# 2024 学年金山区四校联考 3 月自适应性练习数学卷

**（满分：150 分　考试时间：100 分钟）**

**考生注意：**

**1．带 2*B* 铅笔、黑色签字笔、橡皮擦等参加考试，考试中途不得传借文具．**

**2．不携带具有传送功能的通讯设备，一经发现视为作弊．与考试无关的所有物品放置在考场外．**

**3．答题卡务必保持干净整洁，答题卡客观题建议检查好后再填涂．若因填涂模糊导致无法识别的后果自负．**

## 一、选择题（共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 下列计算正确的是（　　）

A. $a^2+a^3=a^5$　　　　B. $a^6\div a^2=a^3$

C. $a^3\cdot a^2=a^5$　　　　D. $\left(a^3\right)^2=a^5$

2. 数轴上某一个点表示的数为 $a$，比 $a$ 小 4 的数用 $b$ 表示，那么$|a|+|b|$的最小值为（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

3. 《九章算术》卷八方程第十题原文为：“今有甲、乙二人持钱不知其数．甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而亦钱五十．问：甲、乙持钱各几何？”题目大意是：甲、乙两人各带了若干钱，如果甲得到乙所有钱的一半，那么甲共有钱 50；如果乙得到甲所有钱的$\frac{2}{3}$，那么乙也共有钱 50，问：甲、乙两人各带了多少钱？设甲、乙两人持钱的数量分别为$x,y$，则可列方程组为（　　）

A. $\begin{cases}x+\frac{1}{2}y=50\\y+\frac{2}{3}x=50\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x-\frac{1}{2}y=50\\y+\frac{2}{3}x=50\end{cases}$　　C. $\begin{cases}2x-y=50\\x+\frac{2}{3}y=50\end{cases}$　　D. $\begin{cases}2x-y=50\\x-\frac{2}{3}y=50\end{cases}$

4. 若数 a 使关于 x 的不等式组$\begin{cases}3-x\ge a-2\left(x-1\right)\\2-x\ge\frac{1-x}{2}\end{cases}$有解且所有解都是 2x+6＞0 的解，且使关于 y 的分式方程$\frac{y-5}{1-y}$+3=$\frac{a}{y-1}$有整数解，则满足条件的所有整数 a 的个数是（　　）

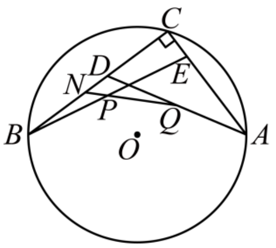
A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

5. 已知$P_1\left(x_1,y_1\right)$，$P_2\left(x_2,y_2\right)$为抛物线$y=-ax^2+4ax+c\left(a\ne0\right)$图象上的两点，且$x_1<x_2$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若$x_1+x_2<4$，则$y_1<y_2$　　　　B. 若$x_1+x_2>4$，则$y_1<y_2$

C. 若$a\left(x_1+x_2-4\right)<0$，则$y_1>y_2$　　　　D. 若$a\left(x_1+x_2-4\right)>0$，则$y_1>y_2$

6. 如图，已知⊙$O$上的两条弦$AC$和$BC$互相垂直于点 $C$，点 $D$ 在弦$BC$上，点 $E$ 在弦$AC$上，且$BD=AE$，连接$AD$和$BE$，点 $P$ 为$BE$中点，点 $Q$ 为$AD$中点，射线$QP$与线段$BC$交于点 $N$，若$\angle A=30°$，$NQ=3$，则$DQ$的长为（　　）




A. $\frac{5}{2}$　　　　B. $\sqrt{5}$　　　　C. $\sqrt{6}$　　　　D. $\frac{7}{2}$

**二、填空题（共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）**

7. 分解因式：$3a^3-27a=$______.

8. 当 $a$＝1 时，分式$\frac{a+1}{a}$的值是______.

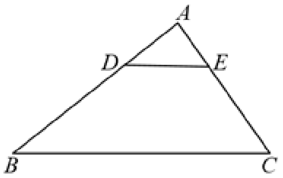
9. 不等式组$\begin{cases}2x-6\geq 0\\4-x<-1\end{cases}$的解是________.

10. “如果$|a|=|b|$，那么$a=b$”的逆命题是___________.

