 1 个单位得到D'（1,2），作D'关于 x 轴的对称点D''（1,−2），连接CD''交 x 轴于点 F，将点 F 向左平移 1 个单位到点 E，此时点 E 和点 F 为所求作的点，用待定系数法求出CD''的关系式，然后求出与 x 轴的交点坐标，即可得出答案．

【详解】⑴解: 如图，作点 D 关于 x 轴的对称点D'，连接CD'与 x 轴交于点 E，连接 DE，由模型可知$\triangle CDE$的周长最小，



∵在矩形 $OACB$ 中，OA=3，OB=4，D 为 OB 的中点，

∴D（0，2），C（3，4），D'（0，−2），

设直线CD'为 $y=kx+b$，把 C（3，4），D'（0，−2）代入，

得$3k+b=4$，$b=-2$，解得 k=2，$b=-2$，

∴直线CD'为$y=2x-2$，

令 y=0，得 x=1，

∴点 E 的坐标为（1，0）．

∴OE=1，AE=2，

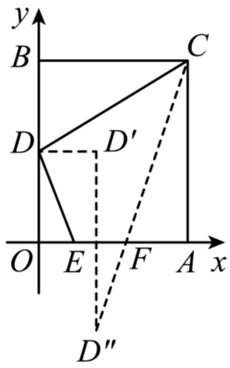
利用勾股定理得$CD=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

$DE=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

$CE=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

∴$\triangle CDE$ 周长的最小值为：$\sqrt{13}+\sqrt{5}+2\sqrt{5}=\sqrt{13}+3\sqrt{5}$.

（2）解：如图，将点 D 向右平移 1 个单位得到D'（1,2），作D'关于 x 轴的对称点D''（1,−2），连接CD''交 x 轴于点 F，将点 F 向左平移 1 个单位到点 E，此时点 E 和点 F 为所求作的点，连接$D''F$，此时四边形 $CDEF$ 周长最小，



理由如下：

∵四边形 $CDEF$ 的周长为 $CD+DE+EF+CF$，CD 与 EF 是定值，

∴$DE+CF$ 最小时，四边形 $CDEF$ 周长最小，

∵$DD' \parallel EF$，且$DD' = EF$，

∴四边形$DD'FE$为平行四边形，

∴$DE = D'F$，

根据轴对称可知，$D'F = D''F$，

∴$DE+CF = D'F+CF = FD''+CF = CD''$，

设直线CD''的解析式为 $y=kx+b$，把 C（3，4），D''（1,−2）代入，

得$\begin{cases}3k+b=4\\k+b=-2\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=3\\b=-5\end{cases}$，

∴直线CD''的解析式为$y=3x-5$，

令 y=0，得$x=\frac{5}{3}$，

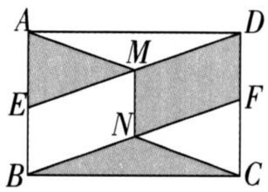
∴点 F 坐标为$\left(\frac{5}{3},0\right)$，

∴点 E 坐标为$\left(\frac{2}{3},0\right)$.

【点睛】本题主要考查了轴对称的性质，将军饮马问题，根据题意作出辅助线，找出最短时动点的位置，是解题的关键.

【类型 2　转化思想】

8．（2022 秋·山东济宁·八年级济宁学院附属中学校考期末）如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别是 AB、CD 的中点，连接 DE 和 BF，分别取 DE、BF 的中点 M、N，连接 AM、CN、MN，若$AB=4$，$BC=6$，则图中阴影部分的面积为（　）



A. 4　　　　　B. 6　　　　　C. 12　　　　　D. 24

【答案】

C

【解析】解:点 E、F 分别是 AB、CD 的中点,M、N 分别为 DE、BF 的中点,

矩形绕中心旋转 180° 阴影部分恰好能够与空白部分重合,

阴影部分的面积等于二分之一空白部分的面积,

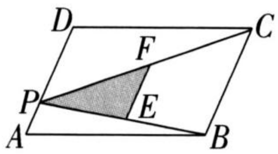
阴影部分的面积=矩形的面积,

AB=4,BC=6,

阴影部分的面积=12,

故选:C.

