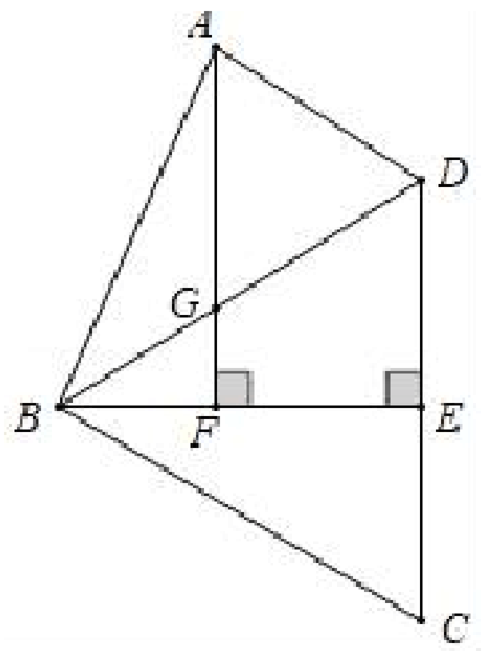
2022中考数学知识梳理系统复习专题训练：

三角形压轴练习

1．如图，在四边形ABCD中，∠ABC＝90°，过点B作BE⊥CD，垂足为点E，过点A作AF⊥BE，垂足为点F，且BE＝AF．

（1）求证：△ABF≌△BCE；

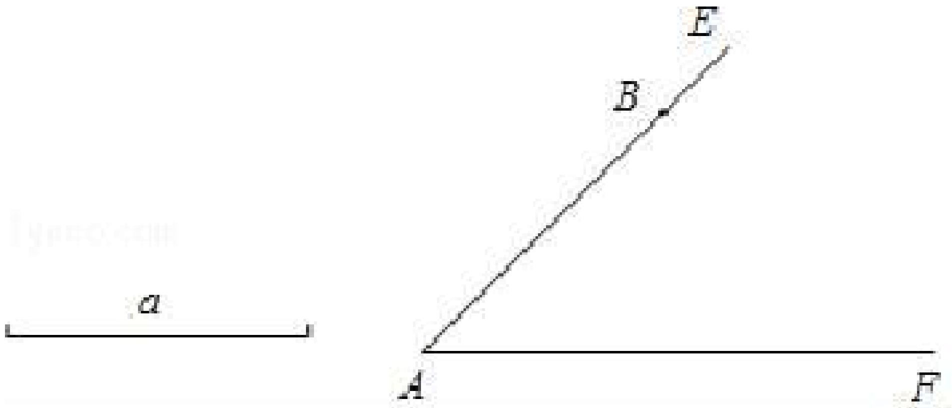
（2）连接BD，且BD平分∠ABE交AF于点G．求证：△BCD是等腰三角形．



2．如图，已知线段a和∠EAF，点B在射线AE上．画出△ABC，使点C在射线AF上，且BC＝a．

（1）依题意将图补充完整；

（2）如果∠A＝45°，AB＝$4\sqrt{2}$，BC＝5，求△ABC的面积．



3．在△ABC中，AB>BC，直线l垂直平分AC．

（1）如图1，作∠ABC的平分线交直线l于点D，连接AD，CD．

①补全图形；

②判断∠BAD和∠BCD的数量关系，并证明．

（2）如图2，直线l与△ABC的外角∠ABE的平分线交于点D，连接AD，CD．求证：∠BAD＝∠BCD．

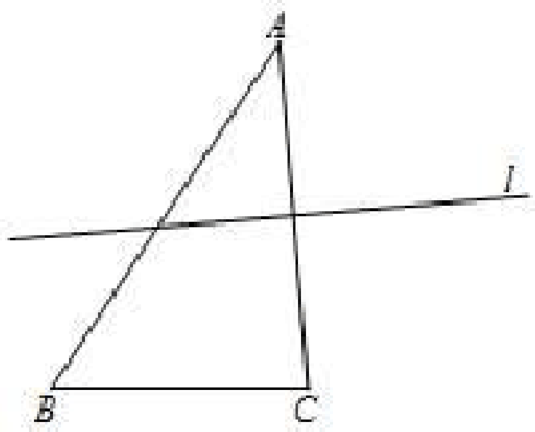


图1

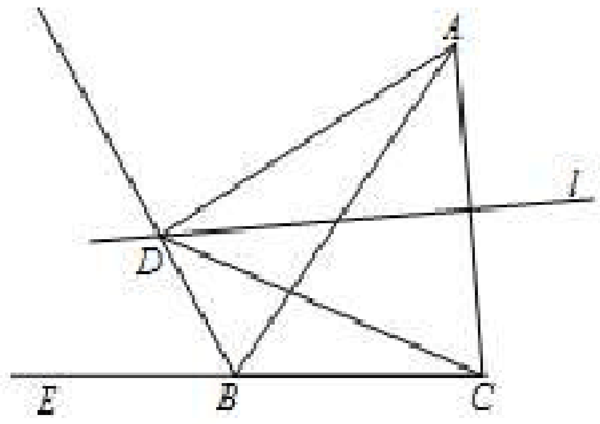
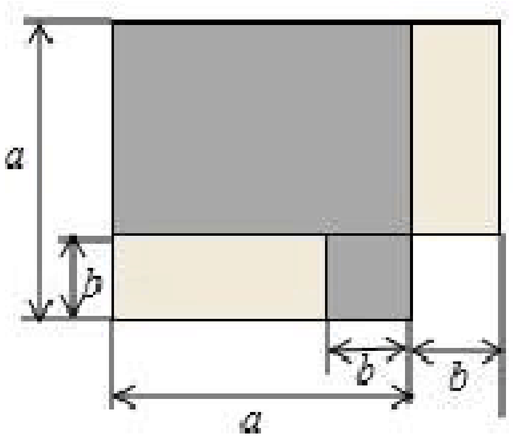


图2

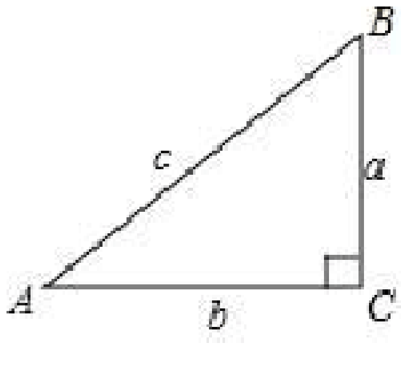
