

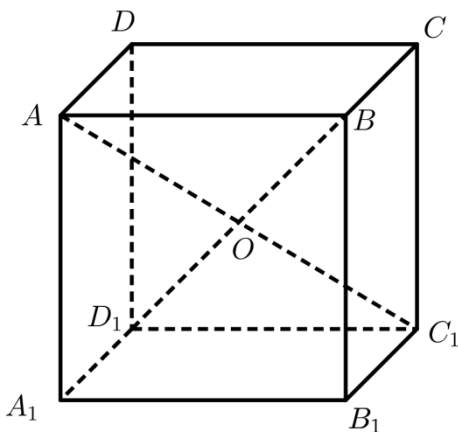
新高考地区高 2024 届高二（上）第一次月考模拟一  
数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 如图所示，若正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为  $a$ ，体对角线  $AC_1$  与  $BD_1$  相交于点  $O$ ，则有（ ）.

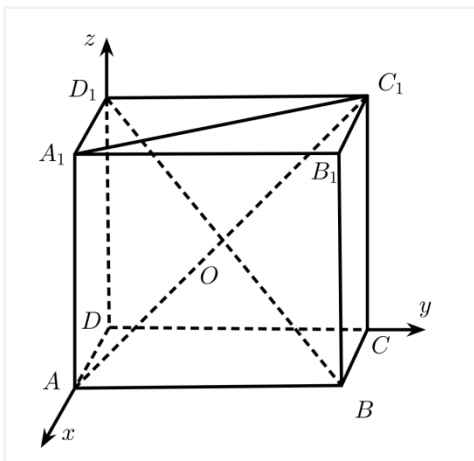


- A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A_1C_1} = 2a^2$     B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC_1} = \sqrt{2}a^2$     C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}a^2$     D.  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA_1} = a^2$

**【答案】** C

**【分析】** 建立空间直角坐标系，利用向量坐标运算、数量积运算性质即可判断出结论.

**【详解】** 如图所示，以  $D$  为坐标原点，以  $DA$ 、 $DC$ 、 $DD_1$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  建立空间直角坐标系：



由上图以及已知条件可知,  $D(0, 0, 0)$ ,  $A(a, 0, 0)$ ,  $B(a, a, 0)$ ,  $A_1(a, 0, a)$ ,  $C_1(0, a, a)$ ,  $C(0, a, 0)$ ,  $O\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ .

因为  $\overrightarrow{AB} = (0, a, 0)$ ,  $\overrightarrow{A_1C_1} = (-a, a, 0)$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A_1C_1} = a^2$ , 故 A 错误;

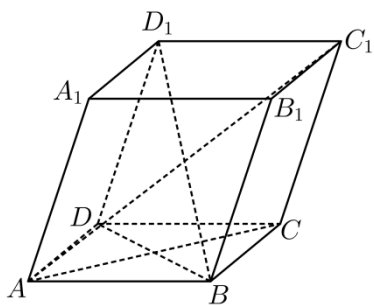
因为  $\overrightarrow{AC_1} = (-a, a, a)$ , 所以  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC_1} = a^2$ , 故 B 错误;

因为  $\overrightarrow{AO} = \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ , 所以  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{a^2}{2}$ , 故 C 正确;

因为  $\overrightarrow{BC} = (-a, 0, 0)$ ,  $\overrightarrow{DA_1} = (a, 0, a)$ , 所以  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA_1} = -a^2$ , 故 D 错误.

故选: C.

2. 如图, 在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 以顶点  $A$  为端点的三条棱长均为 6, 且它们彼此的夹角都是  $60^\circ$ , 下列说法中不正确的是 ( )



A.  $AC_1 = 6\sqrt{6}$

B.  $BD \perp$  平面  $ACC_1$

C. 向量  $\overrightarrow{B_1C}$  与  $\overrightarrow{AA_1}$  的夹角是  $60^\circ$

D. 直线  $BD_1$  与  $AC$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

【答案】C

【分析】利用空间向量法，通过计算线段长度、向量夹角、线线角以及证明线面垂直等知识确定正确答案.