11. 看了《田忌赛马》故事后，小杨用数学模型来分析齐王与田忌的上中下三个等级的三匹马记分如表，每匹马只赛一场，大数为胜，三场两胜则赢．已知齐王的三匹马出场顺序为 10，8，6 则田忌能赢得比赛的概率为__________________.

| 马匹 姓名 | 下等马 | 中等马 | 上等马 |
|---|---|---|---|
| 齐王 | 6 | 8 | 10 |
| 田忌 | 5 | 7 | 9 |

12. 如图，已知在△$ABC$中，$D$，$E$ 分别是 $AB$，$AC$ 上的点，$DE\parallel BC$，$\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$．若$DE=\vec{a}$，则$\overrightarrow{CB}=$______.



13. 图 1 是一种矩形时钟，图 2 是时钟示意图，时钟数字 2 的刻度在矩形 $ABCD$ 的对角线 $BD$ 上，时钟中心在矩形 $ABCD$ 对角线的交点 $O$ 上．若 $AB=30\text{cm}$，则 $BC$ 长为_______cm（结果保留根号）．

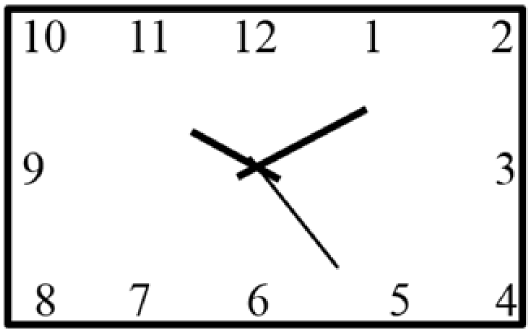


图1

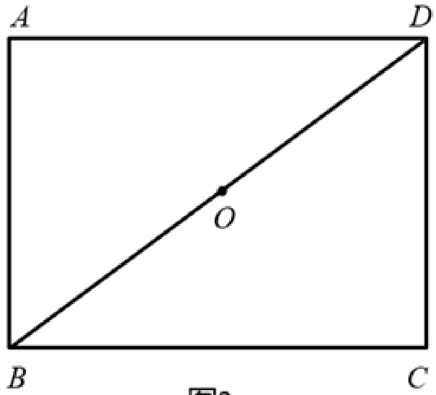
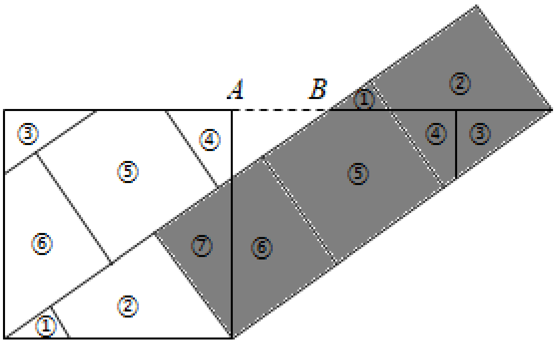
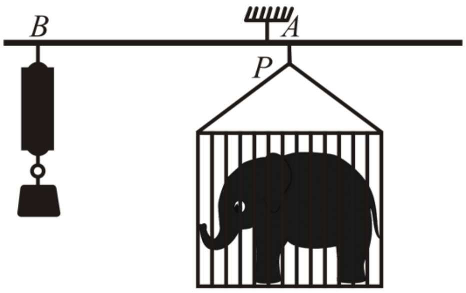


图2

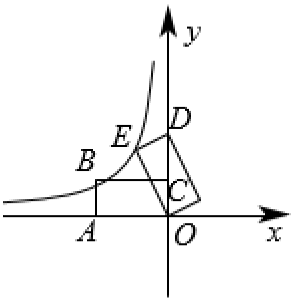
14. 由沈康身教授所著，数学家吴文俊作序的《数学的魅力》一书中记载了这样一个故事：如图，三姐妹为了平分一块边长为 1 的祖传正方形地毯，先将地毯分割成七块，再拼成三个小正方形（阴影部分）．则图中 $AB$ 的长应是______．



