2022-2023学年浙江省丽水市高三上学期11月月考数学试题及答案

注意事项：

1．答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上.

2．作答选择题时，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑.非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上.不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-3}{x-1}\leq 0\right.\right\}$，$B=\left\{x\,|\,x>2\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\left\{x\,|\,2<x\leq 3\right\}$　　B. $\left\{x\,|\,1\leq x\leq 2\right\}$　　C. $\left\{x\,|\,1\leq x\leq 3\right\}$　　D. $\left\{x\,|\,1<x\leq 2\right\}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据分式不等式的解法解出集合 A，根据交集的定义和运算即可求解.

【详解】$A=\{x\,|\,\frac{x-3}{x-1}\leq 0\}=\left\{x\left|\begin{cases}(x-3)(x-1)\leq 0\\ x-1\neq 0\end{cases}\right.\right\}=\{x\,|\,1<x\leq 3\}$，

又 $B=\{x\,|\,x>2\}$，所以 $A\cap B=\{x\,|\,2<x\leq 3\}$.

故选：A

2. 设复数 $z=\frac{1}{1-\mathrm{i}}$（其中 i 为虚数单位），$\bar{z}$ 是 z 的共轭复数，则 $z+\bar{z}=$（　　）

A. -1　　B. 1　　C. i　　D. $\frac{1+\mathrm{i}}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用共轭复数的定义及复数的除法法则，结合复数加法法则即可求解.

【详解】$z=\frac{1}{1-\mathrm{i}}=\frac{1+\mathrm{i}}{(1-\mathrm{i})\times(1+\mathrm{i})}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，所以 $\bar{z}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

所以$z+\overline{z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.

故选：B.

3. 已知点P为$\triangle ABC$所在平面上的一点，且$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$，其中$t$为实数，若点$P$落在$\triangle ABC$的内部（不含边界），则$t$的取值范围是(　　)

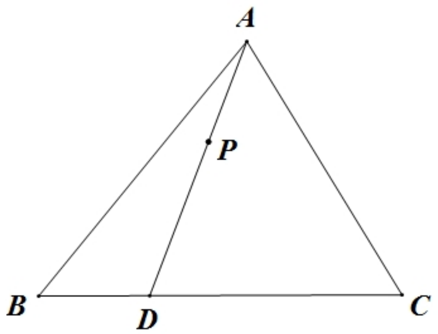
A. $0<t<\frac{1}{4}$　　B. $0<t<\frac{1}{3}$　　C. $0<t<\frac{1}{2}$　　D. $0<t<\frac{2}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】延长AP交BC于D，设$\overrightarrow{AD}=m\overrightarrow{AP}$（$m>1$），$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda>0)$，求出$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{m(1+\lambda)}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{m(1+\lambda)}\overrightarrow{AC}$，根据平面向量基本定理得到$\begin{cases}\frac{1}{m(1+\lambda)}=\frac{1}{3}\\ \frac{\lambda}{m(1+\lambda)}=t\end{cases}$，根据$m>1,\lambda>0$可求出$0<t<\frac{2}{3}$.

【详解】如图，延长AP交BC于D，



设$\overrightarrow{AD}=m\overrightarrow{AP}$（$m>1$），$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{DC}(\lambda>0)$，

则$(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=\lambda(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\frac{1}{1+\lambda}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\overrightarrow{AC}$，

$\therefore m\overrightarrow{AP}=\frac{1}{1+\lambda}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{AP}=\frac{1}{m(1+\lambda)}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{m(1+\lambda)}\overrightarrow{AC}$，