【详解】以  $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}\}$  为空间一组基底.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC_1} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}, \quad \overrightarrow{AC_1}^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})^2 \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA_1}^2 + 2(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA_1}) \\ &= 36 + 36 + 36 + 2(3 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ) = 216,\end{aligned}$$

所以  $|\overrightarrow{AC_1}| = 6\sqrt{6}$ ，A 选项正确.

由于四边形  $ABCD$  是菱形，所以  $BD \perp AC$ ，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CC_1} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA_1} \\ &= 6 \times 6 \times \cos 60^\circ - 6 \times 6 \times \cos 60^\circ = 0,\end{aligned}$$

所以  $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{CC_1}$ ，即  $BD \perp CC_1$ ，

由于  $AC \cap CC_1 = C$ ，所以  $BD \perp$  平面  $ACC_1$ ，B 选项正确.

$\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1}$ ，三角形  $BCB_1$  是等边三角形，

由图可知  $\overrightarrow{BB_1}$  与  $\overrightarrow{B_1C}$  的夹角为钝角，也即  $\overrightarrow{B_1C}$  与  $\overrightarrow{AA_1}$  的夹角为钝角，C 选项错误.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD_1} &= \overrightarrow{AD_1} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{BD_1}^2 &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AA_1}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + 2(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB}) \\ &= 36 + 36 + 36 + 2 \times (6 \times 6 \times \cos 60^\circ - 6 \times 6 \times \cos 60^\circ - 6 \times 6 \times \cos 60^\circ) = 72,\end{aligned}$$

所以  $|\overrightarrow{BD_1}| = 6\sqrt{2}$ .

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{AC}^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})^2 = \overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD}^2 = 36 + 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ + 36 = 108,$$

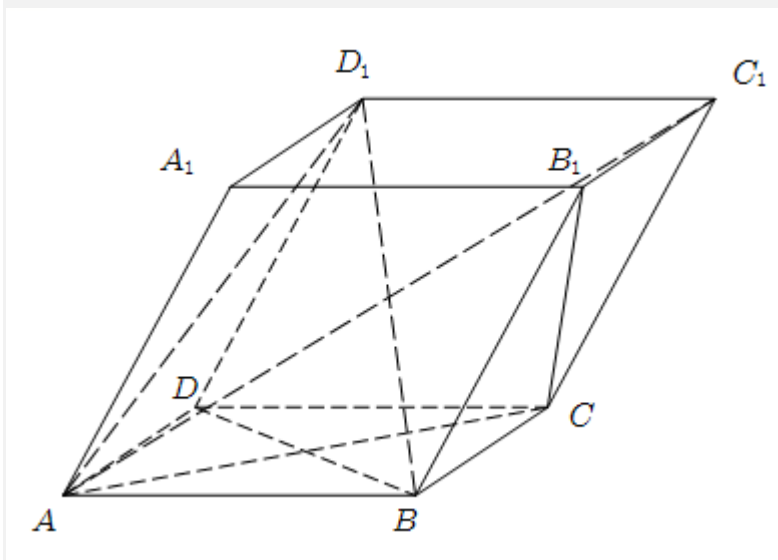
所以  $|\overrightarrow{AC}| = 6\sqrt{3}$ .

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD_1} \cdot \overrightarrow{AC} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60^\circ = 36.\end{aligned}$$

设直线  $BD_1$  与直线  $AC$  所成角为  $\theta$ ,

$$\text{则 } \cos \theta = \left| \cos \langle \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{AC} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{BD_1} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{BD_1}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{36}{6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}, \text{ D 选项正确.}$$

故选: C



3. 若正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的所有棱长都相等,  $D$  是  $A_1C_1$  的中点, 则直线  $AD$  与平面  $B_1DC$  所成角的正弦值为 ( )

- A.  $\frac{4}{5}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{5}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