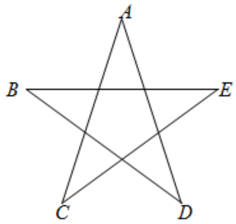

15. 某动物园利用杠杆原理称象：如图，在点 $P$ 处挂一根质地均匀且足够长的钢梁（呈水平状态），将装有大象的铁笼和弹簧秤（秤的重力忽略不计）分别悬挂在钢梁的点 $A$，$B$ 处，当钢梁保持水平时，弹簧秤读数为 $k$（N）．若铁笼固定不动，移动弹簧秤使 $BP$ 扩大到原来的 $n$（$n>1$）倍，且钢梁保持水平，则弹簧秤读数为_______（N）（用含 $n$，$k$ 的代数式表示）．



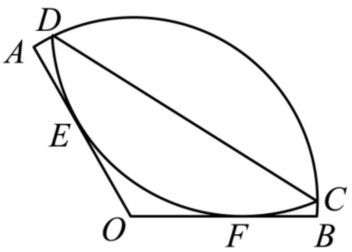

16. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 $A$、$C$ 分别在 $x$ 轴、$y$ 轴上，$B$（-2,1），将矩形 $OABC$ 绕点 $O$ 顺时针旋转，点 $B$ 落在 $y$ 轴上的点 $D$ 处，若反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x<0$）的图象经过点 $E$，则 $k$ 的值为_________．




17. 为庆祝中国共产党建党 100 周年，某校用红色灯带制作了一个如图所示的正五角星（$A$，$B$，$C$，$D$，$E$ 是正五边形的五个顶点），则图中 $\angle A$ 的余弦值是_______.




18. 如图，在扇形 $AOB$ 中，点 $C$，$D$ 在弧 $AB$ 上，将弧 $CD$ 沿弦 $CD$ 折叠后恰好与 $OA$，$OB$ 相切于点 $E$，$F$．已知 $\angle AOB=120°$，$OA=6$，则折痕 $CD$ 的长为 __.

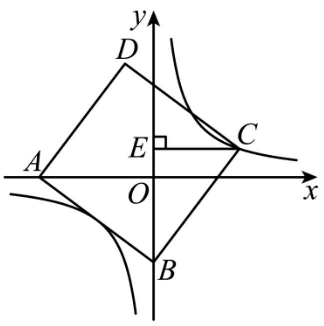



**三、解答题（满分 78 分）**

19. 计算：$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left|-\sqrt{2}\right|-(2024-\pi)^0-2\sin45°+\sqrt[3]{-8}$.

20. 解方程组 $\begin{cases}x^2+xy-2y^2=0\\x^2+6xy+9y^2=4\end{cases}$.

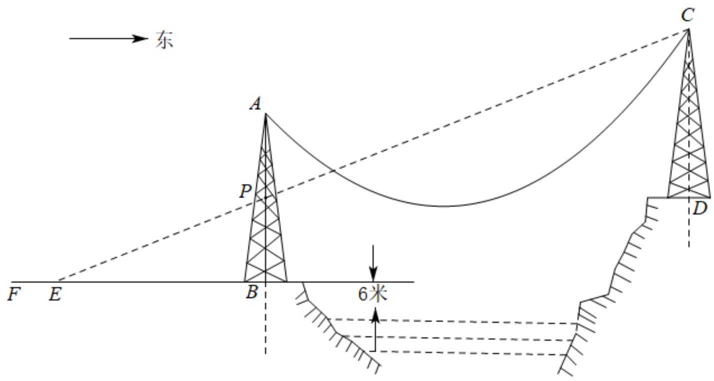
21. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $10$，点 A 的坐标为 $(-8,0)$，点 $B$ 在 $y$ 轴上，$CE\perp y$ 轴，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象过点 $C$.




（1）求反比例函数的解析式；

（2）点 $F$ 在反比例函数图象上，当 $\triangle ECF$ 面积为 $12$ 时，求点 $F$ 坐标.