4．通过整式乘法的学习，我们进一步了解了利用图形面积来说明法则、公式等的正确性的方法，例如利用图甲可以对平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$给予解释．

图乙中的△ABC是一个直角三角形，∠C＝90°，人们很早就发现直角三角形的三边a，b，c满足$a^2+b^2=c^2$的关系．

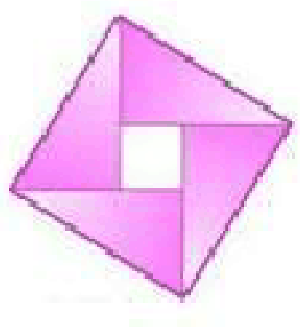
图丙是2002年国际数学家大会的会徽，选定的是我国古代数学家赵爽用来证明勾股定理的弦图，弦图是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的一个大正方形．如果大正方形的面积是13，小正方形的面积是1，直角三角形的较短直角边长为a，较长直角边长为b，求出$(a+b)^2$的值．



图甲



图乙

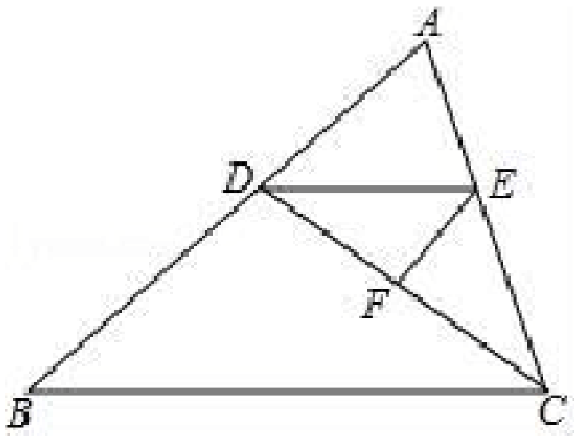


图丙

5．如图，在三角形ABC中，CD平分∠ACB，交AB于点D，点E在AC上，点F在CD上，连接DE，EF.

（1）若∠ACB=70°，∠CDE=35°，求∠AED的度数；

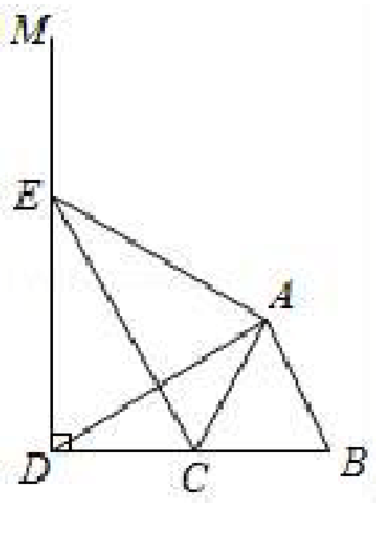
（2）在（1）的条件下，若∠BDC+∠EFC=180°，试说明：∠B=∠DEF.



6．已知：如图，△ABC是等边三角形，D是BC延长线上一点，且CD=CB，连接AD，过点D作DM⊥DB，在DM上截取一点E，使得DE=AD，连接AE.

（1）求证：△ADB≌△AEC；

（2）猜想EC和AD的位置关系，并证明.



