

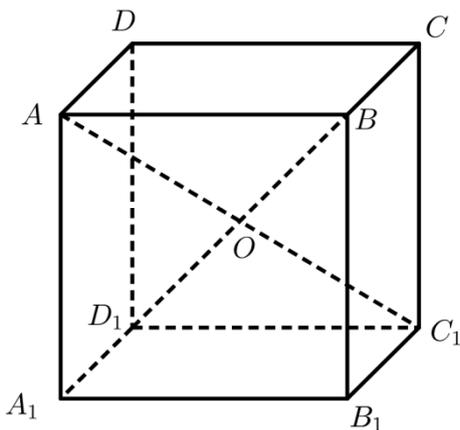
新高考地区高 2024 届高二（上）第一次月考模拟一
数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 如图所示，若正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a ，体对角线 AC_1 与 BD_1 相交于点 O ，则有（ ）.

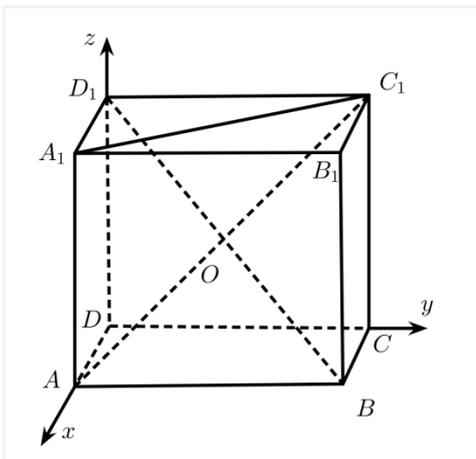


- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A_1C_1} = 2a^2$ B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC_1} = \sqrt{2}a^2$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}a^2$ D. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA_1} = a^2$

【答案】 C

【分析】 建立空间直角坐标系，利用向量坐标运算、数量积运算性质即可判断出结论.

【详解】 如图所示，以 D 为坐标原点，以 DA 、 DC 、 DD_1 分别为 x 、 y 、 z 建立空间直角坐标系：



由上图以及已知条件可知, $D(0, 0, 0)$, $A(a, 0, 0)$, $B(a, a, 0)$, $A_1(a, 0, a)$, $C_1(0, a, a)$, $C(0, a, 0)$, $O\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$.

因为 $\overrightarrow{AB} = (0, a, 0)$, $\overrightarrow{A_1C_1} = (-a, a, 0)$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A_1C_1} = a^2$, 故 A 错误;

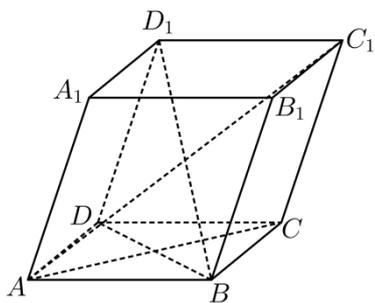
因为 $\overrightarrow{AC_1} = (-a, a, a)$, 所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC_1} = a^2$, 故 B 错误;

因为 $\overrightarrow{AO} = \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$, 所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{a^2}{2}$, 故 C 正确;

因为 $\overrightarrow{BC} = (-a, 0, 0)$, $\overrightarrow{DA_1} = (a, 0, a)$, 所以 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA_1} = -a^2$, 故 D 错误.

故选: C.

2. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以顶点 A 为端点的三条棱长均为 6, 且它们彼此的夹角都是 60° , 下列说法中不正确的是 ()



A. $AC_1 = 6\sqrt{6}$

B. $BD \perp$ 平面 ACC_1

C. 向量 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{AA_1}$ 的夹角是 60°

D. 直线 BD_1 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

【答案】C

【分析】利用空间向量法，通过计算线段长度、向量夹角、线线角以及证明线面垂直等知识确定正确答案.

【详解】以 $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}\}$ 为空间一组基底.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC_1} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}, \quad \overrightarrow{AC_1}^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})^2 \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA_1}^2 + 2(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA_1}) \\ &= 36 + 36 + 36 + 2(3 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ) = 216,\end{aligned}$$

所以 $|\overrightarrow{AC_1}| = 6\sqrt{6}$ ，A 选项正确.