**【答案】** A

**【分析】**取  $AC$  的中点  $O$  为坐标原点, 建立空间直角坐标系  $O-xyz$ , 用向量法求出平面  $B_1DC$  的法向量  $\vec{n} = (x, y, z)$ ,

即可由  $\sin \alpha = |\cos \langle \overrightarrow{AD}, \vec{n} \rangle|$  求所需正弦值

**【详解】**取  $AC$  的中点  $O$  为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系  $O-xyz$ .

设三棱柱的棱长为 2, 则  $A(0, -1, 0), D(0, 0, 2), C(0, 1, 0), B_1(\sqrt{3}, 0, 2)$ , 所以  $\overrightarrow{AD} = (0, 1, 2), \overrightarrow{CD} = (0, -1, 2),$

$$\overrightarrow{CB_1} = (\sqrt{3}, -1, 2),$$

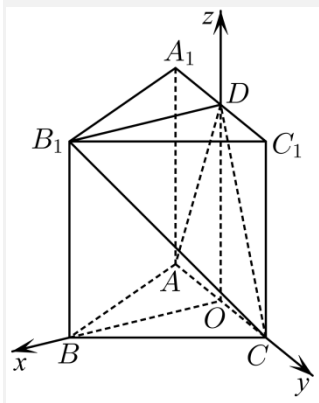
设  $\vec{n} = (x, y, z)$  为平面  $B_1DC$  的法向量, 由  $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{CB_1} = 0 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} -y + 2z = 0 \\ \sqrt{3}x - y + 2z = 0 \end{cases}$ , 故  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2z \end{cases}$ , 令  $z = 1$ , 得

$$\vec{n} = (0, 2, 1).$$

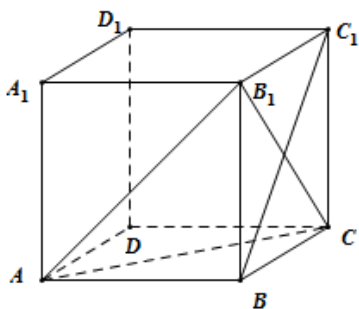
设直线  $AD$  与平面  $B_1DC$  所成的角为  $\alpha$ ，则  $\sin \alpha = |\cos \langle \overrightarrow{AD}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{4}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{4}{5}$ ，所以直线  $AD$  与平

面  $B_1DC$  所成角的正弦值为  $\frac{4}{5}$ 。

故选：A



4. 如图，在棱长为 1 的正方体中，下列结论不正确的是（ ）



- A. 异面直线  $AC$  与  $BC_1$  所成的角为  $60^\circ$
- B. 二面角  $A-B_1C-B$  的正切值为  $\sqrt{2}$
- C. 直线  $AB_1$  与平面  $ABC_1D_1$  所成的角为  $45^\circ$
- D. 四面体  $D_1-AB_1C$  的外接球体积为  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

**【答案】** C

**【分析】** 建立空间直角坐标系，利用空间向量求解异面直线的夹角，二面角及线面角，判断 ABC 选项，D 选项，四面体  $D_1-AB_1C$  的外接球即为正方体的外接球，从而求出外接球半径和体积。

**【详解】** 以  $D$  为坐标原点， $DA$ ， $DC$ ， $DD_1$  所在直线分别为  $x$  轴， $y$  轴， $z$  轴建立空间直角坐标系，则  $A(1,0,0)$ ， $C(0,1,0)$ ， $B(1,1,0)$ ， $C_1(0,1,1)$ ， $B_1(1,1,1)$ ， $D_1(0,0,1)$ ，

A 选项，设异面直线  $AC$  与  $BC_1$  所成的角为  $\theta$ ，

$$\text{则 } \cos \theta = |\cos \overline{AC}, \overline{BC_1}| = \frac{|(-1,1,0) \cdot (-1,0,1)|}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

故异面直线  $AC$  与  $BC_1$  所成的角为  $60^\circ$ ，A 正确；

B 选项，设平面  $AB_1C$  的法向量为  $\vec{m} = (x, y, z)$ ，

$$\text{则有 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overline{AB_1} = y + z = 0 \\ \vec{m} \cdot \overline{AC} = -x + y = 0 \end{cases}, \text{ 令 } y = 1 \text{ 得: } x = 1, z = -1,$$

$$\text{则 } \vec{m} = (1, 1, -1),$$

平面  $BB_1C$  的法向量为  $\vec{n} = (0, 1, 0)$ ，

$$\cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

设二面角  $A-B_1C-B$  的大小为  $\alpha$ ，显然  $\alpha$  为锐角，则  $\cos \alpha = \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

所以  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ， $\tan \alpha = \sqrt{2}$ ，故二面角  $A-B_1C-B$  的正切值为  $\sqrt{2}$ ，B 正确；

