2022-2023 学年安徽省阜阳市第三中学高三下学期 4 月教学诊断考试数学试题

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

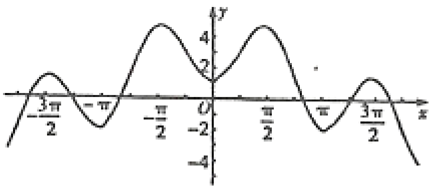
1．若点(2，k)到直线 5x-12y+6=0 的距离是 4，则 k 的值是(　　)

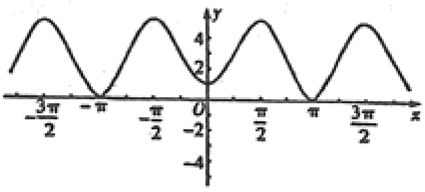
A．1　　B．-3　　C．1 或$\dfrac{5}{3}$　　D．-3 或$\dfrac{17}{3}$

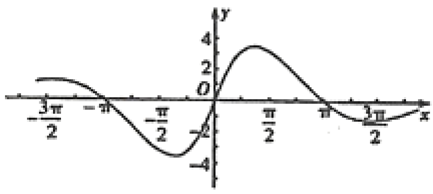
2．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$(S_n+1)(S_{n+2}+1)=(S_{n+1}+1)^2\ (n\in \mathrm{N}^*)$，$a_1=1, a_2=2$，则$S_n=$(　　)

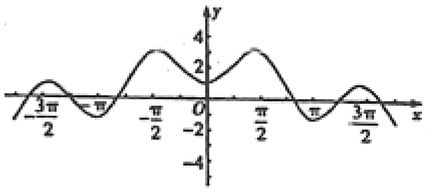
A．$\dfrac{n(n+1)}{2}$　　B．2^{n+1}　　C．2^n-1　　D．$2^{n+1}+1$

3．函数$f(x)=6^{|\sin x|}-\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$的图象大致为（　　　　）

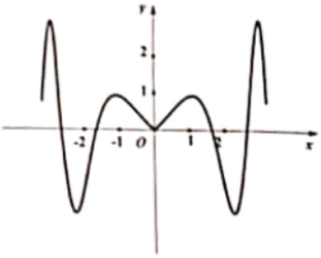
A．

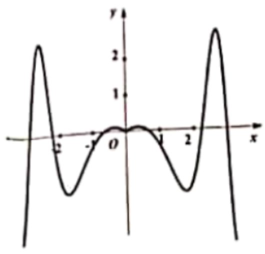
B．

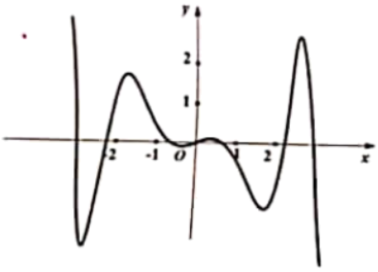
C．

D．

4．函数$f(x)=x\cos 2^{|x|}$的图象可能为（　　）

A．

B．

C. 

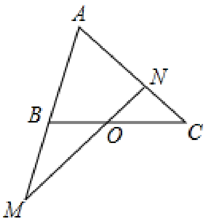
D. 

5．已知$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\tan\alpha=\dfrac{\cos 2\beta}{1-\sin 2\beta}$，则（　　）

A．$2\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$　　　　B．$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}$

C．$\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{4}$　　　　D．$\alpha+2\beta=\dfrac{\pi}{2}$

6. 如图，在$\triangle ABC$中，点O是BC的中点，过点O的直线分别交直线AB，AC于不同的两点M，N，若$\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$，则$m+n=$（　　）



A．1　　　　B．$\dfrac{3}{2}$　　　　C．2　　　　D．3

7．$(x+y)(2x-y)^5$的展开式中x^3y^3的系数为(　　)