由于四边形 $ABCD$ 是菱形，所以 $BD \perp AC$ ，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CC_1} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA_1} \\ &= 6 \times 6 \times \cos 60^\circ - 6 \times 6 \times \cos 60^\circ = 0,\end{aligned}$$

所以 $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{CC_1}$ ，即 $BD \perp CC_1$ ，

由于 $AC \cap CC_1 = C$ ，所以 $BD \perp$ 平面 ACC_1 ，B 选项正确.

$\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1}$ ，三角形 BCB_1 是等边三角形，

由图可知 $\overrightarrow{BB_1}$ 与 $\overrightarrow{B_1C}$ 的夹角为钝角，也即 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{AA_1}$ 的夹角为钝角，C 选项错误.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD_1} &= \overrightarrow{AD_1} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{BD_1}^2 &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA_1}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + 2(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB}) \\ &= 36 + 36 + 36 + 2 \times (6 \times 6 \times \cos 60^\circ - 6 \times 6 \times \cos 60^\circ - 6 \times 6 \times \cos 60^\circ) = 72,\end{aligned}$$

所以 $|\overrightarrow{BD_1}| = 6\sqrt{2}$.

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{AC}^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})^2 = \overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD}^2 = 36 + 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ + 36 = 108,$$

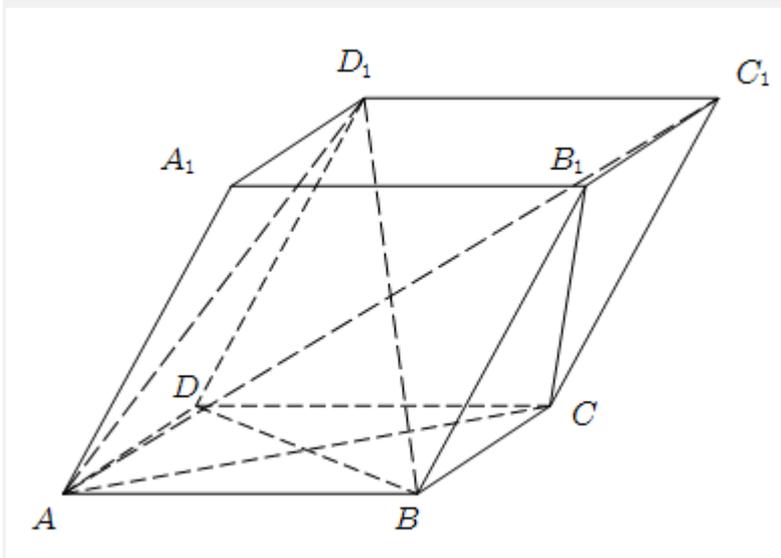
所以 $|\overrightarrow{AC}| = 6\sqrt{3}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD_1} \cdot \overrightarrow{AC} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ = 36.\end{aligned}$$

设直线 BD_1 与直线 AC 所成角为 θ ,

$$\text{则 } \cos \theta = \left| \cos \langle \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{AC} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{BD_1} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{BD_1}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{36}{6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}, \text{ D 选项正确.}$$

故选: C



3. 若正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等, D 是 A_1C_1 的中点, 则直线 AD 与平面 B_1DC 所成角的正弦值为 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

【答案】 A

【分析】取 AC 的中点 O 为坐标原点, 建立空间直角坐标系 $O-xyz$, 用向量法求出平面 B_1DC 的法向量 $\vec{n} = (x, y, z)$,

即可由 $\sin \alpha = |\cos \langle \overrightarrow{AD}, \vec{n} \rangle|$ 求所需正弦值

【详解】取 AC 的中点 O 为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$.