又$\because\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$，

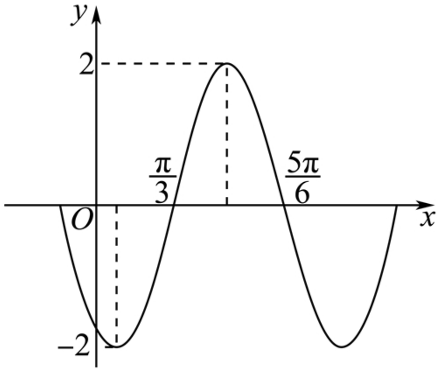
$\therefore \begin{cases} \dfrac{1}{m(1+\lambda)}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{\lambda}{m(1+\lambda)}=t \end{cases}$，$\therefore t=\dfrac{1}{m}-\dfrac{1}{3}$，

因为$\lambda>0$，所以$\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{m(1+\lambda)}<\dfrac{1}{m}$，所以$1<m<3$，

所以$0<t<\dfrac{2}{3}$.

故选：D.

4. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi$）的部分图像如图，当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，满足$f(x)=1$的$x$的值是（　　）



A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{5\pi}{12}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用函数的部分图像求出$f(x)$的解析式，结合三角方程即可求解.

【详解】由题意可知，$A=2$，周期$T=2\left(\dfrac{5\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right)=\pi$，所以$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2$，则

$f(x)=2\sin(2x+\varphi)$，由$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=0$，得$2\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{3}+\varphi\right)=0$，又$|\varphi|<\pi$，所以$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$或$\varphi=-\dfrac{2\pi}{3}$，

所以$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，或$f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{2\pi}{3}\right)$，

当 $x=0$ 时，$f(0)=2\sin\left(2\times0+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}>0$，不满足题意舍去，

故 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)$.

由 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，得 $2x-\frac{2\pi}{3}\in\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$，

由 $f(x)=1$ 即 $2\sin\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)=1$，得 $\sin\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$，所以 $2x-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$，解得

$x=\frac{5\pi}{12}$，

故选：B.

5. 在正三棱锥 $P-ABC$ 中，M，N 分别是棱 PC，BC 的中点，且 $AM\perp MN$，设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积和表面积分别是 V 和 S．若 $AB=2$，则（　　）

A. $V=6\sqrt{6}\pi$　　B. $V=12\sqrt{6}\pi$　　C. $S=6\pi$　　D. $S=24\pi$

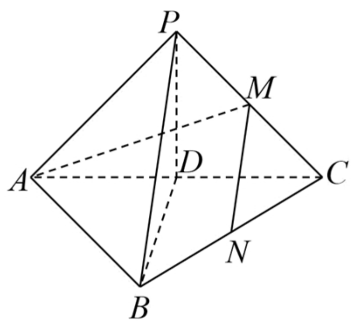
【答案】C

【解析】

【分析】如图，根据题意，利用线面垂直的判定定理和性质证明 $PB\perp PA$，$PB\perp PC$，$PC\perp PA$，将三棱锥 $P-ABC$ 补成以 PA、PB、PC 为棱的正方体，

则正方体的外接球即为三棱锥 $P-ABC$ 的外接球，求出外接球的半径，结合球的体积和表面积公式计算即可求解.

【详解】如图，取 AC 的中点 D，连接 PD、BD，则 $MN//PB$，



由 $MN\perp AM$，得 $PB\perp AM$，

因为三棱锥 $P-ABC$ 为正三棱锥，所以 $PA=PC,BA=BC$，

而 D 是 AC 的中点，所以 $PD \perp AC, BD \perp AC$，

又 $PD \cap BD = D, PD$、$BD \subset$ 平面 PBD，所以 $AC \perp$ 平面 PBD，

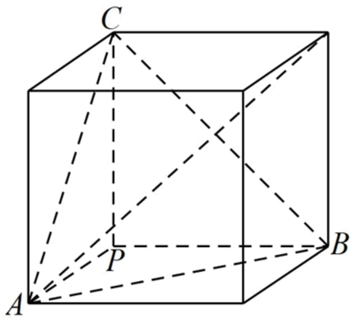
由 $PB \subset$ 平面 PBD，得 $AC \perp PB$，又 $PB \perp AM$，

$AC \cap AM = A, AC$、$AM \subset$ 平面 PAC，所以 $PB \perp$ 平面 PAC，

由 PA、$PC \subset$ 平面 PAC，所以 $PB \perp PA$，$PB \perp PC$，

根据正三棱锥的特点可得 $PC \perp PA$，

故可将三棱锥 $P-ABC$ 补成以 PA、PB、PC 为棱的正方体，如图，



所以正方体的外接球即为三棱锥 $P-ABC$ 的外接球.

