第六章　反比例函数

全章热门考点整合专训

考点1　一个概念——反比例函数的概念

1. 下列函数中，不是反比例函数的是(　A　)

A. $y=\frac{x}{3}$　　　　B. $y=\frac{4}{x}$

C. $xy=5$　　　　D. $y=6x^{-1}$

考点2　两个方法

方法1　画反比例函数图象的方法

2. 已知反比例函数 $y = \frac{4}{x}$.

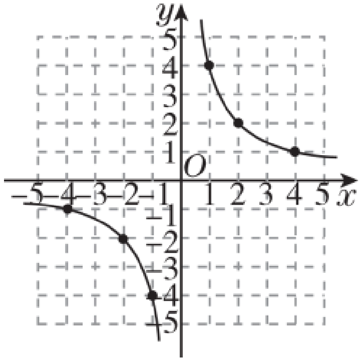
(1)画出反比例函数的图象；

解：(1)已知反比例函数 $y=\frac{4}{x}$.

列表：

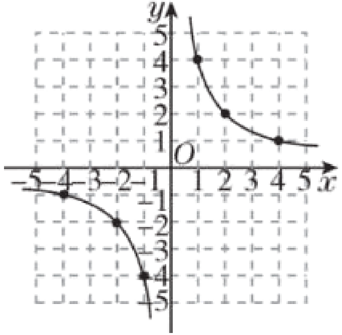
x	…	-4	-2	-1	1	2	4	…
y	…	-1	-2	-4	4	2	1	…

建立平面直角坐标系，描点、连线，画反比例函数的图象如图.



2. 已知反比例函数 $y=\frac{4}{x}$.

(2)观察图象，当$y\geq-1$时，写出x的取值范围.



解：(2)由图象可知，当$y\geq-1$时，x的取值范围是$x\leq-4$或$x>0$.

方法2 **求反比例函数的表达式的方法**

3. 已知点$A(-2, m)$在一个反比例函数的图象上，点A'与点A关于y轴对称.若点A'在正比例函数$y=\frac{1}{2}x$的图象上，则这个反比例函数的表达式为__$y=-\frac{2}{x}$__.

考点3　两个应用

应用1　反比例函数的图象与性质的应用

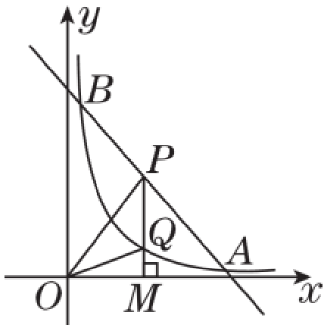
4. [2023济南] 已知点 $A(-4, y_1)$，$B(-2, y_2)$，$C(3, y_3)$都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$的图象上，则 y_1，y_2，y_3的大小关系为(　C　)

A. $y_3<y_2<y_1$　　B. $y_1<y_3<y_2$

C. $y_3<y_1<y_2$　　D. $y_2<y_3<y_1$

5. [2023黄冈] 如图，一次函数$y_1=kx+b(k\neq0)$与反比例函数$y_2=\frac{m}{x}(x>0)$的图象交于$A(4,1)$，$B\left(\frac{1}{2},a\right)$两点.

(1)求这两个函数的表达式；

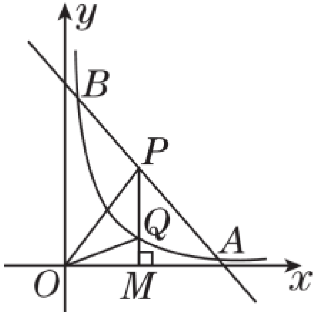


解：(1)将点 $A(4，1)$的坐标代入 $y_2=\frac{m}{x}(x>0)$，得$1=\frac{m}{4}$，

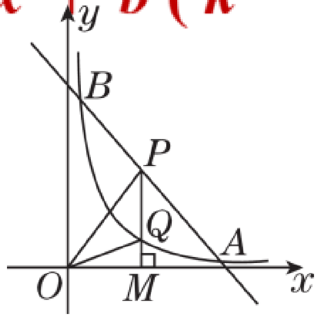
解得 $m=4$，∴反比例函数的表达式为 $y_2=\frac{4}{x}(x>0)$.