C 选项，设平面  $ABC_1D_1$  的法向量为  $\vec{n}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} \vec{n}_1 \cdot \overline{AB} = y_1 = 0 \\ \vec{n}_1 \cdot \overline{AC_1} = -x_1 + y_1 + z_1 = 0 \end{cases} \text{ 令 } x_1 = 1, \text{ 则 } z_1 = 1,$$

$$\text{所以 } \vec{n}_1 = (1, 0, 1),$$

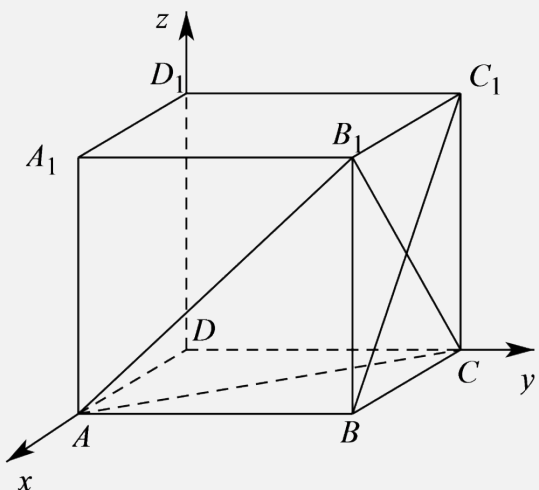
设直线  $AB_1$  与平面  $ABC_1D_1$  所成的角为  $\beta$ ，

$$\text{则 } \sin \beta = |\cos \overline{AB_1}, \vec{n}_1| = \frac{|(0,1,1) \cdot (1,0,1)|}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

则  $\beta = 30^\circ$ ，C 错误；

D 选项，四面体  $D_1-AB_1C$  的外接球即为正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的外接球，

设外接球半径为  $R$ ，则  $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则外接球体积为  $\frac{\sqrt{3}}{2} \pi$ ，D 正确。



故选：C

5. 过点  $A(2,3)$  且与直线  $l: 2x-4y+7=0$  平行的直线方程是 ( )

- A.  $x-2y+4=0$       B.  $x-2y-4=0$       C.  $2x-y+1=0$       D.  $x+2y-8=0$

【答案】A

【分析】利用平行直线的特点先设出待求直线方程，代入所过点可得答案.

【详解】由题意设所求方程为  $2x-4y+c=0(c \neq 7)$ ,

因为直线经过点  $A(2,3)$ ,

所以  $2 \times 2 - 4 \times 3 + c = 0$ , 即  $c = 8$ , 所以所求直线为  $x-2y+4=0$ .

故选：A.

6. 当圆  $C: x^2-2x+y^2-3=0$  截直线  $l: x-my+m-2=0$  所得的弦长最短时，实数  $m =$  ( )

- A.  $\sqrt{2}$       B. 1      C.  $-\sqrt{2}$       D. -1

【答案】D

【分析】首先将圆的方程化为标准式，即可得到圆心坐标与半径，再求出直线过定点坐标  $M(2,1)$ ，可判断  $M(2,1)$  在圆内，当  $CM \perp$  直线  $l$  时弦长最短，再根据两直线垂直斜率乘积为  $-1$ ，求出参数的值.

【详解】解：圆  $C: x^2-2x+y^2-3=0$ ，即  $(x-1)^2+y^2=4$ ，圆心为  $C(1,0)$ ，半径  $r=2$ ，

直线  $l: x-my+m-2=0$ ，即  $(1-y)m+(x-2)=0$ ，令  $\begin{cases} x-2=0 \\ 1-y=0 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ ，即直线  $l$  恒过定点  $M(2,1)$ ，

又  $|CM| = \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2} < 2$ ，所以点  $M$  在圆  $C$  内部，

所以当  $CM \perp$  直线  $l$  时弦长最短, 又  $k_{CM} = \frac{1-0}{2-1} = 1$ , 所以  $k_l = -1$ , 即  $\frac{1}{m} = -1$ , 解得  $m = -1$ ;

故选: D

7. 在平面直角坐标系中, 直线  $y = kx + m (k \neq 0)$  与  $x$  轴和  $y$  轴分别交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 2\sqrt{2}$ , 若

$CA \perp CB$ , 则当  $k, m$  变化时, 点  $C$  到点  $(1,1)$  的距离的最大值为 ( )

- A.  $4\sqrt{2}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C.  $2\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{2}$

**【答案】B**

**【分析】**先求得  $A, B$  两点坐标, 根据  $|AB| = 2\sqrt{2}$  得到  $(-\frac{m}{k})^2 + m^2 = 8$ , 再结合  $CA \perp CB$  可得到  $C$  轨迹为动圆, 求得该动圆圆心的方程, 即可求得答案.