由 $AB = 2$，可得正方体的棱长为 $\sqrt{2}$，所以 $(2R)^2 = 2^2 + (\sqrt{2})^2$，

即正方体的外接球的半径为 $R = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$，即三棱锥 $P-ABC$ 的外接球半径为 $R = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

所以外接球的体积为 $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi \times (\dfrac{\sqrt{6}}{2})^3 = \sqrt{6}\pi$，

表面积为 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \times (\dfrac{\sqrt{6}}{2})^2 = 6\pi$.

故选：C

6. 若函数 $f(x) = ax + \sin x$ 的图象上存在两条相互垂直的切线，则实数 a 的值是（　　）

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -1

【答案】C

【解析】

【分析】求导，由导数的几何意义和直线垂直的性质，以及余弦函数进行求解.

【详解】因为 $f(x) = ax + \sin x$，所以 $f'(x) = a + \cos x$，

因为函数 $f(x)=ax+\sin x$ 的图象上存在两条相互垂直的切线，

不妨设函数 $f(x)=ax+\sin x$ 在 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 的切线互相垂直，

则 $(a+\cos x_1)(a+\cos x_2)=-1$，即 $a^2+a(\cos x_2+\cos x_1)+1+\cos x_2\cos x_1=0$ ①，

因为 a 一定存在，即方程①一定有解，所以

$\Delta=(\cos x_2+\cos x_1)^2-4(1+\cos x_2\cos x_1)\ge 0$，

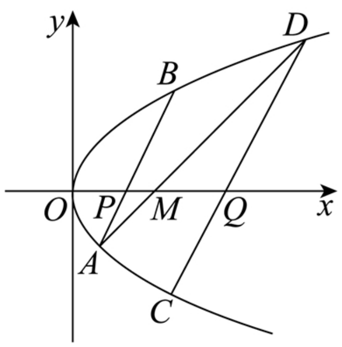
即 $(\cos x_1-\cos x_2)^2\ge 4$，解得 $\cos x_1-\cos x_2\ge 2$ 或 $\cos x_1-\cos x_2\le -2$，

又 $|\cos x|\le 1$，所以 $\cos x_1=1,\cos x_2=-1$ 或 $\cos x_1=-1,\cos x_2=1$，$\Delta=0$，

所以方程①变为 $a^2=0$，所以 $a=0$，故 A，B，D 错误.

故选：C.

7. 如图，已知抛物线 $y^2=2x$，过点 $P(1,0)$ 和 $Q(3,0)$ 分别作斜率大于 0 的两平行直线，交抛物线于 A，B 和 C，D，连接 AD 交 x 轴于点 $M\left(\frac{3}{2},0\right)$，则直线 AB 的斜率是（　　）



A. 1　　　　B. $\sqrt{2}$　　　　C. $\sqrt{3}$　　　　D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】由题知 $y_D=-3y_A$，进而设直线 AD 的方程为 $x=my+\frac{3}{2}(m>0)$，与抛物线联立方程得 $y_A+y_D=2m,y_A\cdot y_D=-3$，进而可得 $\begin{cases}m=1\\y_A=-1\\y_D=3\end{cases}$，$A\left(\frac{1}{2},-1\right)$，再求斜率即可.