7．在 Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=15，AB=25，点 D为斜边 AB上动点．

（1）如图 1，当 CD⊥AB时，求 CD的长度；

（2）如图 2，当 AD=AC时，过点 D作 DE⊥AB交 BC于点 E，求 CE的长度；

（3）如图 3，在点 D的运动过程中，连接 CD，当△ACD为等腰三角形时，直接写出 AD的长度．

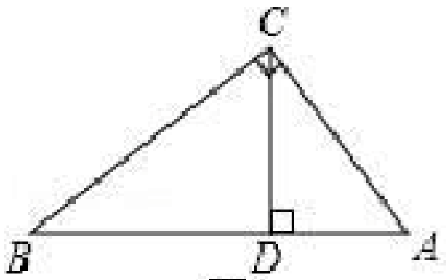


图1

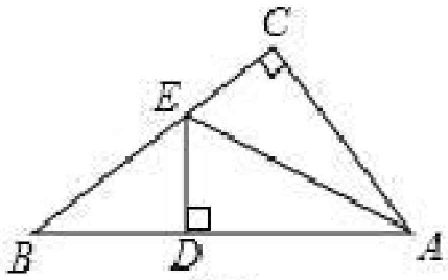


图2

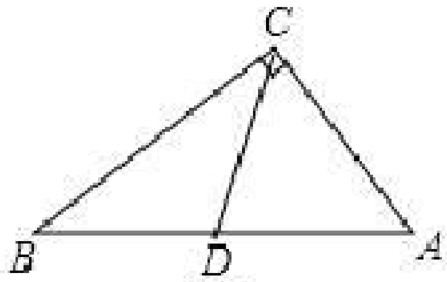


图3

8．如图 1，在 Rt△ABC中，∠ACB=90°，动点 M从点 A出发沿 A－C－B向点 B匀速运动，动点 N从点 B出发沿 B－C－A向点 A运动．设 MC的长为 y_1（cm），NC的长为 y_2（cm），点 M的运动时间为 x（s），y_1、y_2与 x 的函数图象如图 2 所示．

（1）线段 AC=______cm，点 M运动______s 后点 N开始运动；

（2）求点 P 的坐标，并写出它的实际意义；

（3）当∠CMN=45°时，求 x 的值．

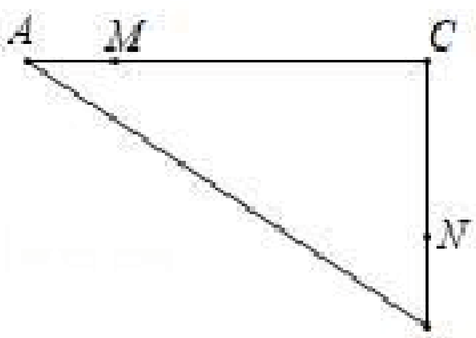


图1

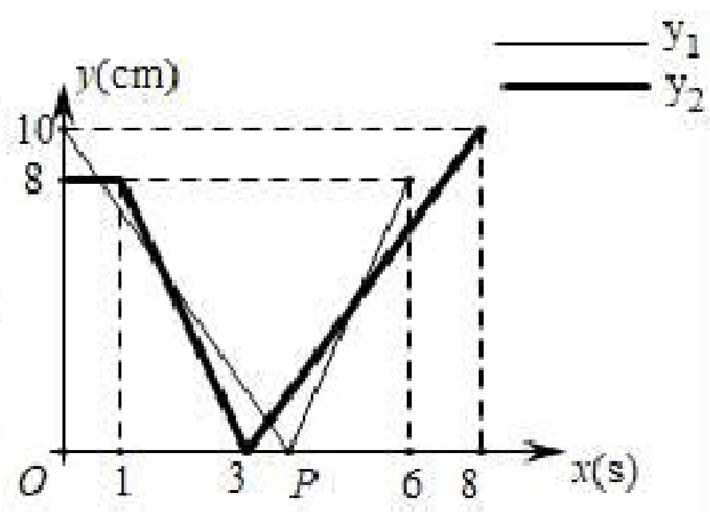


图2

9．如图，点O为直线AB上一点，过点O作射线OC，使∠BOC=135°，将一个含45°角的直角三角板的一个顶点放在点O处，斜边OM与直线AB重合，另外两条直角边都在直线AB的下方．