**【详解】**由  $y = kx + m (k \neq 0)$  得  $A(-\frac{m}{k}, 0), B(0, m)$ ,

故由  $|AB| = 2\sqrt{2}$  得  $(-\frac{m}{k})^2 + m^2 = 8$ ,

由  $CA \perp CB$  得  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ , 设  $C(x, y)$ , 则  $(x + \frac{m}{k}, y) \cdot (x, y - m) = 0$ ,

即  $(x + \frac{m}{2k})^2 + (y - \frac{m}{2})^2 = \frac{m^2}{4k^2} + \frac{m^2}{4}$ , 即点  $C$  轨迹为一动圆,

设该动圆圆心为  $(x', y')$ , 则  $x' = -\frac{m}{2k}, y' = \frac{m}{2}$ ,

整理得  $k = -\frac{y'}{x'}, m = 2y'$ , 代入到  $(-\frac{m}{k})^2 + m^2 = 8$  中,

得:  $x'^2 + y'^2 = 2$ , 即  $C$  轨迹的圆心在圆  $x'^2 + y'^2 = 2$  上,

故点  $(1,1)$  与该圆上的点  $(-1,-1)$  的连线的距离加上圆的半径即为点  $C$  到点  $(1,1)$  的距离的最大值, 最大值为

$$\sqrt{[1-(-1)]^2 + [1-(-1)]^2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2},$$

故选: B

8. 设  $m \in R$ , 过定点  $A$  的动直线  $x + my + 1 = 0$  和过定点  $B$  的动直线  $mx - y - 2m + 3 = 0$  交于点  $P(x, y)$ , 则

$|PA| + |PB|$  的最大值 ( )

- A.  $2\sqrt{5}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C. 3                              D. 6

**【答案】D**

**【分析】**根据动直线方程求出定点  $A, B$  的坐标, 并判断两动直线互相垂直, 进而可得  $|PA|^2 + |PB|^2 = 18$ ,



最后由基本不等式  $\frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} \geq \left(\frac{|PA| + |PB|}{2}\right)^2$  即可求解.

【详解】解：由题意，动直线  $x + my + 1 = 0$  过定点  $A(-1, 0)$ ,

直线  $mx - y - 2m + 3 = 0$  可化为  $(x - 2)m + 3 - y = 0$ , 令  $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ 3 - y = 0 \end{cases}$ , 可得  $B(2, 3)$ ,

又  $1 \times m + m \times (-1) = 0$ , 所以两动直线互相垂直, 且交点为  $P$ ,

所以  $|PA|^2 + |PB|^2 = |AB|^2 = (-1 - 2)^2 + (0 - 3)^2 = 18$ ,

因为  $\frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} \geq \left(\frac{|PA| + |PB|}{2}\right)^2$ ,

所以  $|PA| + |PB| \leq \sqrt{2(|PA|^2 + |PB|^2)} = \sqrt{2 \times 18} = 6$ , 当且仅当  $|PA| = |PB| = 3$  时取等号.

故选：D.

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知空间三点  $A(-2, 0, 2), B(-1, 1, 2), C(-3, 0, 4)$ , 设  $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}$ . 则下列结论正确的是 ( )

A. 若  $|\vec{c}| = 3$ , 且  $\vec{c} \parallel \overline{BC}$ , 则  $\vec{c} = (2, 1, -2)$

B.  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的夹角的余弦值  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. 若  $k\vec{a} + \vec{b}$  与  $k\vec{a} - 2\vec{b}$  互相垂直, 则  $k$  的值为 2;

D. 若  $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) + \mu(\vec{a} - \vec{b})$  与  $z$  轴垂直, 则  $\lambda, \mu$  应满足  $\lambda - \mu = 0$

【答案】BD

【分析】根据给定条件, 求出  $\overline{BC}$  的坐标, 借助共线向量的意义判断 A; 求出向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的坐标, 再分别计算判断 B, C, D 作答.