【详解】解：因为$P\left(1,0\right)$，$Q\left(3,0\right)$，$M\left(\frac{3}{2},0\right)$，所以$\left|PM\right|=\frac{1}{2},\left|QM\right|=\frac{3}{2}$，

因为$AB//CD$，

所以$\triangle AMP\backsim\triangle DMQ$，

所以$\frac{\left|PM\right|}{\left|MQ\right|}=\frac{\left|AM\right|}{\left|MQ\right|}=\frac{\left|y_A\right|}{y_D}=\frac{1}{3}$，即$y_D=-3y_A$，

因为过点$P\left(1,0\right)$和$Q\left(3,0\right)$两平行直线AB,CD斜率大于0

所以，直线AD斜率大于0，

故设直线AD的方程为$x=my+\frac{3}{2}\left(m>0\right)$，

联立方程$\begin{cases}x=my+\frac{3}{2}\\ y^2=2x\end{cases}$得$y^2-2my-3=0$，

所以$y_A+y_D=2m,y_A\cdot y_D=-3$

所以，$\begin{cases}y_A+y_D=2m\\ y_A\cdot y_D=-3\\ -3y_A=y_D\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=1\\ y_A=-1\\ y_D=3\end{cases}$

所以$A\left(\frac{1}{2},-1\right)$，

所以$k_{AB}=k_{AP}=\frac{-1-0}{\frac{1}{2}-1}=2$，即直线$AB$的斜率是2.

故选：D

8. 设$a=\frac{1}{4}$，$b=\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{8}}-1$，$c=\ln\frac{9}{7}$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $c>a>b$　　D. $b>c>a$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意构造函数$f(x)=\sin x-x(0<x<\frac{\pi}{2})$和$g(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}(x>0)$，利用导数研究函数$f(x)$的单调性可得$\sin x<x$，进而

$(b+1)^8=(e^{\sin\frac{1}{8}})^8<(e^{\frac{1}{8}})^8=e<3<(a+1)^8$，则 $b<a$；利用导数研究函数 $g(x)$ 的单调性可得当 $x>1$ 时 $g(x)>0$，即 $g(\frac{9}{7})=\ln\frac{9}{7}-\frac{1}{4}>0$，则 $c>a$，进而得出结果.

【详解】由 $b=e^{\sin\frac{1}{8}}-1$，得 $b+1=e^{\sin\frac{1}{8}}$；

由 $a=\frac{1}{4}$，得 $(a+1)^8=(1+\frac{1}{4})^8=(\frac{1}{4})^0C_8^0+(\frac{1}{4})^1C_8^1+\cdots+(\frac{1}{4})^8C_8^8)>1+\frac{1}{4}C_8^1=3$.

设函数 $f(x)=\sin x-x(0<x<\frac{\pi}{2})$，则 $f'(x)=\cos x-1\le 0$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递减，故 $f(x)<f(0)=0$，

即 $\sin x<x$，所以 $\sin\frac{1}{8}<\frac{1}{8}$，有 $e^{\sin\frac{1}{8}}<e^{\frac{1}{8}}$，得 $(e^{\sin\frac{1}{8}})^8<(e^{\frac{1}{8}})^8=e$，

所以 $(b+1)^8=(e^{\sin\frac{1}{8}})^8<(e^{\frac{1}{8}})^8=e<3<(a+1)^8$，所以 $b<a$；

由 $\frac{1}{4}=\frac{2(\frac{9}{7}-1)}{\frac{9}{7}+1}$，可设函数 $g(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}(x>0)$，

则 $g'(x)=\frac{1}{x}+\frac{4}{(x+1)^2}>0$，所以函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，且 $g(1)=0$，

所以当 $x>1$ 时，$g(x)>0$，即 $g(\frac{9}{7})=\ln\frac{9}{7}-\frac{2(\frac{9}{7}-1)}{\frac{9}{7}+1}>0$，即 $\ln\frac{9}{7}>\frac{1}{4}$，所以 $c>a$.

综上，$c>a>b$.