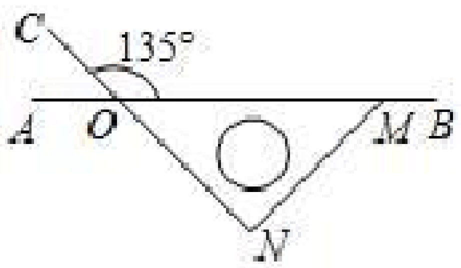


图1

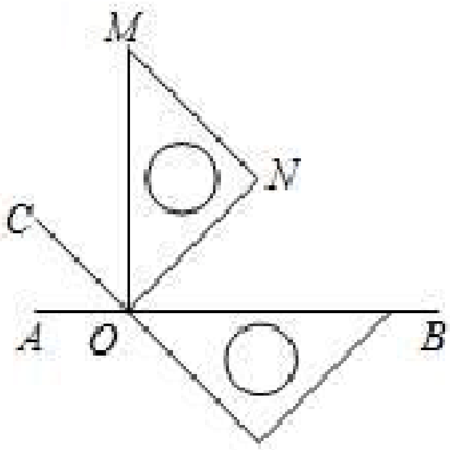


图2

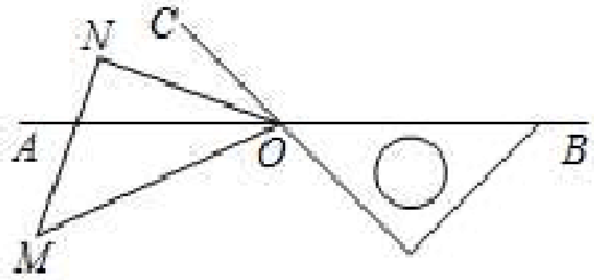


图3

（1）将图1中的三角板绕着点O逆时针旋转90°，如图2所示，此时∠BOM=________；在图2中，OM是否平分∠CON？请说明理由；

（2）接着将图2中的三角板绕点O逆时针继续旋转到图3的位置所示，使得ON在∠AOC的内部，请探究：∠AOM与∠CON之间的数量关系，并说明理由；

（3）将图1中的三角板绕点O按每秒4.5°的速度沿逆时针方向旋转一周，在旋转的过程中，当旋转到第________秒时，∠COM与∠CON互补．

10．综合与实践

问题情境

在Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC，CD⊥AB于点D，点E是射线AB上一点，连接CE，过点B作BF⊥CE于点F，且交直线CD于点G．

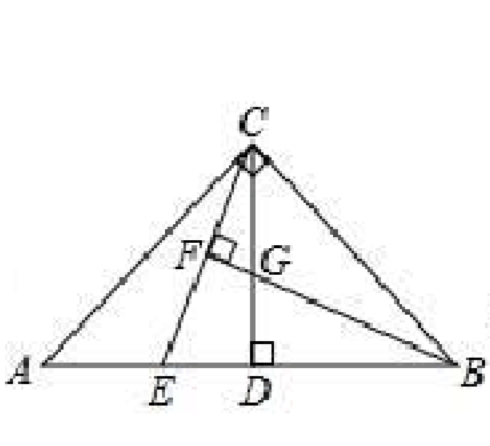


图1

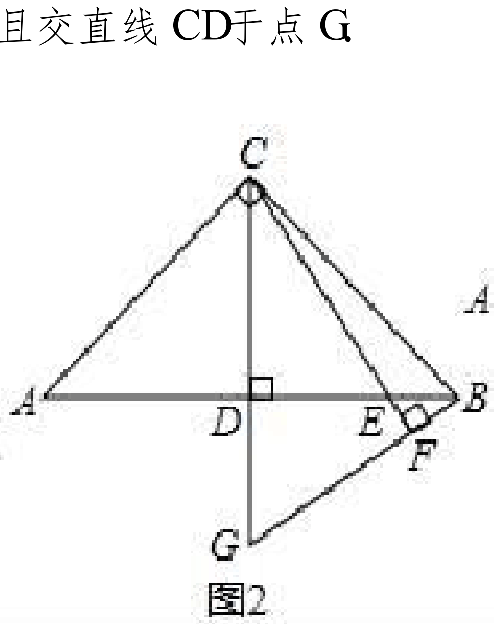


图2

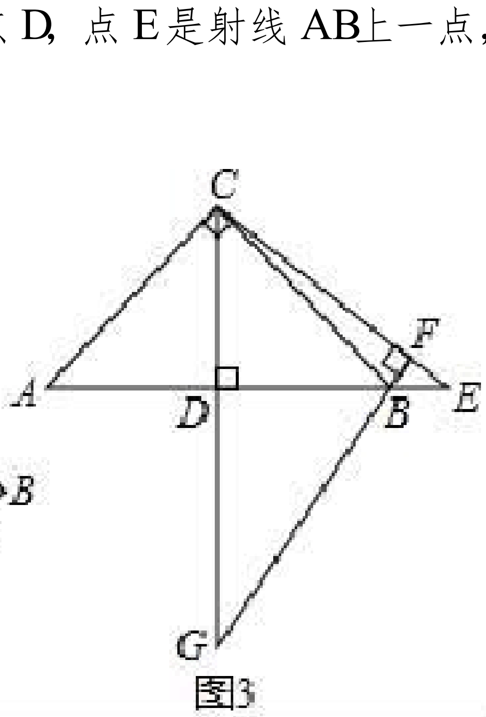


图3

（1）如图1，当点E在线段AD上时，求证：CG=AE．

自主探究

（2）如图2，当点E在线段BD上时，其它条件不变，请猜想CG与AE之间的数量关系，并说明理由.