9.如图，P 为▱$ABCD$ 的边 AD 上的一点，E、F 分别是 PB、PC 的中点，$\triangle PEF$、$\triangle PDC$、$\triangle PAB$的面积分别为 S、S_1、S_2，若$S=3$，则S_1+S_2的值是 (　)



A. 3　　　　　B. 6　　　　　C. 12　　　　　D. 24

【答案】

C

【解析】如图，过点 P 作$PQ//DC$交 BC 于点Q.

由$DC//AB$，得$PQ//AB$，易证$\triangle PDC\cong\triangle CQP$，$\triangle ABP\cong\triangle QPB$，

$\therefore S_{\triangle PDC}=S_{\triangle CQP}$，$S_{\triangle ABP}=S_{\triangle QPB}$.

$\because EF$为$\triangle PCB$的中位线，

$\therefore EF//BC$，$EF=\frac{1}{2}BC$.

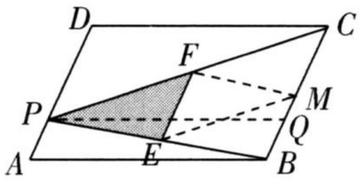
取 BC 中点 M，连接 EM、FM，则有$\triangle PEF\cong\triangle EBM\cong\triangle FMC\cong\triangle MFE$，

$\therefore S_{\triangle PEF}=S_{\triangle EBM}=S_{\triangle FMC}=S_{\triangle EFM}$，

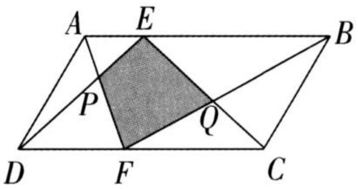
$\therefore S_{\triangle PBC}=4S_{\triangle PEF}=12$，

$$\therefore S_{\triangle PBC}=S_{\triangle CQP}+S_{\triangle QPB}=S_{\triangle PDC}+S_{\triangle ABP}=S_1+S_2=12.$$

故选C.



10. 如图，在▱ABCD中，*E*、*F* 分别是 *AB*、*DC* 边上的点，*AF* 与 *DE* 交于点 *P*，*BF* 与 *CE* 交于点 *Q*，若$S_{\triangle APD}=20cm^2$，$S_{\triangle BQC}=30cm^2$，则图中阴影部分的面积为__________cm^2.



【答案】

50

【解析】连接 E、F 两点，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AB//CD.$$

∴△EFC的 FC 边上的高与△BCF的 FC 边上的高相等，

$\therefore S_{\triangle EFC}=S_{\triangle BCF}$，

$$\therefore S_{\triangle EFQ}=S_{\triangle BCQ}.$$

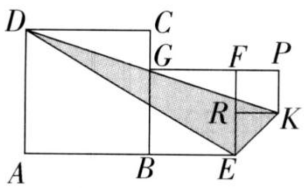
同理：$S_{\triangle EFD}=S_{\triangle ADF}$，

$$\therefore S_{\triangle EFP}=S_{\triangle ADP}.$$

$\because S_{\triangle APD}=20cm^2$，$S_{\triangle BQC}=30cm^2$，

$$\therefore S_{四边形EPFQ}=50cm^2.$$

11. 正方形 *ABCD*、正方形 *BEFG* 和正方形 *RKPF* 的位置如图所示，点 *G* 在线段 *DK* 上，正方形 *BEFG* 的边长为 4，则△DEK的面积为__________.



【答案】

16

【解析】

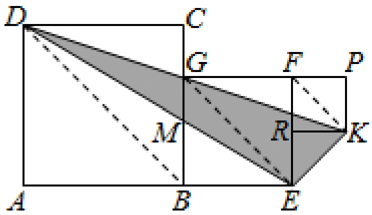
【分析】

此题主要考查正方形的性质，三角形和正方形面积公式，平行线之间的距离，结合图形巧妙转化解决问题.