A．－30　　　　B．－40　　　　C．40　　　　D．50

8．已知函数$f(x)=ax^2-x+\ln x$有两个不同的极值点x_1，x_2，若不等式$f(x_1)+f(x_2)>2(x_1+x_2)+t$有解，则$t$的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2\ln 2)$　　　　B．$(-\infty,-2\ln 2]$

C．$(-\infty,-11+2\ln 2)$　　　　D．$(-\infty,-11+2\ln 2]$

9．在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(0,-2)$，$N(1,0)$，若动点M满足$\dfrac{|MA|}{|MO|}=\sqrt{2}$，则$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$的取值范围是（　　）

A．$[0,2]$　　　　B．$[0,2\sqrt{2}]$

C．$[-2,2]$　　　　D．$[-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$

10．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的短轴长为**2**，焦距为$2\sqrt{3}$，$F_1$、$F_2$分别是椭圆的左、右焦点，若点$P$为$C$上的任意一点，则$\frac{1}{|PF_1|}+\frac{1}{|PF_2|}$的取值范围为（　　）

A．$[1,2]$　　　　**B．**$[\sqrt{2},\sqrt{3}]$　　　　**C．**$[\sqrt{2},4]$　　　　**D．**$[1,4]$

11．抛物线方程为$y^2=4x$，一直线与抛物线交于A、B两点，其弦AB的中点坐标为$(1,1)$，则直线的方程为（　　）

A．$2x-y-1=0$　　**B．**$2x+y-1=0$　　**C．**$2x-y+1=0$　　**D．**$-2x-y-1=0$

12．若关于x的不等式$\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k}{x}}\le\frac{1}{27}$有正整数解，则实数$k$的最小值为（　　）

A．9　　　　**B．**8　　　　**C．**7　　　　**D．**6

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．给出下列四个命题，其中正确命题的序号是_____．（写出所有正确命题的序号）

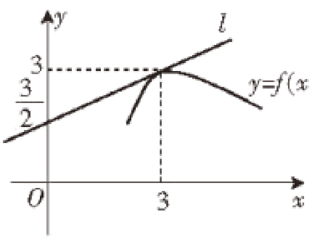
①因为$sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\neq sinx$,所以$\frac{\pi}{3}$不是函数$y=sinx$的周期；

②对于定义在R上的函数$f(x)$,若$f(-2)\neq f(2)$,则函数$f(x)$不是偶函数；

③“$M>N$”是“$log_2M>log_2N$”成立的充分必要条件；

④若实数a满足$a^2\le 4$,则$a\le 2$．

14．如图，直线l是曲线$y=f(x)$在$x=3$处的切线，则$f'(3)=$________．



15．已知$x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，若$x+2y>m^2+2m$恒成立，则实数$m$的取值范围是____．

16．已知$f(x)=\ln x,g(x)=\frac{4e^2}{(x-a)^2}$，如果函数$h(x)=f(x)-g(x)$有三个零点，则实数$a$的取值范围是____________

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f(x)=a+2\ln x$，$f(x)\le ax$．

(1)求a的值；

(2)令 $g(x)=\dfrac{xf(x)}{x-a}$ 在 $(a,+\infty)$ 上最小值为 m，证明：$6<f(m)<7$.

18.（12 分）为了解甲、乙两个快递公司的工作状况，假设同一个公司快递员的工作状况基本相同，现从甲、乙两公司各随机抽取一名快递员，并从两人某月(30 天)的快递件数记录结果中随机抽取 10 天的数据，整理如下：

甲公司员工 A：410，390，330，360，320，400，330，340，370，350

乙公司员工 B：360，420，370，360，420，340，440，370，360，420

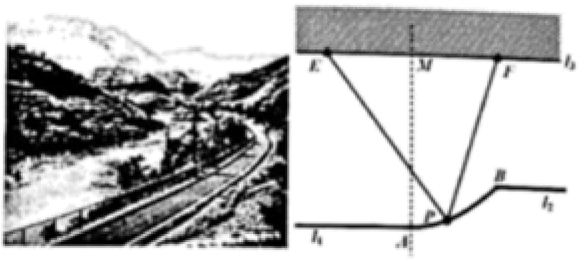
每名快递员完成一件货物投递可获得的劳务费情况如下：甲公司规定每件 0.65 元，乙公司规定每天 350 件以内(含 350 件)的部分每件 0.6 元，超出 350 件的部分每件 0.9 元.

