

2024-2025 学年湖南省岳阳市云溪区高二上学期 11 月期中考试数学

检测试题

一、单选题（共 8 小题，每小题 5 分，总分 40 分）

1. 过点 $P(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ 且倾斜角为 135° 的直线方程为 ()

A. $3x - y - 4\sqrt{3} = 0$

B. $x - y - \sqrt{3} = 0$

C. $x + y - \sqrt{3} = 0$

D. $x + y + \sqrt{3} = 0$

【正确答案】D

【分析】由倾斜角为 135° 求出直线的斜率，再利用点斜式可求出直线方程

【详解】解：因为直线的倾斜角为 135° ，所以直线的斜率为 $k = \tan 135^\circ = -1$ ，

所以直线方程为 $y + 2\sqrt{3} = -(x - \sqrt{3})$ ，即 $x + y + \sqrt{3} = 0$ ，

故选：D

2. “ $m = 0$ ”是“直线 $l_1: mx + 4y + 2 = 0$ 与直线 $l_2: x + my + 1 = 0$ 垂直”的 ()

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【正确答案】A

【分析】根据直线垂直可得 $m = 0$ ，结合充分、必要条件分析判断.

【详解】因为直线 $l_1: mx + 4y + 2 = 0$ 与直线 $l_2: x + my + 1 = 0$ 垂直，

等价于 $m \times 1 + 4 \times m = 0$ ，即 $m = 0$ ，

所以“ $m = 0$ ”是“直线 $l_1: mx + 4y + 2 = 0$ 与直线 $l_2: x + my + 1 = 0$ 垂直”的充要条件.

故选：A.

3. 已知点 A, B, C 为椭圆 D 的三个顶点，若 $\triangle ABC$ 是正三角形，则 D 的离心率是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【正确答案】C

【分析】首先由题得到 $2b = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，结合 $a^2 = b^2 + c^2$ ，即可求得 e 。

【详解】无论椭圆焦点位于 x 轴或 y 轴，根据点 A, B, C 为椭圆 D 的三个顶点，

若 $\triangle ABC$ 是正三角形，则 $2b = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，即 $a^2 = 3b^2$ ，即 $a^2 = 3(a^2 - c^2)$ ，

即有 $2a^2 = 3c^2$ ，则 $e^2 = \frac{2}{3}$ ，解得 $e = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 。

故选：C。

4. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB = BC = 2$ ， $AA_1 = 4$ ， E 为 A_1D_1 的中点，则直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{21}}{42}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$ C. $\frac{\sqrt{42}}{42}$ D. $\frac{\sqrt{42}}{21}$

【正确答案】C

【分析】建立空间直角坐标系，利用线线角公式即可求解。

【详解】在长方体中，以 D 点为原点， DA, DC, DD_1 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，

因为 $AB = BC = 2$ ， $AA_1 = 4$ ，则 $B(2, 2, 0)$ ， $C(0, 2, 0)$ ， $E(1, 0, 4)$ ， $D(0, 0, 0)$ ，

可得 $\overrightarrow{DB} = (2, 2, 0)$ ， $\overrightarrow{CE} = (1, -2, 4)$ ，

则 $\cos \langle \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CE} \rangle = \frac{\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CE}}{|\overrightarrow{DB}| |\overrightarrow{CE}|} = \frac{-2}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2} \times \sqrt{1^2 + 2^2 + 4^2}} = -\frac{\sqrt{42}}{42}$ ，

则直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{42}$ 。

故选：C。

值是 ()

A. $\frac{81}{68}$

B. $\frac{121}{68}$

C. $\frac{169}{68}$

D. $\frac{49}{68}$

【正确答案】B

【分析】求出 M 点的轨迹为直线 $8x - 2y + 11 = 0$ ，再根据点到直线的距离公式即可得到最值.