拓展延伸

（3）如图3，当点E在线段AB的延长线上时，其它条件不变，请直接写出CG与AE之间的数量关系.

11．阅读下列材料，并回答问题．事实上，在任何一个直角三角形中，两条直角边的平方之和一定等于斜边的平方，这个结论就是著名的勾股定理．请利用这个结论，完成下面活动：

（1）一个直角三角形的两条直角边分别为5、12，那么这个直角三角形斜边长为________.

（2）如图1，AD⊥BC于D，AD=BD，AC=BE，AC=10，DC=6，求BD的长度.

（3）如图2，点A在数轴上表示的数是________请用类似的方法在图2数轴上画出表示数$-\sqrt{10}$的B点（保留痕迹）.

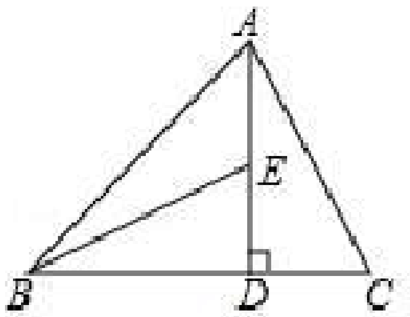


图1

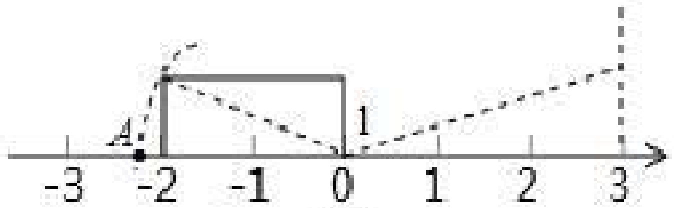


图2

12．已知，在平面直角坐标系中，A（m，0）、B（0，n），m，n满足$(m-n)^2+|m-5|=0$．C为AB的中点，P是线段AB上一动点，D是x轴正半轴上一点，且PO＝PD，DE⊥AB于E．

（1）如图1，当点P在线段AB上运动时，点D恰在线段OA上，则PE与AB的数量关系为________

（2）如图2，当点D在点A右侧时，（1）中结论是否成立？若成立，写出证明过程；若不成立，说明理由！

（3）设AB＝$5\sqrt{2}$，若∠OPD＝45°，直接写出点D的坐标．

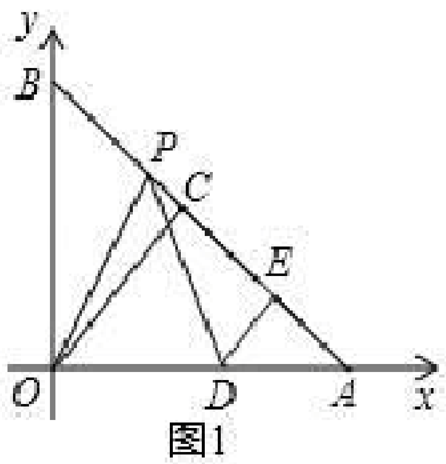


图1

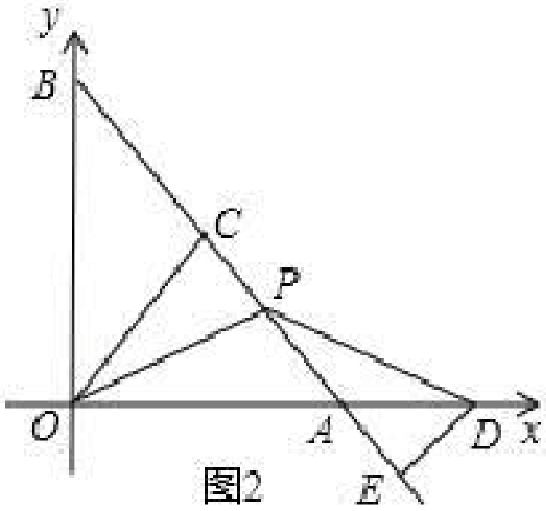


图2

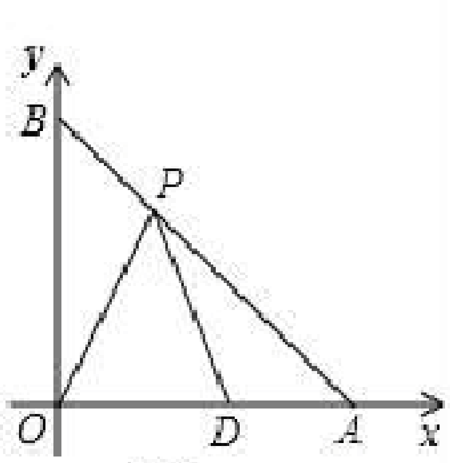
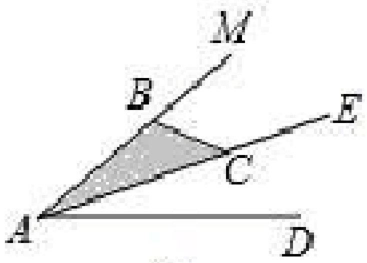
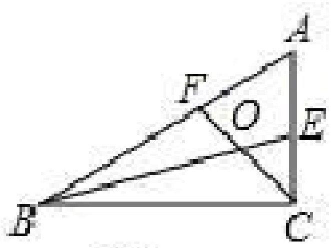