设三棱柱的棱长为 2, 则 $A(0, -1, 0), D(0, 0, 2), C(0, 1, 0), B_1(\sqrt{3}, 0, 2)$, 所以 $\overrightarrow{AD} = (0, 1, 2), \overrightarrow{CD} = (0, -1, 2),$

$$\overrightarrow{CB_1} = (\sqrt{3}, -1, 2),$$

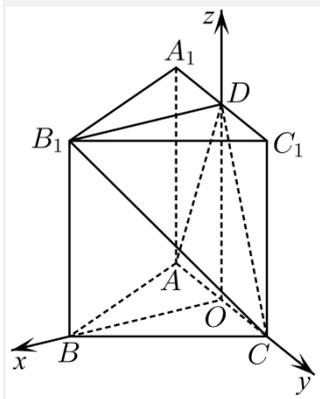
设 $\vec{n} = (x, y, z)$ 为平面 B_1DC 的法向量, 由 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{CB_1} = 0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} -y + 2z = 0 \\ \sqrt{3}x - y + 2z = 0 \end{cases}$, 故 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2z \end{cases}$, 令 $z = 1$, 得

$$\vec{n} = (0, 2, 1).$$

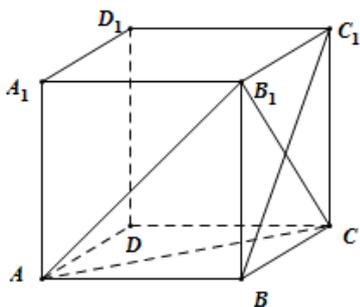
设直线 AD 与平面 B_1DC 所成的角为 α ，则 $\sin \alpha = |\cos \langle \overrightarrow{AD}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{4}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{4}{5}$ ，所以直线 AD 与平

面 B_1DC 所成角的正弦值为 $\frac{4}{5}$ 。

故选：A



4. 如图，在棱长为 1 的正方体中，下列结论不正确的是（ ）



- A. 异面直线 AC 与 BC_1 所成的角为 60°
- B. 二面角 $A-B_1C-B$ 的正切值为 $\sqrt{2}$
- C. 直线 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成的角为 45°
- D. 四面体 D_1-AB_1C 的外接球体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

【答案】 C

【分析】 建立空间直角坐标系，利用空间向量求解异面直线的夹角，二面角及线面角，判断 ABC 选项，D 选项，四面体 D_1-AB_1C 的外接球即为正方体的外接球，从而求出外接球半径和体积。

【详解】 以 D 为坐标原点， DA ， DC ， DD_1 所在直线分别为 x 轴， y 轴， z 轴建立空间直角坐标系，则 $A(1,0,0)$ ， $C(0,1,0)$ ， $B(1,1,0)$ ， $C_1(0,1,1)$ ， $B_1(1,1,1)$ ， $D_1(0,0,1)$ ，

A 选项，设异面直线 AC 与 BC_1 所成的角为 θ ，

$$\text{则 } \cos \theta = |\cos \overline{AC}, \overline{BC_1}| = \frac{|(-1, 1, 0) \cdot (-1, 0, 1)|}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

故异面直线 AC 与 BC_1 所成的角为 60° ，A 正确；

B 选项，设平面 AB_1C 的法向量为 $\vec{m} = (x, y, z)$ ，

$$\text{则有 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overline{AB_1} = y + z = 0 \\ \vec{m} \cdot \overline{AC} = -x + y = 0 \end{cases}, \text{ 令 } y = 1 \text{ 得: } x = 1, z = -1,$$

$$\text{则 } \vec{m} = (1, 1, -1),$$

平面 BB_1C 的法向量为 $\vec{n} = (0, 1, 0)$ ，

$$\cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

设二面角 $A - B_1C - B$ 的大小为 α ，显然 α 为锐角，则 $\cos \alpha = \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

所以 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ， $\tan \alpha = \sqrt{2}$ ，故二面角 $A - B_1C - B$ 的正切值为 $\sqrt{2}$ ，B 正确；