【详解】依题意,  $\vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (-1, 0, 2), \overline{BC} = (-2, -1, 2)$ ,

对于 A, 因  $|\overline{BC}| = 3$ , 而  $|\vec{c}| = 3$ , 且  $\vec{c} \parallel \overline{BC}$ , 则  $\vec{c} = -\overline{BC} = (2, 1, -2)$  或  $\vec{c} = \overline{BC} = (-2, -1, 2)$ , A 不正确;

对于 B,  $\cos\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ , B 正确;

对于 C, 因  $k\vec{a} + \vec{b}$  与  $k\vec{a} - 2\vec{b}$  互相垂直, 则  $(k\vec{a} + \vec{b}) \cdot (k\vec{a} - 2\vec{b}) = k^2 \vec{a}^2 - k\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = 2k^2 + k - 10 = 0$ ,

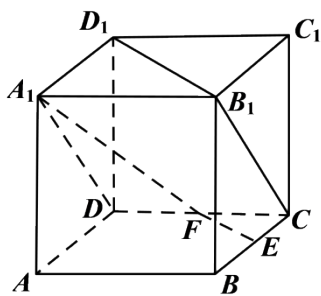
解得  $k=2$  或  $k=-\frac{5}{2}$ , C 不正确;

对于 D,  $\lambda(\vec{a}+\vec{b})+\mu(\vec{a}-\vec{b})=\lambda(0,1,2)+\mu(2,1,-2)=(2\mu,\lambda+\mu,2\lambda-2\mu)$ ,  $z$  轴的一个方向向量  $\vec{n}=(0,0,1)$ ,

依题意,  $(2\mu,\lambda+\mu,2\lambda-2\mu)\cdot(0,0,1)=2\lambda-2\mu=0$ , 即  $\lambda-\mu=0$ , D 正确.

故选: BD

10. 如图, 已知  $E, F$  分别是正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱  $BC$  和  $CD$  的中点, 则 ( )



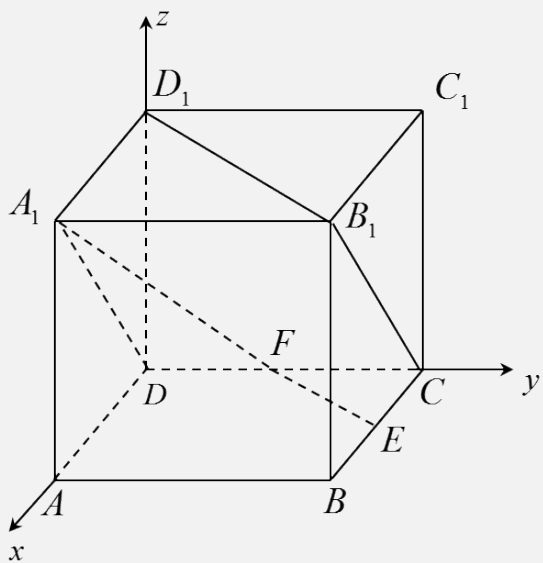
- A.  $A_1D$  与  $B_1D_1$  是异面直线
- B.  $A_1D$  与  $EF$  所成角的大小为  $\frac{\pi}{3}$
- C.  $A_1F$  与平面  $B_1EB$  所成角的余弦值为  $\frac{1}{3}$
- D. 二面角  $C-D_1B_1-B$  的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】 ABD

【分析】 根据异面直线的概念可判断 A, 建立空间直角坐标系, 用向量的方法可判断 BCD.