图3

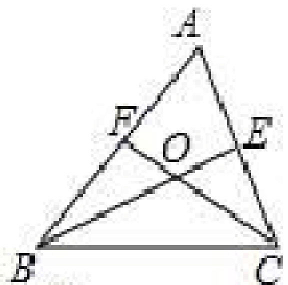
13．（1）如图a，AE是∠MAD的平分线，点C是AE上一点，点B是AM上一点，在AD上求作一点P，使得△ABC≌△APC，请保留清晰的作图痕迹．



图a



图b



图c

（2）如图b，在△ABC中，∠ACB＝90°，∠A＝60°，BE、CF分别是∠ABC和∠ACB的角平分线，CF与BE相交于点O．请探究线段BC、BF、CE之间的数量关系，直接写出结论，不要求证明．

（3）如图c，若（2）中∠ACB为任意角，其它条件不变，请探究BC、BF、CE之间又有怎样的数量关系，请证明你的结论．

14．直角三角形ABC中，∠ABC＝90°，点D为AC的中点，点E为CB延长线上一点，且BE＝CD，连接DE．

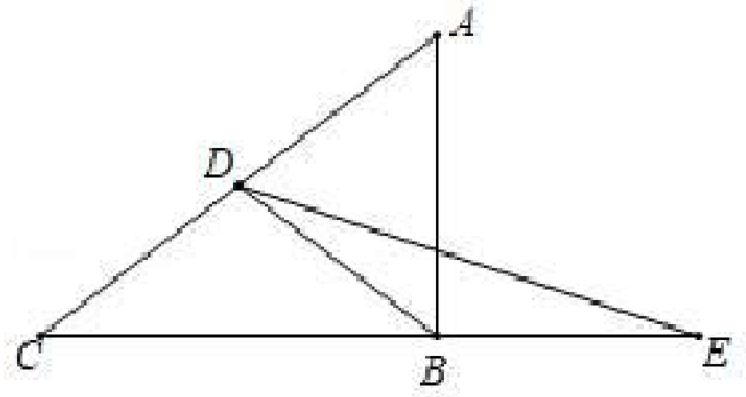


图1

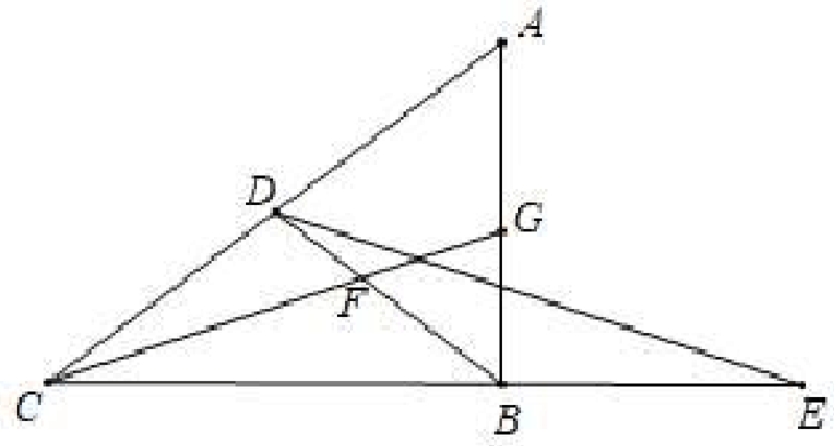


图2

（1）如图1，求证∠C＝2∠E；

（2）如图2，若AB＝6，BE＝5，△ABC的角平分线CG交BD于点F，求△BCF的面积．

15．如图，在△ABC中，AB＝AC，点P是AB边上的动点（不与点A、B重合），把△ABC沿过点P的直线l折叠，点B的对应点是点D，折痕为PQ．

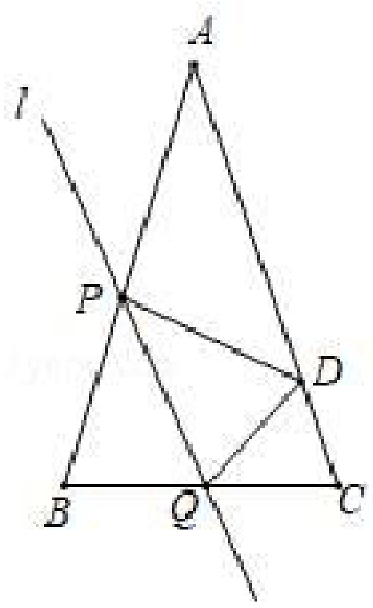


图1

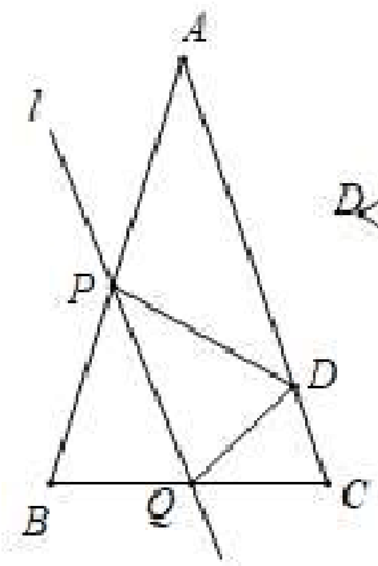


图2

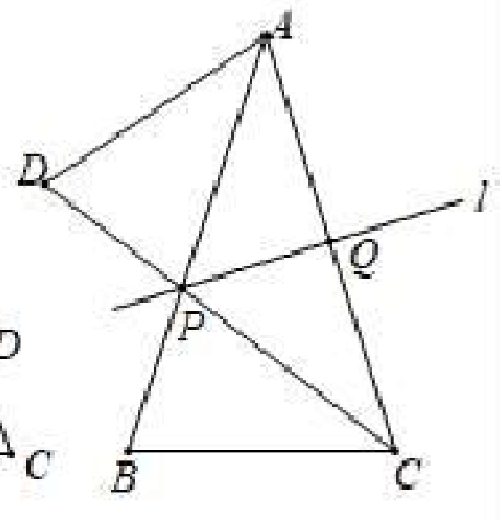


图3

（1）若点D恰好在AC边上．

①如图1，当PQ∥AC时，连接AQ，求证：AQ⊥BC．

②如图2，当DP⊥AB，且BP＝3，CD＝2，求△ABC与△CDQ的周长差．

（2）如图3，点P在AB边上运动时，若直线l始终垂直于AC，△ACD的面积是否变化？请说明理由．