C 选项，设平面 ABC_1D_1 的法向量为 $\vec{n}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} \vec{n}_1 \cdot \overline{AB} = y_1 = 0 \\ \vec{n}_1 \cdot \overline{AC_1} = -x_1 + y_1 + z_1 = 0 \end{cases} \text{ 令 } x_1 = 1, \text{ 则 } z_1 = 1,$$

$$\text{所以 } \vec{n}_1 = (1, 0, 1),$$

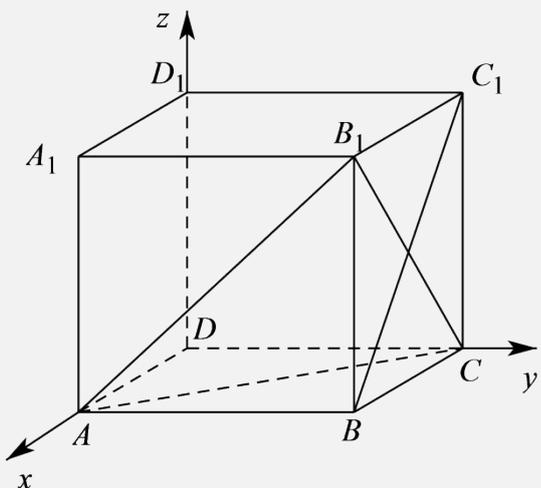
设直线 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成的角为 β ，

$$\text{则 } \sin \beta = |\cos \overline{AB_1}, \vec{n}_1| = \frac{|(0, 1, 1) \cdot (1, 0, 1)|}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

则 $\beta = 30^\circ$ ，C 错误；

D 选项，四面体 $D_1 - AB_1C$ 的外接球即为正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的外接球，

设外接球半径为 R ，则 $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则外接球体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2} \pi$ ，D 正确。



故选：C

5. 过点 $A(2,3)$ 且与直线 $l: 2x-4y+7=0$ 平行的直线方程是 ()

- A. $x-2y+4=0$ B. $x-2y-4=0$ C. $2x-y+1=0$ D. $x+2y-8=0$

【答案】A

【分析】利用平行直线的特点先设出待求直线方程，代入所过点可得答案.

【详解】由题意设所求方程为 $2x-4y+c=0(c \neq 7)$,

因为直线经过点 $A(2,3)$,

所以 $2 \times 2 - 4 \times 3 + c = 0$, 即 $c = 8$, 所以所求直线为 $x-2y+4=0$.

故选：A.

6. 当圆 $C: x^2-2x+y^2-3=0$ 截直线 $l: x-my+m-2=0$ 所得的弦长最短时, 实数 $m =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $-\sqrt{2}$ D. -1

【答案】D

【分析】首先将圆的方程化为标准式, 即可得到圆心坐标与半径, 再求出直线过定点坐标 $M(2,1)$, 可判断 $M(2,1)$ 在圆内, 当 $CM \perp$ 直线 l 时弦长最短, 再根据两直线垂直斜率乘积为 -1 , 求出参数的值.

【详解】解: 圆 $C: x^2-2x+y^2-3=0$, 即 $(x-1)^2+y^2=4$, 圆心为 $C(1,0)$, 半径 $r=2$,

直线 $l: x-my+m-2=0$, 即 $(1-y)m+(x-2)=0$, 令 $\begin{cases} x-2=0 \\ 1-y=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$, 即直线 l 恒过定点 $M(2,1)$,

又 $|CM| = \sqrt{(2-1)^2+(1-0)^2} = \sqrt{2} < 2$, 所以点 M 在圆 C 内部,

所以当 $CM \perp$ 直线 l 时弦长最短, 又 $k_{CM} = \frac{1-0}{2-1} = 1$, 所以 $k_l = -1$, 即 $\frac{1}{m} = -1$, 解得 $m = -1$;

故选: D

7. 在平面直角坐标系中, 直线 $y = kx + m (k \neq 0)$ 与 x 轴和 y 轴分别交于 A, B 两点, $|AB| = 2\sqrt{2}$, 若

$CA \perp CB$, 则当 k, m 变化时, 点 C 到点 $(1,1)$ 的距离的最大值为 ()

- A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

【答案】B

【分析】先求得 A, B 两点坐标, 根据 $|AB| = 2\sqrt{2}$ 得到 $(-\frac{m}{k})^2 + m^2 = 8$, 再结合 $CA \perp CB$ 可得到 C 轨迹为动圆, 求得该动圆圆心的方程, 即可求得答案.