【详解】由题意得 $C_1(1,1)$, $C_2(-3,2)$,

因为 $|MA| = \sqrt{MC_1^2 - 1}$, $|MB| = \sqrt{|MC_2|^2 - 1}$,

又 $|MA| = |MB|$, 即 $MC_1^2 - 1 = MC_2^2 - 1$,

即 $(m-1)^2 + (n-1)^2 - 1 = (m+3)^2 + (n-2)^2 - 1$,

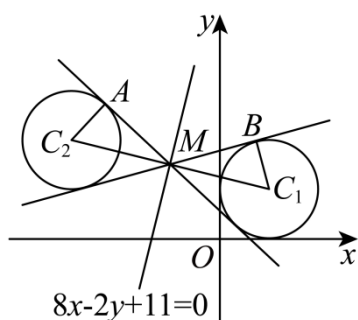
化简得 M 点的轨迹为 $8m - 2n + 11 = 0$, 即在直线 $8x - 2y + 11 = 0$ 上,

$m^2 + n^2$ 表示的几何意义为 M 点到原点距离的平方,

故只需计算原点到直线 $8m - 2n + 11 = 0$ 的距离再平方就可得最小值,

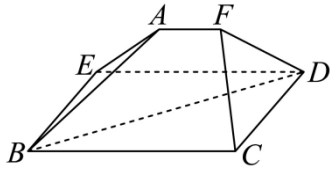
即最小值为 $\left(\frac{11}{\sqrt{8^2 + 2^2}}\right)^2 = \frac{121}{68}$.

故选: B.



7. 刍甍是中国古代算数中的一种几何体, 是底面为矩形的屋脊状的楔体. 现有一个刍甍如图所示, 底面 $BCDE$ 为矩形, $AF \parallel$ 平面 $BCDE$, $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 是全等的正三角形,

$BC = 3$, $BE = 2$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, 则异面直线 AE 与 BD 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{13}}{26}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3\sqrt{13}}{52}$

【正确答案】A

【分析】用基向量表示 \overrightarrow{AE} 和 \overrightarrow{BD} ，再利用异面直线所成角的向量公式即可求解。

【详解】依题意得 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{BA}$ ， $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}$ ，

所以 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{BA}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE})$

$$= \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}^2 - \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BE}$$

$$= 4 - 2 \times 3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \times 2 \cos \frac{\pi}{3} = -1$$

又 $|\overrightarrow{AE}| = 2$ ， $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ ，

所以设异面直线 AE 与 BD 所成的角为 θ ，

$$\text{则 } \cos \theta = \frac{|\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD}|}{|\overrightarrow{AE}| |\overrightarrow{BD}|} = \frac{1}{2 \times \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{26}.$$

故选：A.

8. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点， P 为第一象限内一点，

且满足 $|PF_1| = 2c$ ， $|F_2P| = a$ ，线段 F_2P 与双曲线 C 交于点 Q ，若 $\overrightarrow{F_2P} = 5\overrightarrow{F_2Q}$ ，则双曲线

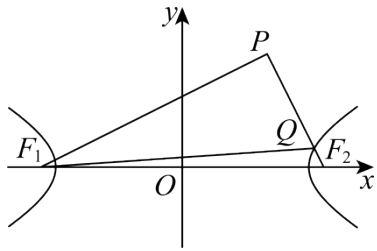
C 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

【正确答案】C

【分析】根据题意可得 $|F_2Q| = \frac{a}{5}$ ， $|F_1Q| = \frac{11a}{5}$ ， $|F_1F_2| = 2c$ ，利用余弦定理列式求解即可。

【详解】由题意可知： $|F_2Q| = \frac{1}{5}|F_2P| = \frac{a}{5}$ ， $|F_1Q| = 2a + |F_2Q| = \frac{11a}{5}$ ，且 $|F_1F_2| = 2c$ ，



在 $\triangle F_1QF_2$ 中，由余弦定理可得

$$\cos \angle F_1F_2Q = \frac{|F_1F_2|^2 + |QF_2|^2 - |QF_1|^2}{2|F_1F_2| \cdot |QF_2|} = \frac{4c^2 + \frac{a^2}{25} - \frac{121a^2}{25}}{2 \times 2c \times \frac{a}{5}} = \frac{5c^2 - 6a^2}{ac}$$

在 $\triangle F_1PF_2$ 中，由余弦定理可得

$$\cos \angle F_1F_2P = \frac{|F_1F_2|^2 + |PF_2|^2 - |PF_1|^2}{2|F_1F_2| \cdot |PF_2|} = \frac{4c^2 + a^2 - 4c^2}{2 \times 2c \times a} = \frac{a}{4c}$$

即 $\frac{5c^2 - 6a^2}{ac} = \frac{a}{4c}$ ，可得 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{5}{4}$ ，