（1）根据题中数据写出甲公司员工 A 在这 10 天投递的快件个数的平均数和众数；

（2）为了解乙公司员工 B 每天所得劳务费的情况，从这 10 天中随机抽取 1 天，他所得的劳务费记为 ξ (单位：元)，求 ξ 的分布列和数学期望；

（3）根据题中数据估算两公司被抽取员工在该月所得的劳务费.

19.（12 分）某地为改善旅游环境进行景点改造．如图，将两条平行观光道 l_1 和 l_2 通过一段抛物线形状的栈道 AB 连通（道路不计宽度），l_1 和 l_2 所在直线的距离为 0.5（百米），对岸堤岸线 l_3 平行于观光道且与 l_2 相距 1.5（百米）（其中 A 为抛物线的顶点，抛物线的对称轴垂直于 l_3，且交 l_3 于 M），在堤岸线 l_3 上的 E，F 两处建造建筑物，其中 E，F 到 M 的距离为 1（百米），且 F 恰在 B 的正对岸（即 $BF\perp l_3$）.



图①　　图②

（1）在图②中建立适当的平面直角坐标系，并求栈道 AB 的方程；

（2）游客（视为点 P）在栈道 AB 的何处时，观测 EF 的视角($\angle EPF$)最大？请在（1）的坐标系中，写出观测点 P 的坐标.

20.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\dfrac{3}{5}t\\ y=1+\dfrac{4}{5}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{2}{1+\sin^2\theta}$，点 P 的极坐标为 $\left(\sqrt{2},\dfrac{\pi}{4}\right)$.

（1）求 C 的直角坐标方程和 P 的直角坐标；

（2）设 l 与 C 交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M，求 $|PM|$.

21．（12 分）已知集合 $A_n=\{1,2,\cdots,n\}$，$n\in N^*$，$n\geq 2$，将 A_n 的所有子集任意排列，得到一个有序集合组 $(M_1,M_2,\cdots,M_m)$，其中 $m=2^n$.记集合 M_k 中元素的个数为 a_k，$k\in N^*$，$k\leq m$，规定空集中元素的个数为 0.

(1) 当 $n=2$ 时，求 $a_1+a_2+\cdots+a_m$ 的值；

(2) 利用数学归纳法证明：不论 $n(n\geq 2)$ 为何值，总存在有序集合组 $(M_1,M_2,\cdots,M_m)$，满足任意 $i\in N^*$，$i\leq m-1$，都有 $|a_i-a_{i+1}|=1$.

22．（10 分）已知函数 $f(x)=|x-1|+|x+3|$.

（Ⅰ）解不等式 $f(x)\geq 6$；

（Ⅱ）设 $g(x)=-x^2+2ax$, 其中 a 为常数.若方程 $f(x)=g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恰有两个不相等的实数根，求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由题得 $\frac{|2\times 5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 k 的值.

【详解】

由题得 $\frac{|2\times 5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 k=-3 或 $\frac{17}{3}$.

故答案为：D

【点睛】

(1)本题主要考查点到直线的距离公式，意在考查学生对该知识的掌握水平和计算推理能力.(2) 点 $P(x_0,y_0)$ 到直线

$l: Ax+By+C=0$ 的距离 $d=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

2、**C**

【解析】

根据已知条件判断出数列 $\left\{S_n+1\right\}$ 是等比数列，求得其通项公式，由此求得 S_n.