【详解】由 $y = kx + m (k \neq 0)$ 得 $A(-\frac{m}{k}, 0), B(0, m)$,

故由 $|AB| = 2\sqrt{2}$ 得 $(-\frac{m}{k})^2 + m^2 = 8$,

由 $CA \perp CB$ 得 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, 设 $C(x, y)$, 则 $(x + \frac{m}{k}, y) \cdot (x, y - m) = 0$,

即 $(x + \frac{m}{2k})^2 + (y - \frac{m}{2})^2 = \frac{m^2}{4k^2} + \frac{m^2}{4}$, 即点 C 轨迹为一动圆,

设该动圆圆心为 (x', y') , 则 $x' = -\frac{m}{2k}, y' = \frac{m}{2}$,

整理得 $k = -\frac{y'}{x'}, m = 2y'$, 代入到 $(-\frac{m}{k})^2 + m^2 = 8$ 中,

得: $x'^2 + y'^2 = 2$, 即 C 轨迹的圆心在圆 $x'^2 + y'^2 = 2$ 上,

故点 $(1,1)$ 与该圆上的点 $(-1,-1)$ 的连线的距离加上圆的半径即为点 C 到点 $(1,1)$ 的距离的最大值, 最大值为

$$\sqrt{[1-(-1)]^2 + [1-(-1)]^2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2},$$

故选: B

8. 设 $m \in R$, 过定点 A 的动直线 $x + my + 1 = 0$ 和过定点 B 的动直线 $mx - y - 2m + 3 = 0$ 交于点 $P(x, y)$, 则

$|PA| + |PB|$ 的最大值 ()

- A. $2\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. 6

【答案】D

【分析】根据动直线方程求出定点 A, B 的坐标, 并判断两动直线互相垂直, 进而可得 $|PA|^2 + |PB|^2 = 18$,

最后由基本不等式 $\frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} \geq \left(\frac{|PA| + |PB|}{2}\right)^2$ 即可求解.

【详解】解：由题意，动直线 $x + my + 1 = 0$ 过定点 $A(-1, 0)$,

直线 $mx - y - 2m + 3 = 0$ 可化为 $(x - 2)m + 3 - y = 0$ ，令 $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ 3 - y = 0 \end{cases}$ ，可得 $B(2, 3)$ ，

又 $1 \times m + m \times (-1) = 0$ ，所以两动直线互相垂直，且交点为 P ，

所以 $|PA|^2 + |PB|^2 = |AB|^2 = (-1 - 2)^2 + (0 - 3)^2 = 18$ ，

因为 $\frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} \geq \left(\frac{|PA| + |PB|}{2}\right)^2$ ，

所以 $|PA| + |PB| \leq \sqrt{2(|PA|^2 + |PB|^2)} = \sqrt{2 \times 18} = 6$ ，当且仅当 $|PA| = |PB| = 3$ 时取等号.

故选：D.

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知空间三点 $A(-2, 0, 2), B(-1, 1, 2), C(-3, 0, 4)$ ，设 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AC}$. 则下列结论正确的是 ()

A. 若 $|\vec{c}| = 3$ ，且 $\vec{c} \parallel \overrightarrow{BC}$ ，则 $\vec{c} = (2, 1, -2)$

B. \vec{a} 和 \vec{b} 的夹角的余弦值 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. 若 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $k\vec{a} - 2\vec{b}$ 互相垂直，则 k 的值为 2；

D. 若 $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) + \mu(\vec{a} - \vec{b})$ 与 z 轴垂直，则 λ, μ 应满足 $\lambda - \mu = 0$

【答案】BD

【分析】根据给定条件，求出 \overrightarrow{BC} 的坐标，借助共线向量的意义判断 A；求出向量 \vec{a} 和 \vec{b} 的坐标，再分别计算判断 B, C, D 作答.