故选：C

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，至少有两个是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 为了增强学生体育锻炼的积极性，某中学需要了解性别因素与学生对体育锻炼的喜好是否有影响，为此对学生是否喜欢体育锻炼的情况进行普查.得到下表：

	性别		合计
	男性	女性	
喜欢	280	p	$280+p$

不喜欢	q	120	120+q
合计	280+q	120+p	400+p+q

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

已知男生喜欢该项运动的人数占男生人数的$\dfrac{7}{10}$，女生喜欢该项运动的人数占女生人数的$\dfrac{3}{5}$，则下列说法正确的是（　　）

A. 列联表中q的值为120，p的值为180

B. 随机对一名学生进行调查，此学生有90%的可能喜欢该项运动

C. 有99%的把握认为学生的性别与其对该项运动的喜好有关系

D. 没有99.9%的把握认为学生的性别与其对该项运动的喜好有关系

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据题意求出q、p，补全2×2列联表，分析数据，利用卡方计算公式求出K^2，结合独立性检验的思想依次判断选项即可.

【详解】A：由题意知，男生喜欢该项运动的人数占男生人数的$\dfrac{7}{10}$，

女生喜欢该项运动的人数占女生人数的$\dfrac{3}{5}$，

则$280=\dfrac{7}{10}(280+q)$，$p=\dfrac{3}{5}(120+p)$，解得$q=120,p=180$，故A正确；

B：补全2×2列联表如下：

	男性	女性	合计
喜欢	280	180	460
不喜欢	120	120	240
合计	400	300	700

所以随机抽一名学生进行调查，喜欢该项运动的概率约为$P=\dfrac{460}{700}\approx 65.7\%$，故 B 错误；

C：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{700(280\times 120-180\times 120)^2}{460\times 240\times 400\times 300}\approx 7.609$，

而$6.635<7.609<10.828$，

所以有99%的把握认为学生的性别与其对该项运动的喜好有关系，故 C 正确；

D：由选项 C 知，没有99.9%的把握认为学生的性别与其对该项运动的喜好有关系，

故 D 正确.

故选：ACD

10. 已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}e^{x-1}-1,x\ge 1\\ \ln x,0<x<1\end{cases}$，$g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax-b$，则（　　）

A. 对于任意$a,b\in\mathrm{R}$，函数$g\left(x\right)$有零点

B. 对于任意$b\in\mathrm{R}$，存在$a>0$，函数$g\left(x\right)$恰有一个零点

C. 对于任意$a>0$，存在$b\in\mathrm{R}$，函数$g\left(x\right)$恰有二个零点

D. 存在$a,b\in\mathrm{R}$，函数$g\left(x\right)$恰有三个零点

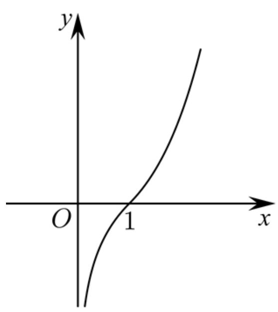
【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项：将$g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax-b$的零点个数可以转化为$f\left(x\right)$与$y=ax+b$图象的交点个数，根据图象即可得到当$a\le 0$时一定有零点，当$a>0$时，利用零点存在性定理判断即可；

BCD 选项：根据$f\left(x\right)$切线斜率的范围来判断直线$y=a\left(x-1\right)$与$f\left(x\right)$图象的交点情况即可.

【详解】



A 选项：上图为$f\left(x\right)$的图象，由题意知，$g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax-b$的零点个数可以转化为

$f(x)$与$y=ax+b$图象的交点个数，

当$a\le 0$时，函数$f(x)$和$y=ax+b$的图象一定有交点；

当$a>0$，$x\to 0$时，$g(x)\to -\infty$，当$x\to +\infty$时，$g(x)\to +\infty$,，则由零点存在性定理得$g(x)$有零点，故A正确；

B选项：当$x\ge 1$时，$f'(x)=e^{x-1}\ge 1$，当$0<x<1$时，$f'(x)=\frac{1}{x}>1$，所以$f(x)$切线的斜率都大于或等于1，当$0<a<1$时，直线$y=a(x-1)$与$f(x)$有一个交点，即$g(x)$有一个零点，故B正确；

C选项：由B选项得，当$0<a<1$时，对于任意的$b\in R$，$g(x)$只有一个零点，故C错；

D选项：当$a>1$时，$f'(1)=1$，所以$f(x)$在$(1,0)$的切线方程为$y=x-1$，所以当$a>1$时，直线$y=a(x-1)$与$f(x)$有三个交点，即$g(x)$有三个零点，故D正确.