【详解】 根据异面直线的概念可得“平面内一点与平面外一点的连线, 与此平面内不经过该点的直线是异面直线”可知 A 正确;

以  $D$  为原点,  $DA, DC, DD_1$  分别为  $x, y, z$  轴, 建立空间直角坐标系,



设正方体棱长为 2， $D(0,0,0)$ ， $A_1(2,0,2)$ ， $E(1,2,0)$ ， $F(0,1,0)$ ，

所以  $\overline{A_1D} = (-2,0,-2)$ ， $\overline{EF} = (-1,-1,0)$ ，

设  $A_1D$  与  $EF$  所成角的大小为  $\theta$ ，

$$\text{则 } \cos \theta = \frac{|\overline{A_1D} \cdot \overline{EF}|}{|\overline{A_1D}| |\overline{EF}|} = \frac{2}{\sqrt{8} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2}，$$

所以  $\theta = \frac{\pi}{3}$ ，故 B 正确；

由题意可知，平面  $BEB_1$  的法向量可取  $\overline{DC} = (0,2,0)$ ，

$$\overline{A_1F} = (-2,1,-2)，$$

$$\text{设 } A_1F \text{ 与平面 } B_1EB \text{ 所成角为 } \alpha，\text{ 则 } \sin \alpha = \frac{|\overline{A_1F} \cdot \overline{DC}|}{|\overline{A_1F}| |\overline{DC}|} = \frac{2}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{3}，$$

所以  $A_1F$  与平面  $B_1EB$  所成角的正弦值为  $\frac{1}{3}$ ，故 C 错误；

$$\overline{D_1B_1} = (2,2,0)，\quad \overline{BB_1} = (0,0,2)，$$

设平面  $D_1B_1B$  的法向量为  $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overline{D_1B_1} = 2x_1 + 2y_1 = 0 \\ \vec{m} \cdot \overline{BB_1} = 2z_1 = 0 \end{cases}，$$

令  $x_1 = 1$ ，得  $\vec{m} = (1, -1, 0)$ ，

同理可得平面  $D_1B_1C$  的法向量  $\vec{n} = (1, -1, -1)$ ，

$$\text{则 } \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}，$$

又因为二面角  $C-D_1B_1-B$  为锐角，

所以二面角  $C-D_1B_1-B$  的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，故 D 正确。

故选：ABD.

11. 已知圆  $M:(x+2)^2+y^2=2$ ，直线  $l:x+y-2=0$ ，点  $P$  在直线  $l$  上运动，直线  $PA, PB$  分别于圆  $M$  切于点  $A, B$ . 则下列说法正确的是 ( )

A. 四边形  $PAMB$  的面积最小值为  $2\sqrt{3}$

B.  $|PA|$  最短时，弦  $AB$  长为  $\sqrt{6}$

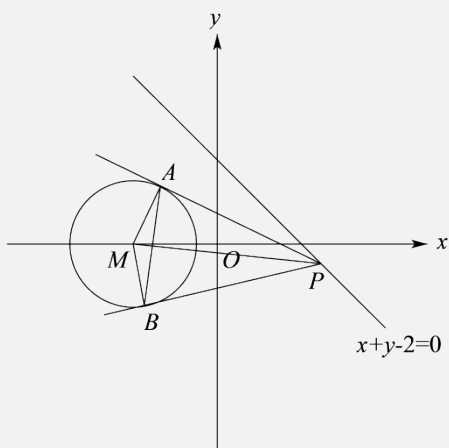
C.  $|PA|$  最短时，弦  $AB$  直线方程为  $x+y-1=0$

D. 直线  $AB$  过定点  $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

【答案】ABD

【分析】由圆的方程可确定圆心和半径，根据切线长与圆心到定点距离  $d$  和半径  $r$  之间关系，即切线长  $=\sqrt{d^2-r^2}$  可知当  $PM \perp l$  时， $|PA|$  最小，可确定四边形面积最小值，同时利用面积桥可求得  $|AB|$ ，由此可知 AB 正确；设  $P(x_0, y_0)$ ，可知  $AB$  方程为  $(x_0+2)(x+2)+y_0y=2$ ，由  $PM \perp l$  可求得  $P$  点坐标，由此可得  $AB$  方程，知 C 正确；将  $y_0=2-x_0$  代入  $AB$  方程，根据直线过定点的求法可知 D 正确。

【详解】由圆的方程知：圆心  $M(-2,0)$ ，半径  $r=\sqrt{2}$ ，



对于 AB，四边形  $PAMB$  的面积  $S=2S_{\triangle PAM}=2 \times \frac{1}{2}|PA| \cdot r = \sqrt{2}|PA|$ ，

则当  $|PA|$  最短时，四边形  $PAMB$  的面积最小，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/896053223212010145>