连接 DB，GE，FK，则DB//GE//FK，再根据正方形 BEFG 的边长为 4，可求出$S_{\triangle DGE}=S_{\triangle GEB}$，$S_{\triangle GKE}=S_{\triangle GFE}$，再由$S_{阴影}=S_{正方形GBEF}$即可求出答案.

【解答】

解：如图，



连接 DB，GE，FK，则DB//GE//FK，

在梯形 GDBE 中，$S_{\triangle DGE}=S_{\triangle GEB}$(同底等高的两三角形面积相等)，

同理$S_{\triangle GKE}=S_{\triangle GFE}$.

$\therefore S_{阴影}=S_{\triangle DGE}+S_{\triangle GKE}$，

$=S_{\triangle GEB}+S_{\triangle GEF}$，

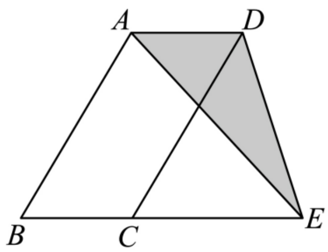
$=S_{正方形GBEF}$，

$=4\times 4$

$=16.$

故答案为：16.

12.（2022 秋·山东济宁·八年级济宁学院附属中学校考期末）如图，在▱$ABCD$中，E为边BC延长线上一点，连结AE、DE．若△ADE 的面积为 2，则▱$ABCD$的面积为（　　）.



A．5　　　　B．4　　　　C．3　　　　D．2

【答案】B

【分析】首先根据平行四边形的性质，平行四边形$ABCD$和$\triangle ADE$的高相等，即可得出▱$ABCD$的面积.

【详解】解：∵四边形$ABCD$为平行四边形，

∴$AD \parallel BC$，

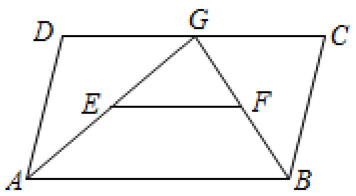
∴平行四边形$ABCD$和$\triangle ABE$的高相等，

设其高为h，$S_{▱ABCD} = 2S_{\triangle ADE} = 4$，

故答案为B.

【点睛】此题主要考查利用平行四边形的性质进行等量转换，即可求得三角形的面积.

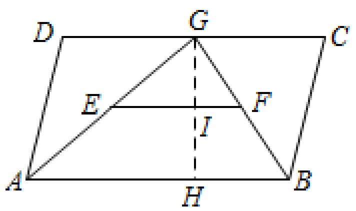
13.（2023春·八年级期末）如图，平行四边形$ABCD$中，G在CD上，E、F是AG、BG的中点，那么四边形$ABCD$的面积是$\triangle GEF$面积的____倍.



【答案】8

【分析】过点G作$GH \perp AB$交EF于I，垂足为H，根据三角形的中位线的性质进行求解即可.

【详解】解：过点G作$GH \perp AB$交EF于I，垂足为H，如下图：



∵E、F是AG、BG的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}AB$，$GI=\frac{1}{2}GH$，$EF \parallel AB$，

又∵$S_{▱ABCD} = AB \cdot GH$，$S_{\triangle GEF} = \frac{1}{2}GI \cdot EF$，

∴$S_{\triangle GEF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}GH \cdot AB = \frac{1}{8}GH \cdot AB$，

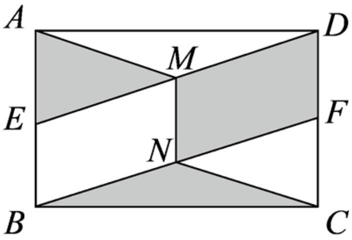
∴$S_{▱ABCD} = 8S_{\triangle GEF}$，

故答案为：8.

【点睛】本题考查了三角形中位线的性质，解决本题的关键是正确的作出辅助线.

