
建筑力学与结构

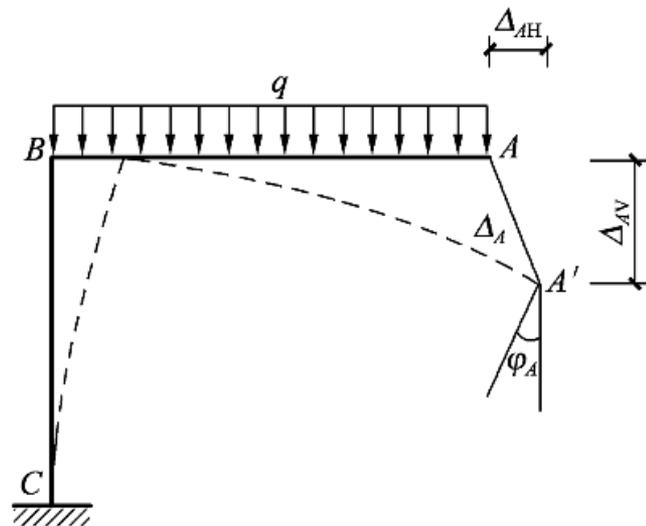


第九章 静定结构的位移计算

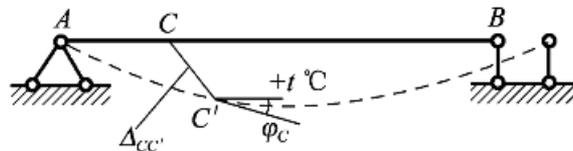
9.1 概述

1 结构位移的基本概念

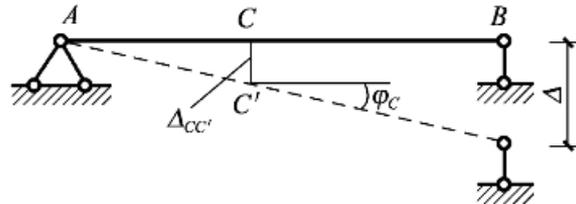
结构发生变形时，其横截面上各点的位置将会移动，杆件的横截面会产生转动，这些移动和转动称为结构的位移。



