

安徽省怀宁县 2023-2024 学年度第一学期九年级上第三次月考

数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. 如果 $\angle A$ 是锐角，且 $\sin A = \cos A$ ，那么 $\angle A =$ ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

【答案】B

【解析】

【分析】根据特殊角的三角函数值解答即可.

【详解】解： $\because \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \angle A = 45^\circ$

故选 B.

【点睛】本题考查了特殊角的三角函数值，熟练掌握特殊角的三角函数值是解答本题的关键.

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $BC = 3$ ，那么 $\angle A$ 的正弦值是 ()

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】先根据勾股定理求出 AB 的长，然后根据角的正弦值公式可得出结果.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $BC = 3$ ，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，

$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ，

故选：A.

【点睛】本题考查了勾股定理、求角的正弦值，正确运用公式是解题的关键.

3. 将抛物线 $C_1: y = (x-3)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位长度，得到抛物线 C_2 ，抛物线 C_2 与抛物线 C_3 关于 x 轴对称，则抛物线 C_3 的解析式为 () .

- A. $y = x^2 - 2$ B. $y = -x^2 + 2$ C. $y = x^2 + 2$ D. $y = -x^2 - 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据抛物线 C_1 的解析式得到顶点坐标，利用二次函数平移的规律：左加右减，上加下减，并根据平移前后二次项的系数不变可得抛物线 C_2 的顶点坐标，再根据关于 x 轴对称的两条抛物线的顶点横坐标相等，纵坐标互为相反数，二次项系数互为相反数可得到抛物线 C_3 所对应的解析式.

【详解】解：∵ 抛物线 $C_1: y = (x-3)^2 + 2$ ，其顶点坐标为 $(3, 2)$

∴ 向左平移 3 个单位长度，得到抛物线 C_2

∴ 抛物线 C_2 的顶点坐标为 $(0, 2)$

∴ 抛物线 C_2 与抛物线 C_3 关于 x 轴对称

∴ 抛物线 C_3 的横坐标不变，纵坐标互为相反数，二次项系数互为相反数

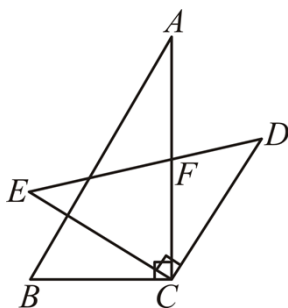
∴ 抛物线 C_3 的顶点坐标为 $(0, -2)$ ，二次项系数为 -1

∴ 抛物线 C_3 的解析式为 $y = -x^2 - 2$

故选：D.

【点睛】本题主要考查了二次函数图象的平移、对称问题，熟练掌握平移的规律以及关于 x 轴对称的两条抛物线的顶点的横坐标相等，纵坐标互为相反数，二次项系数互为相反数是解题的关键.

4. 把一副三角板按如图所示的位置摆放，使直角顶点重合，且 $CD \parallel AB$ ，则 $\angle AFD$ 的度数是 ()



A. 90°

B. 85°

C. 80°

D. 75°

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行线的性质可得 $\angle DCF = \angle A = 30^\circ$ ，再根据三角形的外角性质可得 $\angle AFD$ 的度数.

【详解】解：∵ $CD \parallel AB$ ，

∴ $\angle DCF = \angle A = 30^\circ$ ，

∴ $\angle AFD = \angle DCF + \angle D = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查平行线的性质和三角形的外角性质，解题关键是结合图形合理利用平行线的性质和三角形的外角性质进行角的转化和计算.

5. 抛物线 $y = x^2 - 2x + m^2 + 2$ (m 是常数) 的顶点在 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【详解】 $\because y = x^2 - 2x + m^2 + 2 = (x-1)^2 + (m^2 + 1)$,

\therefore 顶点坐标为: $(1, m^2 + 1)$,

$\because 1 > 0, m^2 + 1 > 0$,

\therefore 顶点在第一象限.

故选: A.

6. 已知点 $A(-2, m)$, $B(2, m)$, $C(3, m-10)$ 在同一个函数的图像上, 则这个函数可能是 ()

A. $y = 2x - 8$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = -2x^2$ D. $y = -3x^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查二次函数的解析式, 熟练掌握利用待定系数法求解函数解析式是解题的关键; 因此由题意易得该函数满足二次函数, 可由点 $A(-2, m)$, $B(2, m)$ 可知抛物线的对称轴为 $x = 0$, 然后设抛物线解析式为 $y = ax^2 + b$, 进而把点 B 、 C 代入进行求解即可.