参考答案

1．证明：（1）∵BE⊥CD，AF⊥BE，

∴∠AFB=∠BEC=90°．

∴∠ABE+∠BAF=90°．

∵∠ABC=90°，

∴∠ABE+∠EBC=90°，

∴∠BAF=∠EBC．

在△ABF和△BCE中，

$$\begin{cases}\angle AFB=\angle BEC=90^\circ\\ AF=BE\\ \angle BAF=\angle EBC\end{cases}$$

∴△ABF≌△BCE（ASA）．

（2）∵∠ABC=90°，

∴∠ABD+∠DBC=90°．

∵∠BEC=90°，

∴∠DBE+∠BDE=90°，

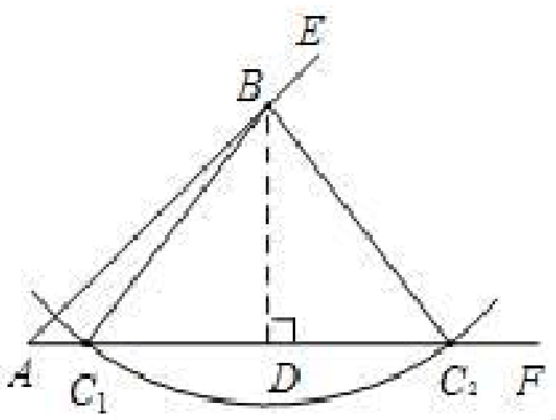
∵BD平分∠ABE，

∴∠ABD=∠DBE，

∴∠DBC=∠BDE，

∴BC=CD，即△BCD是等腰三角形．

2．解：（1）如图，$\triangle ABC_1$，$\triangle ABC_2$为所求．



（2）过点B作BD⊥AF于D．

∴∠ADB=90°，

在△ABD中，∠A=45°，$AB=4\sqrt{2}$，

∴∠ABD=45°，AD=BD．

$AD^2+BD^2=AB^2$,

∴$2AD^2=(4\sqrt{2})^2$,

∴$AD=4=BD$,

由（1）作图可知：$BC_1=BC_2=5$，

在 Rt△BDC_2中，同理可得：$DC_2=3$.

∴△BC_1C_2是等腰三角形.

∴$DC_1=DC_2=3$，

∴$AC_1=AD-C_1D=4-3=1$，$AC_2=AD+C_2D=4+3=7$，

∴$S_{\triangle ABC_1}=\frac{1}{2}AC_1\cdot BD=\frac{1}{2}\times1\times4=2$，

$S_{\triangle ABC_2}=\frac{1}{2}AC_2\cdot BD=\frac{1}{2}\times7\times4=14$.