22. 如图，$AB$，$CD$ 是两个过江电缆的铁塔，塔高均为 40 米，$AB$ 的中点为 $P$，小丽在距塔底 $B$ 点西 50 米的地面 $E$ 点恰好看到点 $E$，$P$，$C$ 在一直线上，且 $P$，$D$ 离江面的垂直高度相等．跨江电缆 $AC$ 因重力自然下垂近似成抛物线形，为了保证过往船只的安全，电缆 $AC$ 下垂的最低点距江面的高度不得少于 30 米．已知塔底 $B$ 距江面的垂直高度为 6 米，电缆 $AC$ 下垂的最低点刚好满足最低高度要求．



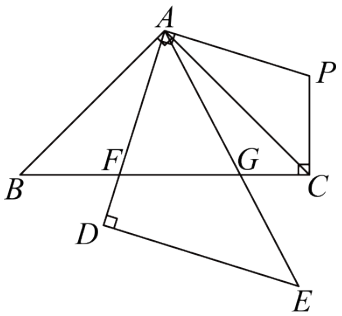

（1）求电缆最低点与河岸 $EB$ 的垂直高度 $h$ 及两铁塔轴线间的距离（即直线 $AB$ 和 $CD$ 之间的水平距离）．

（2）求电缆 $AC$ 形成的抛物线的二次项系数．

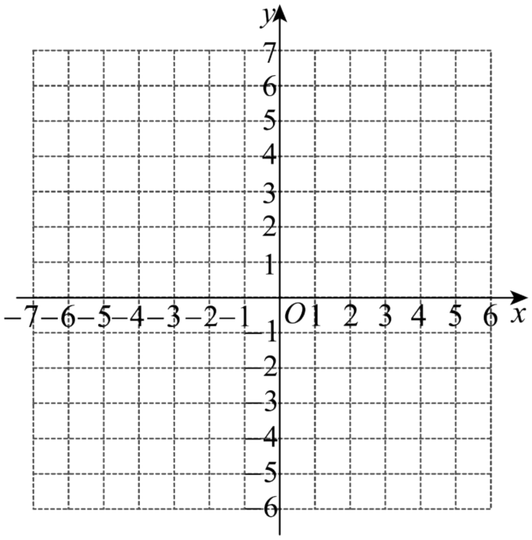
23. 如图所示，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是全等的等腰直角三角形，$\angle BAC=\angle D=90°$，$BC$ 与 $AD$、$AE$ 分别交于点 $F$、$G$，$AP\perp AD$，$CP\perp BC$，垂足分别为点 $A$，$C$，$AP$，$CP$ 交于点 $P$．

（1）证明：$\triangle ACP\cong\triangle ABF$；

（2）$BF$，$FG$，$GC$ 之间有怎样的数量关系，请说明理由．




24. 定义：二元一次不等式是指含有两个未知数（即二元），并且未知数的次数是 1 次（即一次）的不等式；满足二元一次不等式（组）的 $x$ 和 $y$ 的取值构成有序数对 $(x，y)$，所有这样的有序数对 $(x，y)$ 构成的集合称为二元一次不等式（组）的解集，如：$y\geq x-2$ 是二元一次不等式，$\left(\frac{1}{2},1\right),(1,-1),(-1,-1)$ 等都是该不等式的解．因为有序实数对可以看成直角坐标平面内点的坐标，二元一次不等式（组）的解集就可看成直角坐标系内的点构成的集合．所以 $y\geq x-2$ 的解集在坐标系内所对应的点形成的图形为如图，阴影部分区域 $G$．



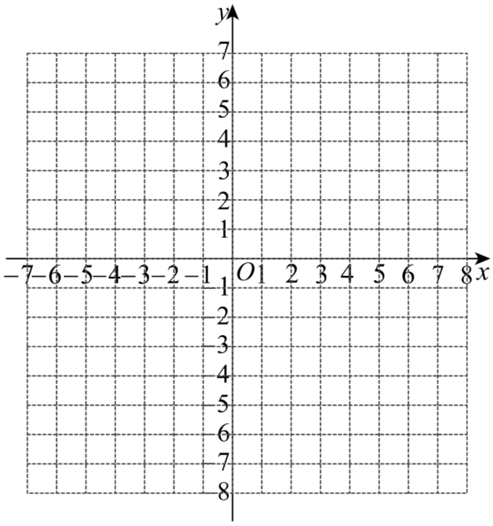
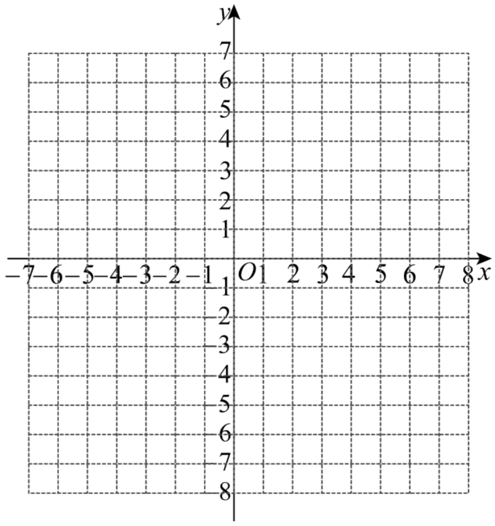