【详解】依题意， $\vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (-1, 0, 2), \overrightarrow{BC} = (-2, -1, 2)$ ，

对于 A，因 $|\overrightarrow{BC}| = 3$ ，而 $|\vec{c}| = 3$ ，且 $\vec{c} \parallel \overrightarrow{BC}$ ，则 $\vec{c} = -\overrightarrow{BC} = (2, 1, -2)$ 或 $\vec{c} = \overrightarrow{BC} = (-2, -1, 2)$ ，A 不正确；

对于 B， $\cos\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ ，B 正确；

对于 C，因 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $k\vec{a} - 2\vec{b}$ 互相垂直，则 $(k\vec{a} + \vec{b}) \cdot (k\vec{a} - 2\vec{b}) = k^2 \vec{a}^2 - k\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = 2k^2 + k - 10 = 0$ ，

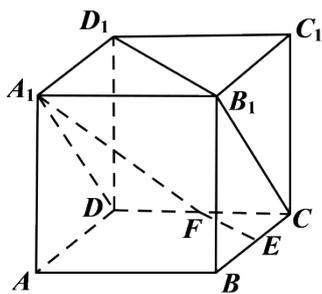
解得 $k=2$ 或 $k=-\frac{5}{2}$, C 不正确;

对于 D, $\lambda(\vec{a}+\vec{b})+\mu(\vec{a}-\vec{b})=\lambda(0,1,2)+\mu(2,1,-2)=(2\mu,\lambda+\mu,2\lambda-2\mu)$, z 轴的一个方向向量 $\vec{n}=(0,0,1)$,

依题意, $(2\mu,\lambda+\mu,2\lambda-2\mu)\cdot(0,0,1)=2\lambda-2\mu=0$, 即 $\lambda-\mu=0$, D 正确.

故选: BD

10. 如图, 已知 E, F 分别是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BC 和 CD 的中点, 则 ()



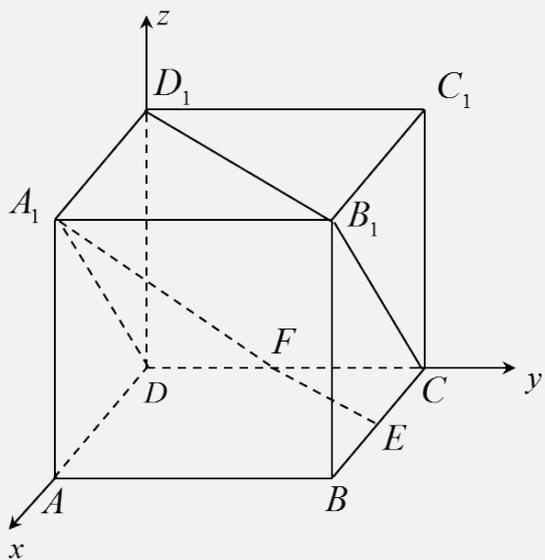
- A. A_1D 与 B_1D_1 是异面直线
- B. A_1D 与 EF 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$
- C. A_1F 与平面 B_1EB 所成角的余弦值为 $\frac{1}{3}$
- D. 二面角 $C-D_1B_1-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】 ABD

【分析】 根据异面直线的概念可判断 A, 建立空间直角坐标系, 用向量的方法可判断 BCD.