所以双曲线 C 的离心率为 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 。

故选：C。

二、多选题（共4小题，每小题5分，总分20分）

9. 满足下列条件的直线 l_1 与 l_2 ，其中 $l_1 \perp l_2$ 的是（ ）

A. l_1 的倾斜角为 45° ， l_2 的斜率为1

B. l_1 的斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， l_2 经过点 $A(2,0)$ ， $B(3,\sqrt{3})$

C. l_1 经过点 $P(2,1)$ ， $Q(-4,-5)$ ， l_2 经过点 $M(-1,2)$ ， $N(1,0)$

D. l_1 的方向向量为 $(1,m)$ ， l_2 的方向向量为 $(1, -\frac{1}{m})$

【正确答案】BCD

【分析】根据直线斜率之积为 -1 判断 ABC，再由方向向量垂直的数量积表示判断 D.

【详解】对 A, $k_{l_1} = \tan 45^\circ = 1$, $k_{l_2} = 1$, $k_{l_1} \cdot k_{l_2} \neq -1$, 所以 A 不正确;

对 B, $k_{l_2} = \frac{\sqrt{3}-0}{3-2} = \sqrt{3}$, $k_{l_1} \cdot k_{l_2} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = -1$, 故 B 正确;

对 C, $k_{l_1} = \frac{-5-1}{-4-2} = 1$, $k_{l_2} = \frac{2-0}{-1-1} = -1$, $k_{l_1} \cdot k_{l_2} = -1$, 故 C 正确;

对 D, 因为 $(1, m) \cdot \left(1, -\frac{1}{m}\right) = 1 - 1 = 0$, 所以两直线的方向向量互相垂直, 故 $l_1 \perp l_2$, 故 D 正确.

故选: BCD

10. 已知函数 $f(x) = 2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$, 则下列说法正确的是 ()

A. 点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

B. $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{24} + k\pi, \frac{5\pi}{24} + k\pi\right]$, $k \in \mathbf{Z}$

C. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的值域为 $[-2, \sqrt{3}]$

D. 将 $f(x)$ 的图象先向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度, 再将所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x) = \cos 8x$

【正确答案】 AC

【分析】已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的解析式, 根据函数图像及其形式即可得到 ABC 选项的判断, D 选项由函数的变换诱导公式即可判断.

【详解】因为 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 \sin\left(4 \times \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$, 所以点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心, A 正确;

故选: AC

令 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 4x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), 则 $-\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$),

故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$), B 错误;

因为 $x \in \left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$, 所以 $4x - \frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, 故 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的值域为 $[-2, \sqrt{3}]$,

C 正确;

将 $f(x)$ 的图象先向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度, 可得函数

$$y = 2\sin\left(4x - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos 4x$$

的图象,

再将所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 可得 $g(x) = -\cos 8x$ 的图象, D 错误.

故选: AC

11. 曲线 C 是平面内与两个定点 $F_1(0,3)$, $F_2(0,-3)$ 的距离的积等于 12 的点 P 的轨迹, 则下列结论正确的是 ()

A. 点 P 到 y 轴距离的最大值为 3

B. 点 P 到原点距离的最大值为 $\sqrt{21}$

C. $\triangle F_1PF_2$ 周长的最大值为 $4\sqrt{3} + 6$

D. $\angle F_1PF_2$ 最大值为 $\frac{2\pi}{3}$

【正确答案】BD

【分析】对于 A: 根据题意结合面积关系可得 $|x| = 2\sin \angle F_1PF_2$, 即可得结果;

对于 B: 根据向量可得 $|PO|^2 = 12\cos \angle F_1PF_2 + 9$, 即可得结果;

对于 C: 利用基本不等式分析判断;

对于 D: 利用余弦定理结合基本不等式分析判断.