14.（2020秋·重庆南岸·九年级重庆第二外国语学校校考期末）如图，在矩形$ABCD$中，点E、F分别是AB、CD

的中点，连接DE和BF，分别取DE、BF的中点M、N，连接AM、CN、MN．若$AB=3$，$BC=2\sqrt{5}$，则图中阴影部分的面积为______．



【答案】$3\sqrt{5}$

【分析】利用三角形中线的性质以及平行线的性质得出$S_{\triangle AEM}=S_{\triangle AMD}$，$S_{\triangle BNC}=S_{\triangle FNC}$，$S_{四边形EBNM}=S_{四边形DMNF}$，即可得出答案．

【详解】解：∵点E、F分别是AB、CD的中点，连接DE和BF，分别取DE、BF的中点M、N，

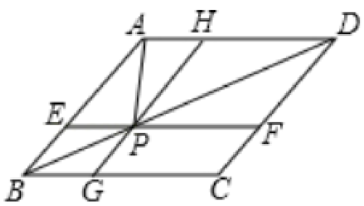
∴$S_{\triangle AEM}=S_{\triangle AMD}$，$S_{\triangle BNC}=S_{\triangle FNC}$，$S_{四边形EBNM}=S_{四边形DMNF}$，

∴图中阴影部分的面积$=\frac{1}{2}\times AB\times BC=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{5}=3\sqrt{5}$．

故答案为：$3\sqrt{5}$．

【点睛】本题主要考查了矩形的性质以及三角形中线的性质，得出图中阴影部分的面积等于矩形$ABCD$面积的一半是解题关键．

15.（2023春·八年级期末）如图，平行四边形ABCD中，过对角线BD上一点P作EF∥BC，GH∥AB，且CG＝2BG，连接AP，若$S_{\triangle PBG}$＝2，则$S_{四边形AEPH}$＝______．



【答案】8

【分析】由题意根据平行四边形的判定和性质，进行面积的等量代换分析即可求解.

【详解】解：∵EF∥BC，GH∥AB，

∴四边形HPFD、四边形PGCF、四边形BGPE是平行四边形，

∴$S_{\triangle BEP}=S_{\triangle PBG}$,$S_{\triangle HPD}=S_{\triangle PFD}$,$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle BCD}$，

∵$S_{\triangle PBG}$＝2，

∴$S_{四边形BGPE}=2+2=4$，

∵CG＝2BG，

$\therefore S_{四边形PGCF}=2S_{四边形BGPE}=2\times4=8$，

$\because S_{四边形AEPH}=S_{\triangle ABD}-S_{\triangle BEP}-S_{\triangle HPD}, S_{四边形PGCF}=S_{\triangle BCD}-S_{\triangle PBG}-S_{\triangle PFD}$，

$\therefore S_{四边形AEPH}=S_{四边形PGCF}=8.$

故答案为：8.

【点睛】本题考查的是平行四边形的判定和性质，熟练掌握平行四边形的性质定理是解题的关键.

【类型 3　分类讨论思想】

16. 在▱$ABCD$中，已知$AB=6$，BE平分∠ABC交AD边于点E，点E将AD分为1:3两部分，则AD的长为__________.

【答案】

8 或 24

【解析】

【分析】

本题考查了平行四边形的性质、平行线的性质、角平分线定义、等腰三角形的判定等知识；熟练掌握平行四边形的性质，证出$AB=AE$是解题的关键．由平行四边形的性质和角平分线得出$AB=AE=6$，再由已知条件得出$DE=18$或$DE=2$，分别求出 AD 即可.

【解答】

解：∵BE平分∠ABC，

∴∠ABE＝∠CBE，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AD//BC，

∴∠BEA＝∠CBE，

∴∠ABE＝∠BEA，

$$\therefore AB=AE=6.$$

∵点 E 将 AD 分为 1：3 两部分，

∴$DE=18$或$DE=2$，

∴当$DE=18$时，$AD=24$；

当$DE=2$，$AD=8$.

17. 在▱$ABCD$中，$AD=BD$，BE是AD边上的高，$\angle EBD=20^\circ$，则∠A的度数为__________.