3．解：（1）①补全图形；

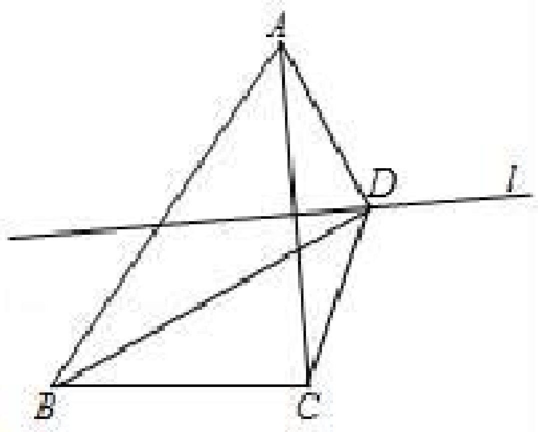


图 1

②结论：∠BAD+∠BCD=180°，

理由如下：过点 D 作 DE⊥AB 于 E，作 DF⊥BC 交 BC 的延长线于 F，

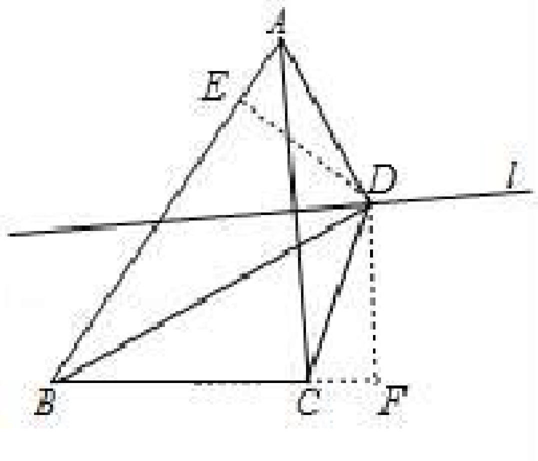


图 1

则∠AED=∠CFD=90°.

∵BD 平分∠ABC，

∴DE=DF.

∵直线 l 垂直平分 AC，

$DA=DC$，

在 Rt△ADE 和 Rt△CDF 中，

$\begin{cases} DA=DC \\ DE=DF \end{cases}$

∴Rt△ADE≌Rt△CDF（HL）.

∴∠BAD=∠FCD，

∵∠FCD+∠BCD=180°，

∴∠BAD+∠BCD=180°；

（2）结论：∠BAD=∠BCD，

理由如下：过点 D 作 DN⊥AB 于 N，作 DM⊥BE 于 M，

则∠AND=∠CMD=90°．

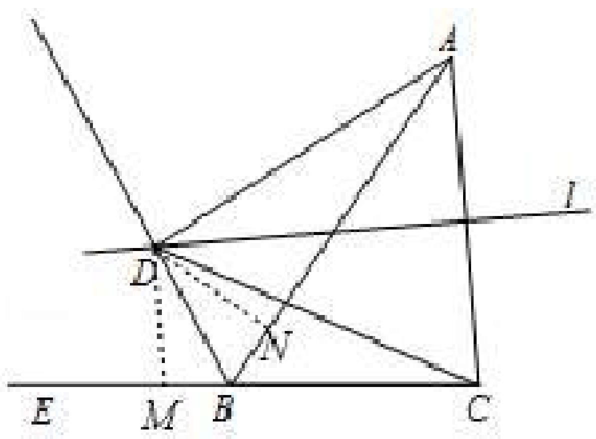


图 2

∵BD 平分∠ABE，

∴DM=DN，

∵直线 l 垂直平分 AC，

∴DA=DC，

在 Rt△ADN 和 Rt△CDM 中，

$\begin{cases} DA=DC \\ DN=DM \end{cases}$

∴Rt△ADN≌Rt△CDM（HL）.

∴∠BAD=∠BCD．

4．解：根据勾股定理可得 $a^2+b^2=13$，

四个直角三角形的面积是：$\frac{1}{2}ab\times4=13-1=12$，即 $2ab=12$，

则 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=13+12=25$.

故 $(a+b)^2$ 的值为 25.

.（1）解：∵CD平分∠ACB，

∴$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB$，

∵∠ACB=70°，

∴∠BCD=35°，

∵∠CDE=35°，

∴∠CDE=∠BCD，

∴DE∥BC，

∴∠AED=∠ACB=70°；

（2）证明：∵∠EFC+∠EFD=180°，∠BDC+∠EFC=180°，

∴∠EFD=∠BDC，

∴AB∥EF，

∴∠ADE=∠DEF，

∵DE∥BC，

∴∠ADE=∠B，

∴∠DEF=∠B．

6．（1）证明：∵MD⊥DB，

∴∠EDB=90°，

∵△ABC是等边三角形，

∴AB=AC，∠ACB=∠CAB=60°，

∵CD=CB=AC，

∴∠ADB=∠DAC=30°，

∴∠ADE=60°，

∵DE=AD，

∴△ADE是等边三角形，∠DAE=60°，AE=AD，

∴∠CAB=∠DAE=60°，

∴∠DAB=∠EAC，

∴△ADB≌△AEC（SAS）；

（1）猜想：AD⊥EC，

理由如下：∵△ADB≌△AEC，