【详解】由题意可知: $|PF_1| \cdot |PF_2| = 12$, $|F_1F_2| = 6$, 设 $P(x,y)$,

对于选项 A: 因为 $S_{\triangle PF_1F_2} = \frac{1}{2}|PF_1| \cdot |PF_2| \sin \angle F_1PF_2 = \frac{1}{2}|F_1F_2| \cdot |x|$,

即 $\frac{1}{2} \times 12 \sin \angle F_1 P F_2 = \frac{1}{2} \times 6|x|$, 解得 $|x| = 2 \sin \angle F_1 P F_2 \leq 2$,

当且仅当 $\angle F_1 P F_2 = \frac{\pi}{2}$ 时, 等号成立,

所以点 P 到 y 轴距离的最大值为 2 , 故 A 错误;

对于选项 B: 因为 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = |\overrightarrow{PF_1}| |\overrightarrow{PF_2}| \cos \angle F_1 P F_2 = 12 \cos \angle F_1 P F_2$,

且 $\overrightarrow{PF_1} = (-x, 3-y), \overrightarrow{PF_2} = (-x, -3-y)$,

则 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = x^2 + y^2 - 9$ 且 $|PO|^2 = x^2 + y^2$,

可得 $12 \cos \angle F_1 P F_2 = |PO|^2 - 9$, 则 $|PO|^2 = 12 \cos \angle F_1 P F_2 + 9 \leq 21$, 即 $|PO| \leq \sqrt{21}$,

当且仅当 $\overrightarrow{PF_1}, \overrightarrow{PF_2}$ 同向时, 等号成立,

所以点 P 到原点距离的最大值为 $\sqrt{21}$, 故 B 正确,

对于选项 C: 因为 $|PF_1| + |PF_2| \geq 2\sqrt{|PF_1| \cdot |PF_2|} = 4\sqrt{3}$,

当且仅当 $|PF_1| = |PF_2| = 2\sqrt{3}$ 时, 等号成立,

所以 $\triangle F_1 P F_2$ 周长的最小值为 $4\sqrt{3} + 6$, 故 C 错误;

对于选项 D: 因为

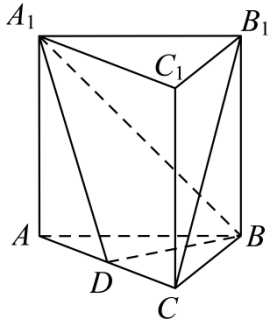
$$\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1 F_2|^2}{2|PF_1| \cdot |PF_2|} \geq \frac{2|PF_1| \cdot |PF_2| - |F_1 F_2|^2}{2|PF_1| \cdot |PF_2|} = \frac{24 - 36}{24} = -\frac{1}{2},$$

当且仅当 $|PF_1| = |PF_2| = 2\sqrt{3}$ 时, 等号成立,

可得 $\angle F_1 P F_2 \leq \frac{2\pi}{3}$, 所以 $\angle F_1 P F_2$ 最大值为 $\frac{2\pi}{3}$, 故 D 正确;

故选: BD.

12. 在直三棱柱中, $AA_1 = AB = BC = 3$, $AC = 2$, D 是 AC 的中点, 下列判断正确的是 ()

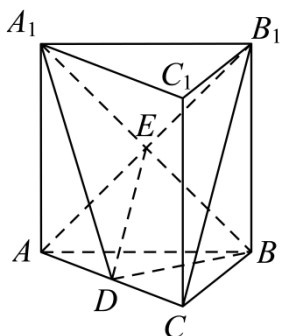


- A. $B_1C \parallel \text{平面 } A_1BD$
- B. 面 $A_1BD \perp \text{面 } AA_1C_1C$
- C. 直线 B_1C 到平面 A_1BD 的距离是 $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- D. 点 A_1 到直线 BC 的距离是 $\frac{\sqrt{113}}{3}$

【正确答案】 ABD

【分析】 A. 连接 AB_1 交 A_1B 于点 E , 连接 DE , 易得 $DE \parallel B_1C$, 再利用线面平行的判定定理判断; B. 易证 $BD \perp AC$, 再根据平面 $A_1ACC_1 \perp \text{平面 } ABC$, 得到 $BD \perp \text{平面 } AA_1C_1C$, 再利用面面垂直的判定定理判断; C. 以 D 点为原点, 建立空间直角坐标系, 利用向量法求解判断; D. 作 $AF \perp BC$, 连接 A_1F , 易证 $A_1F \perp BC$, 利用勾股定理求解判断。

【详解】 A. 如图所示:



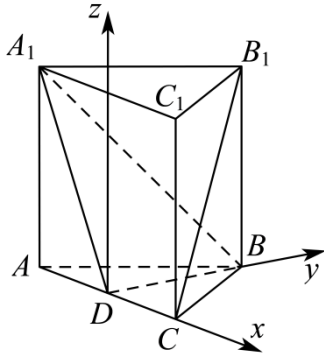
连接 AB_1 交 A_1B 于点 E , 连接 DE , 所以 $DE \parallel B_1C$, 又 $DE \subset \text{平面 } A_1BD$,