结构位移：线位移、角位移或者相对位移。



(a) 温度改变



(b) 支座移动

2. 结构位移计算的目的

- ① 验算结构的刚度。
- ② 为超静定结构的内力计算打下基础。
- ③ 确定结构变形后的位置。

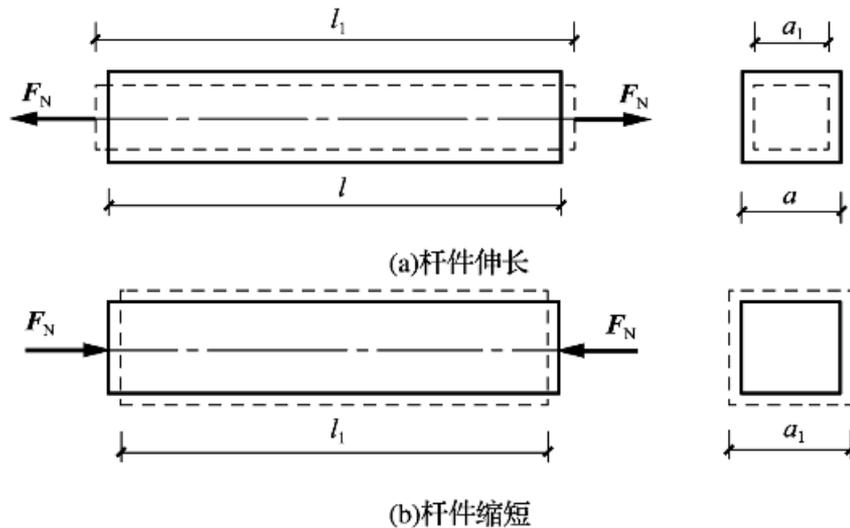
第九章 静定结构的位移计算

9.2 轴向拉压杆的变形与胡克定律

1. 拉压杆纵向变形和应变

纵向变形: $\Delta l = l_1 - l$

线应变: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$



2. 胡克定律

$$\Delta l \propto \frac{F_N l}{A}$$

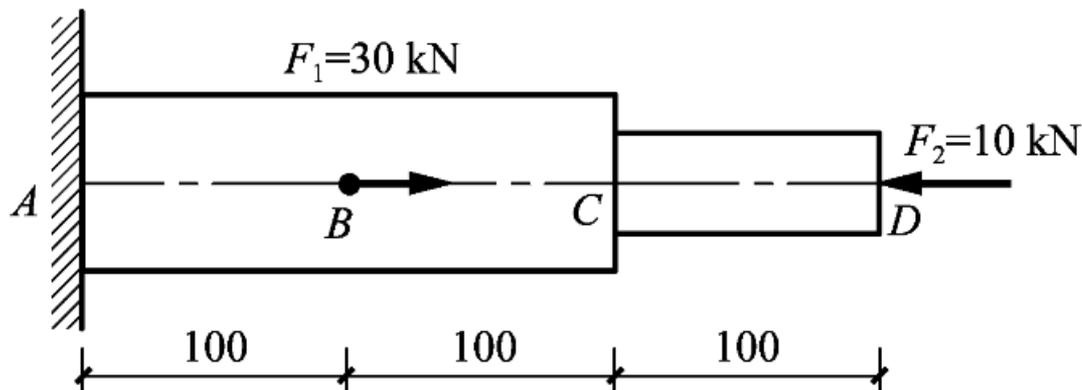
引入比例常数E

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

把 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ 和 $\sigma = \frac{F_N}{A}$ 代入上式

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

例9-1 一阶梯形钢杆，AC段横截面面积 $A_1=500\text{mm}^2$ ，CD段横截面面积 $A_2=200\text{mm}^2$ ，材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，杆的各段长度及受力情况如图9-4所示。试求阶梯形杆的总变形。



解：（1）求各截面上的内力

AB段： $F_{N1} = F_1 - F_2 = 30 - 10 = 20\text{kN}$

BC段与CD 段： $F_{N2} = -F_2 = -10\text{kN}$

（2）阶梯形杆的总变形

$$\begin{aligned}\Delta l &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} = \frac{F_{N1}l_{AB}}{EA_1} + \frac{F_{N2}l_{BC}}{EA_1} + \frac{F_{N2}l_{CD}}{EA_2} \\ &= \frac{20 \times 10^3 \times 0.1}{200 \times 10^9 \times 500 \times 10^{-6}} + \frac{-10 \times 10^3 \times 0.1}{200 \times 10^9 \times 500 \times 10^{-6}} + \frac{-10 \times 10^3 \times 0.1}{200 \times 10^9 \times 200 \times 10^{-6}} \\ &= -0.015 \times 10^3 \text{ m} = -0.015 \text{ mm}\end{aligned}$$

第九章 静定结构的位移计算

9.3 平面弯曲梁的变形和刚度校核

梁的变形

变形：竖向位移挠度和横截面的转角。

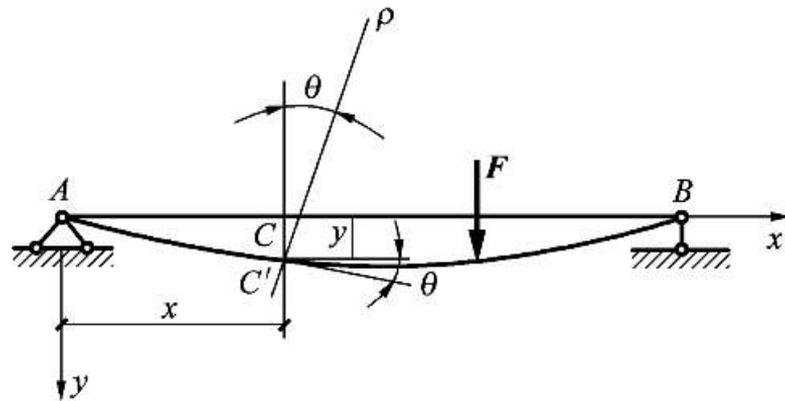
梁变形后的轴线成为该平面内的一条光滑而连续的平面曲线，这条曲线称为梁的挠曲线。

(1) 挠度

挠曲线方程 $y = f(x)$ 单位mm。

(2) 转角

用 θ 表示，单位度 (°)