【答案】

55°或35°

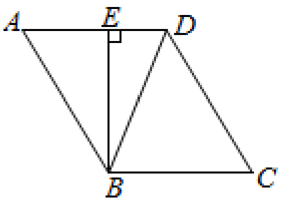
【解析】

【分析】

此题主要考查了平行四边形的性质以及等腰三角形的性质等知识，得出∠ADB的度数是解题关键．首先求出∠ADB的度数，再利用三角形内角和定理以及等腰三角形的性质，得出∠A的度数．

【解答】

解：情形一：当 E 点在线段 AD 上时，如图所示，



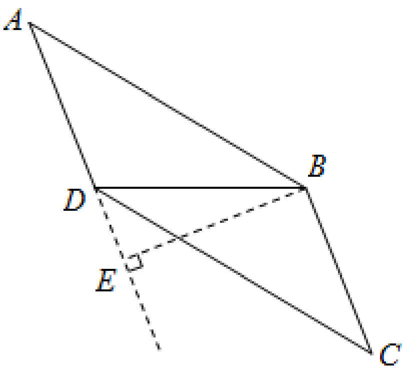
$\because$ BE是 AD 边上的高，$\angle EBD = 20°$，

$\therefore \angle ADB = 90° - 20° = 70°$，

$\because AD = BD$，

$$\therefore \angle A = \angle ABD = \frac{180° - 70°}{2} = 55°.$$

情形二：当 E 点在 AD 的延长线上时，如图所示，



$\because$ BE是 AD 边上的高，$\angle EBD = 20°$，

$\therefore \angle BDE = 70°$，

$\because AD = BD$，

$$\therefore \angle A = \angle ABD = \frac{1}{2}\angle BDE = \frac{1}{2} \times 70° = 35°.$$

故答案为55°或35°.

18. 已知在▱$ABCD$ 中，AE 为 BC 边上的高，且 $AE = 12$，若 $AB = 15$，$AC = 13$，则▱$ABCD$ 的面积为

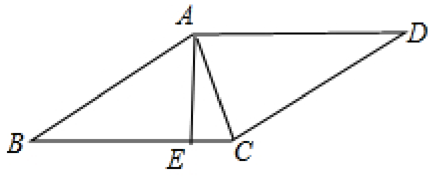
__________.

【答案】

48 或 168

【解析】解：①如图，高 AE 在 △ABC内时，在Rt△ABE中，$BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9$，

在Rt△AEC中，$CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$，

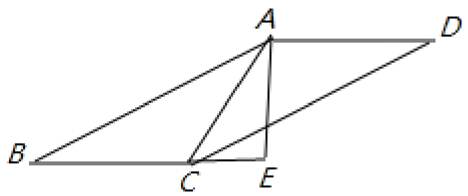


$\therefore BC=BE+EC=14$，

$$\therefore S_{平行四边形ABCD}=BC\times AE=14\times 12=168.$$

②如图，高 AE 在 △ABC外时，$BC=BE-CE=9-5=4$，

$\therefore S_{平行四边形ABCD}=BC\times AE=12\times 4=48$，

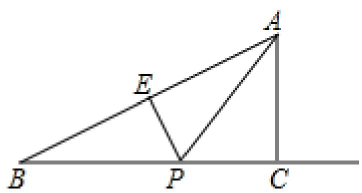


故答案为：48 或168.

分高 AE 在 △ABC内外两种情形，分别求解即可.

本题考查平行四边形的性质．四边形的面积，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考填空题中的压轴题.

19.（2023 春·八年级期末）如图，在 $\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=60°$，$AC=4$，E为斜边AB的中点，点P是射线BC上的一个动点，连接AP、PE，将$\triangle AEP$沿着边PE折叠，折叠后得到$\triangle EPA'$，当折叠后$\triangle EPA'$与$\triangle BEP$的重叠部分的面积恰好为$\triangle ABP$面积的四分之一，则此时BP的长为______.



【答案】4或$4\sqrt{3}$

【分析】根据 30°角所对的直角边等于斜边的一半可求出 AB，即可得到 AE 的值，进而根据勾股定理求出