$B_1C \not\subset \text{平面 } A_1BD$, 所以 $B_1C \parallel \text{平面 } A_1BD$, 故正确;

B. 因为 $AB = BC$, D 是 AC 的中点, 所以 $BD \perp AC$, 又平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 ABC , 所以 $BD \perp$ 平面 A_1ACC_1 , 又 $BD \subset$ 平面 A_1BD , 所以面 $A_1BD \perp$ 面 AA_1C_1C , 故正确;

C. $\because B_1C \parallel$ 平面 A_1BD , $\therefore B_1C$ 到平面 A_1BD 的距离等于点 B_1 到平面 A_1BD 的距离,

C. 以 D 点为原点, 建立空间直角坐标系,



则 $B_1(0, 2\sqrt{2}, 3)$, $B(0, 2\sqrt{2}, 0)$, $A_1(-1, 0, 3)$, $\overrightarrow{DB_1} = (0, 2\sqrt{2}, 3)$,

所以 $\overrightarrow{DB} = (0, 2\sqrt{2}, 0)$, $\overrightarrow{DA_1} = (-1, 0, 3)$,

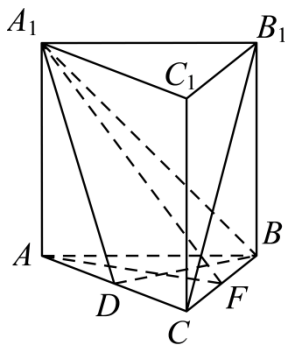
设平面 A_1BD 的一个法向量 $\vec{n} = (x, y, z)$,

则 $\begin{cases} \overrightarrow{DB} \cdot \vec{n} = 0 \\ \overrightarrow{DA_1} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} 2\sqrt{2}y = 0 \\ -x + 3z = 0 \end{cases}$, 不妨取 $\vec{n} = (3, 0, 1)$,

$$d = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{DB_1}|}{|\vec{n}|} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

所求距离 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$, 故错误;

D. 如图所示:



作 $AF \perp BC$, 连接 A_1F , 因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , 所以 $AA_1 \perp BC$,

又 $AA_1 \cap AF = A$, 所以 $BC \perp$ 平面 A_1AF , 则 $BC \perp A_1F$,

又 $AF = \frac{BD \cdot AC}{BC} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$,

所以 $A_1F = \sqrt{A_1A^2 + AF^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{113}}{3}$, 故正确;

故选: ABD

三、填空题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 总分 20 分)

13. 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=4$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____, $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____

【正确答案】 ①. 2 ②. $\sqrt{13}$

【分析】根据向量数量积公式可求得 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, 由 $|\vec{a} - \vec{b}|^2$ 可求得 $|\vec{a} - \vec{b}|$.

【详解】由题意得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 1 \times 4 \times \frac{1}{2} = 2$,

因为 $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 - 4 + 16 = 13$, 所以 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$.

故 2; $\sqrt{13}$.

14. 在正三棱柱 ABC-A₁B₁C₁ 中, 若 $AB = \sqrt{2}BB_1$, 则 AB₁ 与 C₁B 所成的角的大小为

_____.

【正确答案】 90°

【详解】不妨设 $BB_1=1$, 则 $AB=\sqrt{2}$, $\overline{AB_1} \cdot \overline{C_1B} = (\overline{AB} + \overline{BB_1})(\overline{C_1C} + \overline{CB})$

$= \overline{AB} \cdot \overline{C_1C} + \overline{AB} \cdot \overline{CB} + \overline{BB_1} \cdot \overline{C_1C} + \overline{BB_1} \cdot \overline{CB}$

$= 0 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cos 60^\circ - 1 = 0$

∴ 直线 AB₁ 与 C₁B 所成角为 90°

故答案为 90°.

点睛: 这个题目考查的是立体中异面直线的夹角的求法, 常用方法是建系法, 直接找两个直线的方向向量, 求方向向量的夹角即可; 或者将异面直线平移到同一个平面中, 转化为平面直线的夹角问题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/896123133010011021>