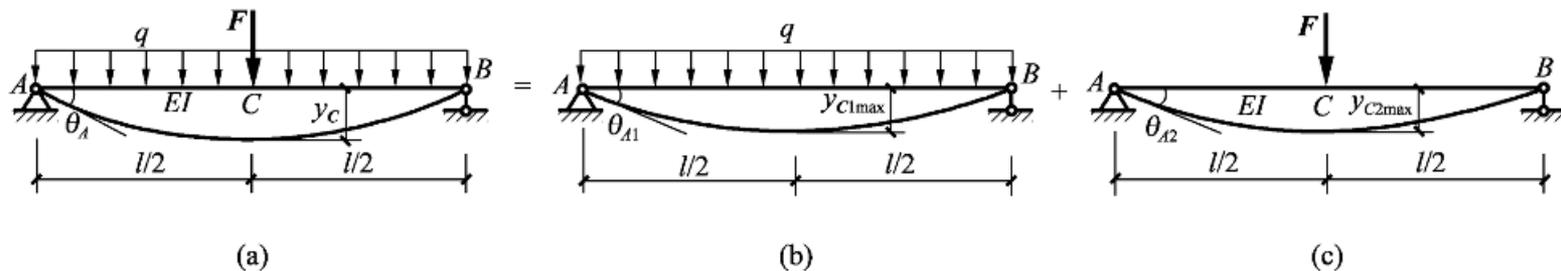
2. 用叠加法求梁的挠度和转角

梁的位移计算的基本方法是积分法。

求梁特定截面的转角和挠度，用叠加法。

在小变形、线弹性的前提下，梁的挠度和转角与荷载之间为线性关系。为此，梁在 M 、 q 、 P 等荷载同时作用下的变形等于各荷载单独作用时引起变形的代数和。

例9-2 简支梁AB受力如图9-6 (a) 所示。已知梁的抗弯刚度为 EI ，试用叠加法求跨中C截面的挠度 y_c 和A截面的转角。

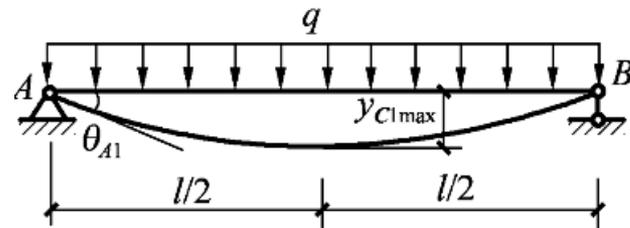


解 梁分别在 q 和 M 单独作用下 C 截面的挠度和 A 截面的转角，查表9-1

得

$$y_{c1} = \frac{5ql^4}{384EI} \quad \theta_{A1} = \frac{ql^3}{24EI}$$

$$y_{c2} = \frac{Fl^3}{48EI} \quad \theta_{c2} = \frac{Fl^2}{16EI}$$

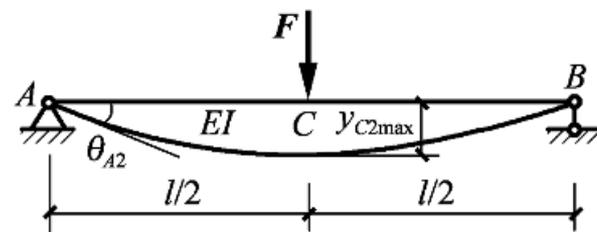


(b)