【详解】

由于 $\left(S_n+1\right)\left(S_{n+2}+1\right)=\left(S_{n+1}+1\right)^2\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$，所以数列 $\left\{S_n+1\right\}$ 是等比数列，其首项为 $S_1+1=a_1+1=2$，第二项为 $S_2+1=a_1+a_2+1=4$，所以公比为 $\dfrac{4}{2}=2$.所以 $S_n+1=2^n$，所以 $S_n=2^n-1$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查等比数列的证明，考查等比数列通项公式，属于基础题.

3、**A**

【解析】

用偶函数的图象关于 y 轴对称排除 C ,用 $f(\pi)<0$ 排除 B ,用 $f(\dfrac{\pi}{2})>4$ 排除 D.故只能选 A.

【详解】

因为 $f(-x)=6^{|\sin(-x)|}-\dfrac{(-x)^2}{\sqrt{1+(-x)^2}}=6^{|\sin x|}-\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}=f(x)$ ，

所以函数 $f(x)$ 为偶函数,图象关于 y 轴对称,故可以排除 C；

因为 $f(\pi)=6^{|\sin\pi|}-\dfrac{\pi^2}{\sqrt{1+\pi^2}}=1-\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{\pi^4}+\dfrac{1}{\pi^2}}}<1-\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}}}=1-1=0$,故排除 B，

因为 $f(\dfrac{\pi}{2})=6^{|\sin\frac{\pi}{2}|}-\dfrac{(\dfrac{\pi}{2})^2}{\sqrt{1+(\dfrac{\pi}{2})^2}}=6-\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{16}{\pi^4}+\dfrac{4}{\pi^2}}}>6-\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{16}{4^4}+\dfrac{4}{4^2}}}=6-\dfrac{4}{\sqrt{5}}>6-\dfrac{4}{2}=6-2=4$ 由图象知,排除 D.

故选:**A**

【点睛】

本题考查了根据函数的性质,辨析函数的图像,排除法,属于中档题.

4、**C**

【解析】

先根据 $f\left(x\right)$ 是奇函数，排除 **A**，**B**，再取特殊值验证求解.

【详解】

因为 $f\left(-x\right)=-x\cos 2^{|-x|}=-x\cos 2^{|x|}=-f\left(x\right)$，

所以 $f\left(x\right)$ 是奇函数，故排除 **A**，**B**，

又 $f\left(1\right)=\cos 2<0$，

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查函数的图象，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

5、**C**

【解析】

利用二倍角公式,和同角三角函数的商数关系式,化简可得 $\tan\alpha=\dfrac{\cos 2\beta}{1-\sin 2\beta}=\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\beta\right)$,即可求得结果.

【详解】

$$\tan\alpha=\frac{\cos 2\beta}{1-\sin 2\beta}=\frac{\cos^2\beta-\sin^2\beta}{\cos^2\beta+\sin^2\beta-2\sin\beta\cos\beta}=\frac{1+\tan\beta}{1-\tan\beta}=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right),$$

所以 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}+\beta$，即 $\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{4}$.

故选:**C.**

【点睛】

本题考查三角恒等变换中二倍角公式的应用和弦化切化简三角函数,难度较易.

6、**C**

【解析】

连接 ***AO***，因为 ***O*** 为 ***BC*** 中点，可由平行四边形法则得 $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，再将其用 $\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AN}$ 表示.由 ***M***、***O***、***N*** 三点共线可知，其表达式中的系数和 $\dfrac{m}{2}+\dfrac{n}{2}=1$，即可求出 $m+n$ 的值.

【详解】

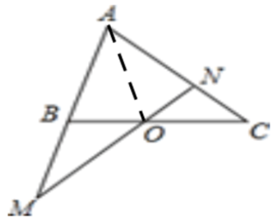
连接 ***AO***，由 ***O*** 为 ***BC*** 中点可得，

$\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\dfrac{m}{2}\overrightarrow{AM}+\dfrac{n}{2}\overrightarrow{AN}$， Q$M$、$O$、$N$三点共线，

$\therefore \frac{m}{2}+\frac{n}{2}=1$，

$\therefore m+n=2$.