∵点 $B\left(\frac{1}{2}，a\right)$在反比例函数 $y_2=\frac{4}{x}(x>0)$的图象上，

∴ $a=\frac{4}{\frac{1}{2}}=8$.∴ $B\left(\frac{1}{2}，8\right)$.



将 $A(4,1)$，$B\left(\frac{1}{2},8\right)$ 两点的坐标代入 $y_1=kx+b(k\neq0)$，得 $\begin{cases}4k+b=1,\\ \frac{1}{2}k+b=8,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\ b=9.\end{cases}$

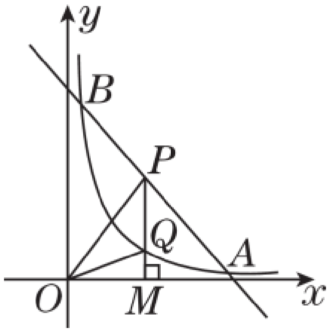


∴一次函数的表达式为 $y_1=-2x+9$.

5. [2023黄冈] 如图，一次函数$y_1=kx+b(k\neq 0)$与反比例函数$y_2=\frac{m}{x}(x>0)$的图象交于$A(4,1)$，$B\left(\frac{1}{2},a\right)$两点.

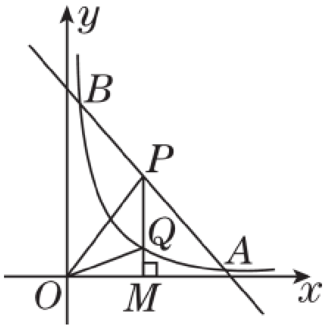
(2)根据图象，直接写出满足$y_1-y_2>0$时x的取值范围；

(2)当$y_1-y_2>0$时，x的取值范围为$\frac{1}{2}<x<4$.



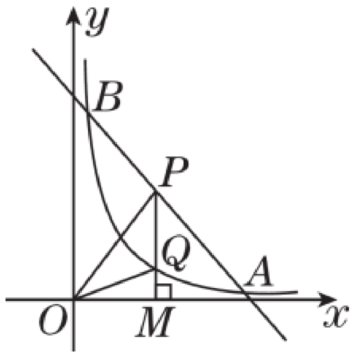
5. [2023黄冈] 如图，一次函数$y_1=kx+b(k\neq 0)$与反比例函数$y_2=\frac{m}{x}(x>0)$的图象交于$A(4,\ 1)$，$B\left(\frac{1}{2},\ a\right)$两点.

(3)点P在线段AB上(不与A，B重合)，过点P作x轴的垂线，垂足为M，交函数y_2的图象于点Q，若$\triangle POQ$面积为3，求点P的坐标.



(3)设点 $P(p,-2p+9)$，其中 $\frac{1}{2}<p<4$.

将 $x=p$ 代入 $y_2=\frac{4}{x}(x>0)$，得 $y_2=\frac{4}{p}$，



$\therefore Q\left(p, \frac{4}{p}\right)$.

$\therefore PQ=-2p+9-\frac{4}{p}$.

$\therefore S_{\triangle POQ}=\frac{1}{2}PQ\cdot x_P=\frac{1}{2}\times\left(-2p+9-\frac{4}{p}\right)\cdot p=3$,

整理得$2p^2-9p+10=0$，解得$p_1=2$，$p_2=\dfrac{5}{2}$.

当$p=2$时，$-2p+9=-2\times2+9=5$，

当$p=\dfrac{5}{2}$时，$-2p+9=-2\times\dfrac{5}{2}+9=4$，

∴点P的坐标为$(2，5)$或$\left(\dfrac{5}{2}，4\right)$.