则在 q 和 F 共同作用下 C 截面的挠度和 A 截面的转角

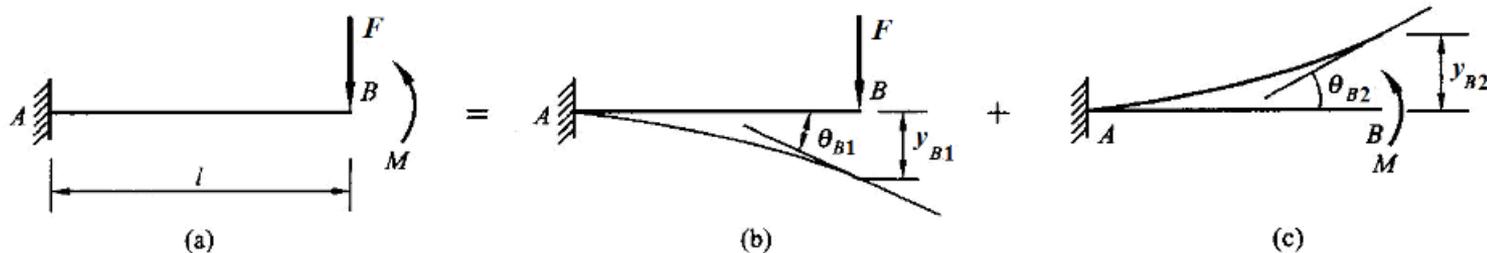
$$y_c = y_{c1} + y_{c2} = \frac{5ql^4}{384EI} + \frac{Fl^3}{48EI}$$

$$\theta_A = \theta_{A1} + \theta_{A2} = \frac{ql^3}{24EI} + \frac{Fl^2}{16EI}$$



(c)

例9-3 如图9-7 (a) 所示的悬臂梁AB, 在自由端B受集中力F和力偶M作用。已知EI为常数, 试用叠加法求自由端B的转角和挠度。



解

$$\theta_{B1} = \frac{Fl^2}{2EI} \quad y_{B1} = \frac{Fl^3}{3EI} \quad \theta_{B2} = -\frac{Ml}{EI} \quad y_{B2} = -\frac{ml^2}{2EI}$$

$$\theta_B = \theta_{B1} + \theta_{B2} = \frac{Fl^2}{2EI} - \frac{Ml}{EI} \quad y_B = y_{B1} + y_{B2} = \frac{Fl^3}{3EI} - \frac{Ml^2}{2EI}$$

3. 梁的刚度校核

$$y_{\max} \leq [f]$$

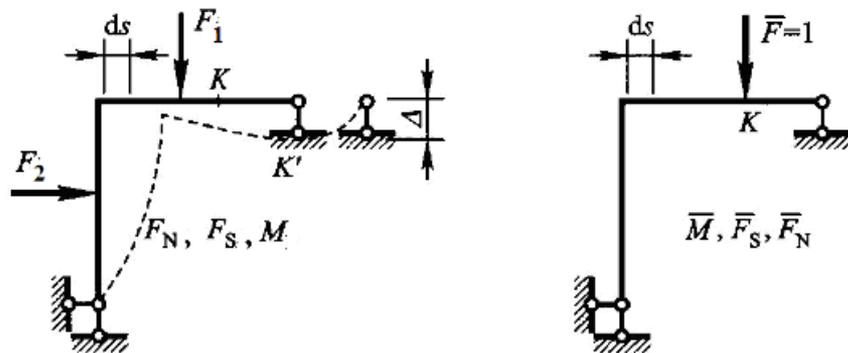
$$\theta_{\max} \leq [\theta]$$

$$\frac{y_{\max}}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$$

第九章 静定结构的位移计算

9.6 静定结构在荷载作用下的位移计算

1. 单位荷载法



$$\Delta = \sum \int_l \frac{\bar{F}_N F_N}{EA} ds + \sum \int_l k \frac{\bar{F}_S F_S}{GA} ds + \sum \int_l \frac{\bar{M} M}{EI} ds$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/887051053114006142>