故选：ABD.

11. 已知点A，B分别为圆C_1：$x^2+y^2-2x+8y+16=0$与圆C_2：$x^2+y^2-6x+5=0$上的两个动点，点P为直线l：$x-y+2=0$上一点，则（　　）

A. $|PA|-|PB|$的最大值为$2\sqrt{5}+3$

B. $|PA|-|PB|$的最小值为$-2\sqrt{5}-3$

C. $|PA|+|PB|$的最小值为$3\sqrt{10}-3$

D. $|PA|+|PB|$的最小值为$\sqrt{13}+\sqrt{37}-3$

【答案】AC

【解析】

【分析】根据题意，作出图形，当C、P、C_1三点共线时$|PA|+|PB|$最小，即$|PA|+|PB|$ $=|PC_2|+|PC_1|-r_1-r_2=|CC_1|-r_1-r_2$；由$|PA|-|PB|\le|AB|$知当$|AB|$取到最大即$|AB|_{\max}=|MN|=|C_1C_2|+r_1+r_2$时$|PA|-|PB|$最大，结合两点坐标求距离公式计算即可.

【详解】由$C_1:x^2+y^2-2x+8y+16=0$，得$(x-1)^2+(y+4)^2=1$，

所以圆心$C_1(1,-4)$，半径为$r_1=1$；

由$C_2: x^2+y^2-6x+5=0$，得$(x-3)^2+y^2=4$，

所以圆心$C_2(3,0)$，半径为$r_2=2$；

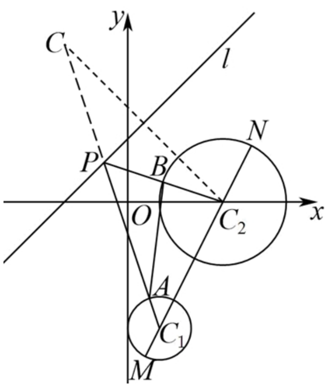
设点C_2关于直线$x-y+2=0$对称的对称点为$C(a,b)$，

有$\begin{cases}\dfrac{b}{a-3}=-1\\ \dfrac{a+3}{2}-\dfrac{b}{2}+2=0\end{cases}$，解得$a=-2$，$b=5$，即$C(-2,5)$，

连接CC_1，交直线l于点P，即当C、P、C_1三点共线时，$|PC_2|+|PC_1|$最小，

且$|PA|-|PB|\le|AB|$，连接PC_1、PC_2，此时$|PA|+|PB|$最小，

当$|AB|$取到最大时，$|PA|-|PB|$取到最大值，如图，



由图可知，$|AB|_{\max}=|MN|=|C_1C_2|+r_1+r_2=2\sqrt{5}+3$，

所以$|PA|-|PB|$的最大值为$2\sqrt{5}+3$，故 A 正确，B 错误；

$(|PA|+|PB|)_{\min}=|PC_2|+|PC_1|-r_1-r_2=|CC_1|-r_1-r_2=3\sqrt{10}-3$，故 C 正确，D 错误.

故选：AC

12．定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，且$f(x)+(x^2+x)f'(x)<0$恒成立，则（　　）

A．$4f(2)<3f(1)$　　　　B．$8f(2)<9f(3)$

C．$3f(3)>2f(1)$　　　　D．$15f(3)>16f(4)$

【答案】AD

【解析】

【分析】构造函数 $g(x)=\dfrac{xf(x)}{x+1}(x>0)$，利用导数即可判断 $g(x)$ 的单调性，从而求解即可.