【详解】 根据异面直线的概念可得“平面内一点与平面外一点的连线, 与此平面内不经过该点的直线是异面直线异面直线”可知 A 正确;

以 D 为原点, DA, DC, DD_1 分别为 x, y, z 轴, 建立空间直角坐标系,



设正方体棱长为 2， $D(0,0,0)$ ， $A_1(2,0,2)$ ， $E(1,2,0)$ ， $F(0,1,0)$ ，

所以 $\overline{A_1D} = (-2, 0, -2)$ ， $\overline{EF} = (-1, -1, 0)$ ，

设 A_1D 与 EF 所成角的大小为 θ ，

$$\text{则 } \cos \theta = \frac{|\overline{A_1D} \cdot \overline{EF}|}{|\overline{A_1D}| |\overline{EF}|} = \frac{2}{\sqrt{8} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2}，$$

所以 $\theta = \frac{\pi}{3}$ ，故 B 正确；

由题意可知，平面 BEB_1 的法向量可取 $\overline{DC} = (0, 2, 0)$ ，

$$\overline{A_1F} = (-2, 1, -2)，$$

设 A_1F 与平面 B_1EB 所成角为 α ，则 $\sin \alpha = \frac{|\overline{A_1F} \cdot \overline{DC}|}{|\overline{A_1F}| |\overline{DC}|} = \frac{2}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$ ，

所以 A_1F 与平面 B_1EB 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$ ，故 C 错误；

$$\overline{D_1B_1} = (2, 2, 0)，\quad \overline{BB_1} = (0, 0, 2)，$$

设平面 D_1B_1B 的法向量为 $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overline{D_1B_1} = 2x_1 + 2y_1 = 0 \\ \vec{m} \cdot \overline{BB_1} = 2z_1 = 0 \end{cases}，$$

令 $x_1 = 1$ ，得 $\vec{m} = (1, -1, 0)$ ，

同理可得平面 D_1B_1C 的法向量 $\vec{n} = (1, -1, -1)$ ，

$$\text{则 } \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}，$$

又因为二面角 $C-D_1B_1-B$ 为锐角，

所以二面角 $C-D_1B_1-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，故 D 正确。

故选：ABD.

11. 已知圆 $M:(x+2)^2+y^2=2$ ，直线 $l:x+y-2=0$ ，点 P 在直线 l 上运动，直线 PA, PB 分别于圆 M 切于点 A, B . 则下列说法正确的是 ()

A. 四边形 $PAMB$ 的面积最小值为 $2\sqrt{3}$

B. $|PA|$ 最短时，弦 AB 长为 $\sqrt{6}$

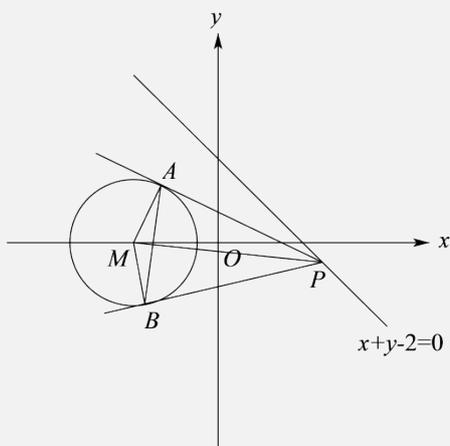
C. $|PA|$ 最短时，弦 AB 直线方程为 $x+y-1=0$

D. 直线 AB 过定点 $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

【答案】 ABD

【分析】 由圆的方程可确定圆心和半径，根据切线长与圆心到定点距离 d 和半径 r 之间关系，即切线长 $=\sqrt{d^2-r^2}$ 可知当 $PM \perp l$ 时， $|PA|$ 最小，可确定四边形面积最小值，同时利用面积桥可求得 $|AB|$ ，由此可知 AB 正确；设 $P(x_0, y_0)$ ，可知 AB 方程为 $(x_0+2)(x+2)+y_0y=2$ ，由 $PM \perp l$ 可求得 P 点坐标，由此可得 AB 方程，知 C 正确；将 $y_0=2-x_0$ 代入 AB 方程，根据直线过定点的求法可知 D 正确。

【详解】 由圆的方程知：圆心 $M(-2, 0)$ ，半径 $r=\sqrt{2}$ ，



对于 AB，四边形 $PAMB$ 的面积 $S=2S_{\triangle PAM}=2 \times \frac{1}{2}|PA| \cdot r = \sqrt{2}|PA|$ ，

则当 $|PA|$ 最短时，四边形 $PAMB$ 的面积最小，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/896053223212010145>