【详解】解: 由题意可得该函数只能是抛物线;

由点 $A(-2, m)$, $B(2, m)$ 可知该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{-2 + 2}{2} = 0$, 则设抛物线解析式为

$$y = ax^2 + b,$$

$$\therefore \begin{cases} 4a + b = m \\ 9a + b = m - 10 \end{cases},$$

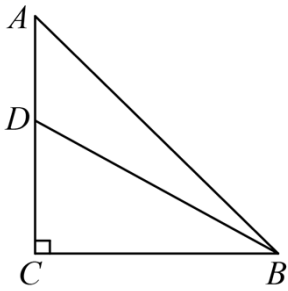
$$\text{解得: } \begin{cases} a = -2 \\ b = m + 8 \end{cases},$$

\therefore 该抛物线的解析式为 $y = -2x^2 + m + 8$,

从选项中可知只有 C 选项符合, 所以这个函数可能是 $y = -2x^2$;

故选 C.

7. 如图, 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 6\sqrt{2}$, D 是 AC 上一点, 若 $\tan \angle DBA = \frac{1}{5}$, 则 CD 的长为 ()



A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{2}$

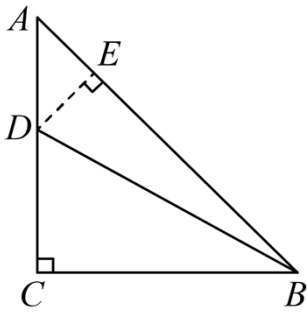
D. $2\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了解直角三角形，勾股定理，等腰直角三角形的性质与判定等等，正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键. 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，利用等腰直角三角形的性质和勾股定理得到 $\angle A = \angle ABC = 45^\circ$ ， $AB = 12$ ，即可证明 $\angle ADE = 45^\circ = \angle A$ ，得到 $AE = DE$ ，再解 $\text{Rt}\triangle BDE$ 得到 $BE = 5DE$ ，则 $AB = 6DE$ ，由此求出 DE 的长即可求出 AD 的长，再求出 CD 的长即可.

【详解】解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，



\because 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 6\sqrt{2}$ ，

$\therefore \angle A = \angle ABC = 45^\circ$ ， $AC = BC = 6\sqrt{2}$ ，

$\therefore AB = \sqrt{2}BC = 12$ ，

$\therefore \angle ADE = 45^\circ = \angle A$ ，

$\therefore AE = DE$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中， $\tan \angle DBE = \frac{DE}{BE} = \frac{1}{5}$ ，

$\therefore BE = 5DE$ ，

$\therefore AB = AE + BE = 6DE = 12$ ，

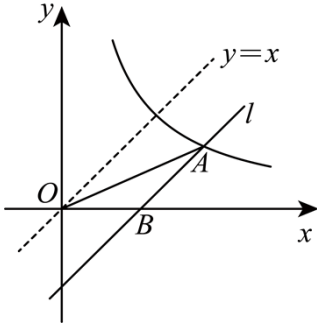
$\therefore DE = 2$ ，

$\therefore AD = \sqrt{2}DE = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore CD = AC - AD = 4\sqrt{2}.$$

故选：C.

8. 如图，将直线 $y = x$ 向下平移 m ($m > 0$) 个单位长度后得到直线 l ，直线 l 与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像在第一象限内相交于点 A ，与 x 轴相交于点 B ，则 $OA^2 - OB^2 =$ ()



- A. 16 B. 12 C. 8 D. 6

【答案】 B

【解析】

【分析】 本此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，一次函数的平移规律，平移后解析式是 $y = x - m$ ，代入 $y = \frac{6}{x}$ 求出 $x^2 - mx = 6$ ， $y = x - m$ 与 x 轴交点 B 的坐标是 $(m, 0)$ ，设 A 的坐标是 (x, y) ，求出 $OA^2 - OB^2 = x^2 + (x - m)^2 - m^2 = 2(x^2 - xm)$ ，代入求出即可。

【详解】 解： \because 平移后解析式是 $y = x - m$ ，

$$\text{代入 } y = \frac{6}{x} \text{ 得： } x - m = \frac{6}{x},$$

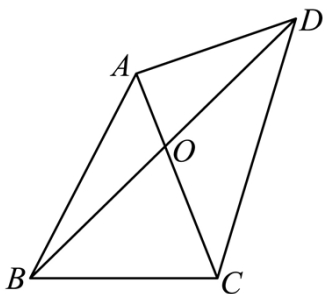
即 $x^2 - mx = 6$ ， $y = x - m$ 与 x 轴交点 B 的坐标是 $(m, 0)$ ，

设 A 的坐标是 (x, y) ，

$$\therefore OA^2 - OB^2 = x^2 + (x - m)^2 - m^2 = 2(x^2 - xm) = 2 \times 6 = 12$$

故选：B.

9. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $OA = 4$ ， $OB = OD = 6$ ， $OC = 9$ ，那么下列结论中，错误的是 ()



- A. $AB \parallel CD$ B. $\angle OAD = \angle OBC$ C. $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ADO}$ D. $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle CBO}} = \frac{4}{9}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是相似三角形的判定和性质以及三角形的面积，由条件可证明 $\triangle OAD \sim \triangle OBC, \triangle AOB \sim \triangle DOC$ 根据相似三角形的性质可判断 A, B; 运用面积可判断 C, D.

【详解】解：∵ $OA = 4, OB = OD = 6, OC = 9,$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOC,$$

$$\therefore \triangle OAD \sim \triangle OBC,$$

∴ $\angle OAD = \angle OBC$ ，故选项 B 正确，不符合题意；

同理可得， $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ ，

$$\therefore \angle BAO = \angle CDO, \angle ABO = \angle DCO,$$

∴ 无法得出 $AB \parallel CD$ ，故选项 A 错误，符合题意；

$$\therefore BO = DO,$$

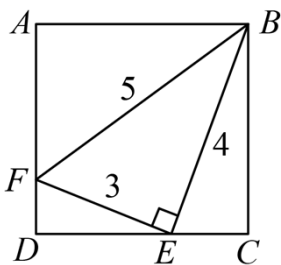
∴ $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ADO}$ ，故选项 C 正确，不符合题意；

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{4}{9},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle CBO}} = \frac{4}{9},$$

故选：A.

10. 如图，一个边长分别为 3cm、4cm、5cm 的直角三角形的一个顶点与正方形的顶点 B 重合，另两个顶点分别在正方形的两条边 AD、DC 上，那么这个 $\triangle BEC$ 的面积是（ ）



- A. $\frac{32}{15} \text{cm}^2$ B. $\frac{15^2}{16} \text{cm}^2$ C. $\frac{32}{17} \text{cm}^2$ D. $\frac{16^2}{17} \text{cm}^2$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了正方形的性质、相似三角形的性质与判定、勾股定理等知识. 如图, 由 $\triangle BEF$ 的三边为 3、4、5, 根据勾股定理逆定理可以证明其是直角三角形, 利用正方形的性质可以证明 $\triangle FDE \sim \triangle ECB$, 然后利用相似三角形的性质可以得到 $DE:CB=3:4$, 设 DE 为 $3x$, 则 BC 是 $4x$, 根据勾股定理即可求出 $x^2 = \frac{16}{17}$, 也就求出了 $\triangle BEC$ 的面积.

【详解】 解: $\because \triangle BEF$ 的三边为 3、4、5, 而 $3^2 + 4^2 = 5^2$,

$\therefore \triangle BEF$ 为直角三角形,

$\therefore \angle FEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle FED + \angle BEC = 90^\circ$

而四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore \angle D = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle DFE + \angle FED = 90^\circ$,

$\therefore \angle DFE = \angle BEC$,

$\therefore \triangle FDE \sim \triangle ECB$,

$\therefore DE:CB = EF:EB$, 即 $DE:CB = 3:4$,

\therefore 设 $DE = 3x$, 则 $BC = 4x$,

$\therefore EC = x$,

$\because \triangle BEC$ 为直角三角形,

$\therefore EB^2 = EC^2 + BC^2$,

$\therefore 16 = x^2 + (4x)^2$,

$\therefore x^2 = \frac{16}{17}$,

$\therefore S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} BC \cdot CE = 2x^2 = \frac{32}{17} \text{ cm}^2$.

故选: C.

二、选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\left| \cos A - \frac{1}{2} \right| + (1 - \tan B)^2 = 0$, 则 $\angle C =$ _____.

【答案】 75°

【解析】

【分析】根据非负数性质得 $\cos A - \frac{1}{2} = 0, 1 - \tan B = 0$ ，根据三角函数定义求出 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，根据三角形内角和定理可得.

【详解】因为 $\left| \cos A - \frac{1}{2} \right| + (1 - \tan B)^2 = 0$

所以 $\cos A - \frac{1}{2} = 0, 1 - \tan B = 0$

所以 $\cos A = \frac{1}{2}, \tan B = 1$

所以 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$

所以 $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 75^\circ$

故答案为： 75°

【点睛】考核知识点：特殊锐角三角函数. 熟记特殊锐角三角函数值是关键.