【详解】设函数 $g(x)=\dfrac{xf(x)}{x+1}(x>0)$，则 $g'(x)=\dfrac{\left[f(x)+xf'(x)\right](x+1)-xf(x)}{(x+1)^2}=\dfrac{f(x)+\left(x^2+x\right)f'(x)}{(x+1)^2}$，

因为 $f(x)+\left(x^2+x\right)f'(x)<0$ 恒成立，

所以 $g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $g(1)>g(2)>g(3)>g(4)$，即 $\dfrac{f(1)}{2}>\dfrac{2f(2)}{3}>\dfrac{3f(3)}{4}>\dfrac{4f(5)}{5}$，

所以有 $4f(2)<3f(1)$，A 选项正确；$8f(2)>9f(3)$，B 选项错误；$3f(3)<2f(1)$，C 选项错误；$15f(3)>16f(4)$，D 选项正确.

故选：AD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 在 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中，常数项为______.

【答案】20

【解析】

【分析】根据展开式的通项公式求解即可.

【详解】在 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^6$ 的展开式的通项公式为 $T_{k+1}=C_6^k x^{6-k}\left(\dfrac{1}{x}\right)^k=C_6^k x^{6-2k}$，

所以令 $6-2k=0$，解得 $k=3$，

所以常数项为 $C_6^3=20$

故答案为：20.

14. 从数字 $1,2,3,4,5$ 中任意取出两个数字，这两个数字不是连续的自然数的概率是__.

【答案】$\dfrac{3}{5}$##0.6

【解析】

【分析】根据题意可得所有的可能结果有 10 种，满足条件的有 6 种，利用古典概型的计算公式计算即可求解.

【详解】从$1,2,3,4,5$中任意取出 2 个数共有$C_5^2=10$种结果，

数字是不连续自然数的情况有

$(1,3),(1,4),(1,5),(2,4),(2,5),(3,5)$，共 6 种结果.

所以数字是不连续自然数的概率为$P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

故答案为：$\frac{3}{5}$.

15. 已知函数$f\left(x\right)$（$x\in\mathbf{R}$）满足$f\left(2-x\right)+f\left(x\right)=2$，若函数$y=\frac{x}{x-1}$与$y=f\left(x\right)$的图象的交点为$\left(x_i,y_i\right)$（$i=1,2,\cdots,2022$），则$\sum_{i=1}^{2022}\left(x_i+y_i\right)=$__.

【答案】4044

【解析】

【分析】根据已知条件求出函数$y=\frac{x}{x-1}$与$y=f\left(x\right)$的图象关于点$\left(1,1\right)$对称，进而得两函数图象的交点成对出现，且每一对交点都关于点$\left(1,1\right)$对称，从而得出结论.

【详解】因为函数$f\left(x\right)$（$x\in\mathbf{R}$）满足$f\left(2-x\right)+f\left(x\right)=2$，

所以$f\left(x\right)$（$x\in\mathbf{R}$）关于点$\left(1,1\right)$对称，

因为函数$y=\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$的图象关于点$\left(1,1\right)$对称，

即对每一组对称点$\left(x_i,y_i\right)$，$\left(x_i',y_i'\right)$（$i=1,2,\cdots,2022$），有$x_i+x_i'=2,y_i+y_i'=2$，

故$\sum_{i=1}^{2022}\left(x_i+y_i\right)=\sum_{i=1}^{2022}x_i+\sum_{i=1}^{2022}y_i=2\times\frac{2022}{2}+2\times\frac{2022}{2}=4044$.

故答案为：4044.

16. 设F是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的右焦点，$O$为坐标原点，过$F$作斜率为$\sqrt{15}$的直线$l$交椭圆于A，$B$两点（A 点在$x$轴上方），过$O$作$AB$的垂线，垂足为$H$，且$\left|HB\right|=\left|HF\right|$，则该椭圆的离心率是__.