故选：C.



【点睛】

本题考查了向量的线性运算，由三点共线求参数的问题，熟记向量的共线定理是关键.属于基础题.

7、C

【解析】

先写出$\left(2x-y\right)^5$的通项公式，再根据x^3y^3的产生过程，即可求得.

【详解】

对二项式$\left(2x-y\right)^5$，

其通项公式为$T_{r+1}=C_5^r\left(2x\right)^{5-r}\left(-y\right)^r=C_5^r2^{5-r}\left(-1\right)^rx^{5-r}y^r$

$(x+y)(2x-y)^5$的展开式中x^3y^3的系数

是$\left(2x-y\right)^5$展开式中x^2y^3的系数与x^3y^2的系数之和.

令$r=3$，可得x^2y^3的系数为$C_5^32^2\left(-1\right)^3=-40$；

令$r=2$，可得x^3y^2的系数为$C_5^22^3\left(-1\right)^2=80$；

故$(x+y)(2x-y)^5$的展开式中x^3y^3的系数为$80-40=40$.

故选：C.

【点睛】

本题考查二项展开式中某一项系数的求解，关键是对通项公式的熟练使用，属基础题.

8、C

【解析】

先求导得$f'(x)=\frac{2ax^2-x+1}{x}$（$x>0$），由于函数$f\left(x\right)$有两个不同的极值点$x_1$，$x_2$，转化为方程$2ax^2-x+1=0$有两个不相等的正实数根，根据$\Delta$，$x_1+x_2$，$x_1\cdot x_2$，求出$a$的取值范围，而$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>2\left(x_1+x_2\right)+t$

有解，通过分裂参数法和构造新函数 $h(a)=-\frac{5}{4a}-1-\ln(2a)\left(0<a<\frac{1}{8}\right)$，通过利用导数研究 $h\left(a\right)$ 单调性、最值，即可得出 t 的取值范围.

【详解】

由题可得：$f'(x)=\frac{2ax^2-x+1}{x}$（$x>0$），

因为函数 $f(x)=ax^2-x+\ln x$ 有两个不同的极值点 x_1， x_2，

所以方程 $2ax^2-x+1=0$ 有两个不相等的正实数根，

于是有 $\begin{cases}\Delta=1-8a>0,\\ x_1+x_2=\frac{1}{2a}>0,\\ x_1x_2=\frac{1}{2a}>0,\end{cases}$ 解得 $0<a<\frac{1}{8}$.

若不等式 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>2\left(x_1+x_2\right)+t$ 有解，

所以 $t<\left[f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)-2\left(x_1+x_2\right)\right]_{\max}$

因为 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)-2\left(x_1+x_2\right)=ax_1^2-x_1+\ln x_1+ax_2^2-x_2+\ln x_2-2\left(x_1+x_2\right)$

$=a\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]-3\left(x_1+x_2\right)+\ln\left(x_1x_2\right)=-\frac{5}{4a}-1-\ln(2a)$.

设 $h(a)=-\frac{5}{4a}-1-\ln(2a)\left(0<a<\frac{1}{8}\right)$，

$h'(a)=\frac{5-4a}{4a^2}>0$，故 $h(a)$ 在 $\left(0,\frac{1}{8}\right)$ 上单调递增，

故 $h(a)<h\left(\frac{1}{8}\right)=-11+2\ln 2$，

所以 $t<-11+2\ln 2$，

所以 t 的取值范围是 $(-\infty,-11+2\ln 2)$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查利用导数研究函数单调性、最值来求参数取值范围，以及运用分离参数法和构造函数法，还考查分析和计算能力，有一定的难度.