12. 已知点 $P(a, 1-a)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上，将点 P 先向右平移 9 个单位，再向下平移 6 个单位后得到的点仍在该函数图象上，则 k 的值是_____

【答案】 -12

【解析】

【分析】根据点的坐标平移规律“左减右加，上加下减”求得点 P 平移后的点的坐标，根据两点均在反比例函数的图象上，将两点坐标代入反比例函数解析式中求解即可.

【详解】解： \because 点 $P(a, 1-a)$ ，

\therefore 将点 P 先向右平移 9 个单位，再向下平移 6 个单位后得到的点的坐标为 $(a+9, -a-5)$ ，

依题意，得 $k = a(1-a) = (a+9)(-a-5)$ ，

解得 $a = -3$ ，

$\therefore k = -3 \times (1+3) = -12$ ，

故答案为：-12.

【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、点的坐标平移规律，解题的关键是由点坐标表示出平移后的点的坐标.

13. 已知 $3^a = 5$ ， $5^b = 9$ ，则 $ab =$ _____

【答案】 2

【解析】

【分析】本题主要考查幂的运算，根据幂的运算法则进行计算即可

【详解】解：∵ $3^a = 5$ ， $5^b = 9$ ，

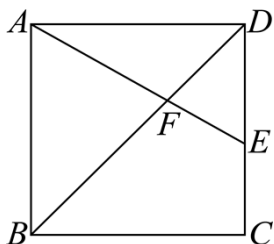
$$\therefore (3^a)^b = 9,$$

$$\therefore 3^{ab} = 3^2,$$

$$\therefore ab = 2,$$

故答案为：2

14. 已知：如图 E 点是正方形 $ABCD$ 的边 CD 上的一点， AE 与对角线 BD 相交于点 F ，若 $EC = EF$ 。



(1) $\sin \angle EAD =$ _____

(2) 如果正方形 $ABCD$ 的边长为 $3\sqrt{3}$ ，则 $AF =$ _____

【答案】 ①. $\frac{1}{2}$ ②. $9 - 3\sqrt{3}$

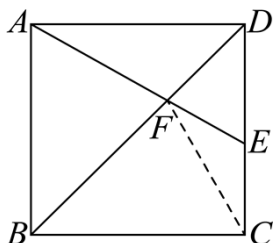
【解析】

【分析】(1) 连接 CF ，证明 $\triangle ADF \cong \triangle CDF$ ，得到 $\angle DAF = \angle DCF$ ，由 $EC = EF$ 得到 $\angle ECF = \angle EFC$ ，利用三角形外角性质可得到 $\angle AED = 2\angle DAE$ ，进而根据直角三角形性质得到 $\angle DAE = 30^\circ$ ，即可求解；

(2) 根据三角函数解直角三角形 ADE ，得到，求出 $EC = EF = 3\sqrt{3} - 3$ ，利用线段的和差关系即可求出 AF 的长度；

本题考查了全等三角形的判定和性质，解直角三角形，特殊角的三角函数值，三角形外角性质，作出辅助线，构造出全等三角形是解题的关键。

【详解】解：(1) 如图，连接 CF ，



∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$$\therefore \angle ADF = \angle CDF = 45^\circ, \quad CD = AD, \quad \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \begin{cases} AD = CD \\ \angle ADF = \angle CDF = 45^\circ, \\ DF = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDF (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle DAF = \angle DCF,$$

$$\because EC = EF,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle EFC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ECF + \angle EFC = 2\angle ECF = 2\angle DCF,$$

$$\therefore \angle AED = 2\angle DAE,$$

$$\because \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED + \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\text{即 } 3\angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle EAD = \sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$;

(2) \because 正方形 $ABCD$ 的边长为 $3\sqrt{3}$,

$$\therefore AD = CD = 3\sqrt{3},$$

$$\because \angle DAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{DE}{AD} = \tan 30^\circ, \quad \frac{AD}{AE} = \cos 30^\circ,$$

$$\therefore DE = 3, \quad AE = 6,$$

$$\therefore EC = EF = DC - DE = 3\sqrt{3} - 3,$$

$$\therefore AF = AE - EF = 6 - (3\sqrt{3} - 3) = 9 - 3\sqrt{3},$$

故答案为: $9 - 3\sqrt{3}$.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 90 分)

15. 计算: $4\sqrt{3} \sin 60^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\pi - 3)^0 - (-1)^{2023}$

【答案】 4

【解析】

【分析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/897135104035010011>