图1



备用图

（1）设$\begin{cases}x+y-6\le 0\\ x-1\ge 0\\ y-2\ge 0\end{cases}$的解集在坐标系内所对应的点形成的图形为 $F$.

①在图 1 中画出图形 $F$（用阴影部分表示），并求出图形 $F$ 的面积；

②反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）的图象和图形 $F$ 有公共点，求 $k$ 的取值范围；

（2）设$\begin{cases}-1\le 2x-y\le 1\\ -1\le 2x+y\le 1\end{cases}$的解集围成的图形为 $M$，直接写出抛物线 $y=mx^2-2mx+m+\dfrac{1}{2}$ 与图形 $M$ 有交点时 $m$ 的取值范围.

25. 已知$\odot O$的直径 $AB=2$，弦 $AC$ 与弦 $BD$ 交于点 $E$，且 $OD\perp AC$，垂足为点 $F$.

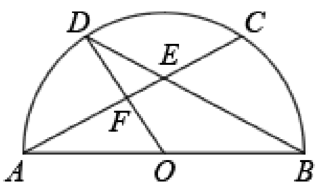



图1

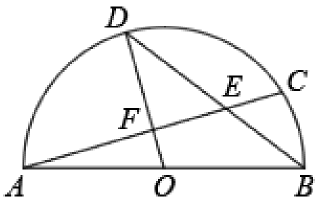
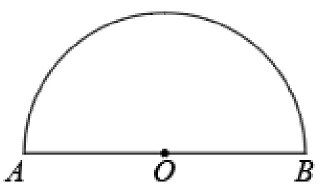



图2




备用图

（1）如图 1，若 $AC=BD$，求线段 $DE$ 的长.

（2）如图 2，若 $DE:BE=3:2$，求 $\angle ABD$ 的正切值.

（3）连结 $BC$，$CD$，$DA$，若 $BC$ 是 $\odot O$ 的内接正 $n$ 边形的一边，$CD$ 是 $\odot O$ 的内接正 $2n$ 边形的一边，求 $\triangle ACD$ 的面积.

# 2024学年金山区四校联考3月自适应性练习数学卷

**（满分：150分　考试时间：100分钟）**

**考生注意：**

**1．带2*B*铅笔、黑色签字笔、橡皮擦等参加考试，考试中途不得传借文具．**

**2．不携带具有传送功能的通讯设备，一经发现视为作弊．与考试无关的所有物品放置在考场外．**

**3．答题卡务必保持干净整洁，答题卡客观题建议检查好后再填涂．若因填涂模糊导致无法识别的后果自负．**

## 一、选择题（共6题，每题4分，满分24分）

1. 下列计算正确的是（　　）

A. $a^2+a^3=a^5$　　　　B. $a^6\div a^2=a^3$

C. $a^3\cdot a^2=a^5$　　　　D. $\left(a^3\right)^2=a^5$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要并同类项法则，同底数幂的乘除法法则，幂的乘方法则，熟练掌握上述运算法则，是解题的关键．根据合并同类项法则，同底数幂的乘除法法则，幂的乘方法则，逐一判断选项即可．

【详解】解：A、$a^2$，$a^3$不是同类项不能合并，故A错误，不符合题意；

B、$a^6\div a^2=a^{6-2}=a^4$，故B错误，不符合题意；

C、$a^3\cdot a^2=a^5$，故C正确，符合题意；

D、$\left(a^3\right)^2=a^{2\times3}=a^6$，故D错误，不符合题意；

故选：C．

2. 数轴上某一个点表示的数为$a$，比$a$小4的数用$b$表示，那么$|a|+|b|$的最小值为（　　）

A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】本题首先用含$a$的代数式表示$b$，代入绝对值中，利用绝对值的几何意义分析即可得出最小值．

【详解】解：$\because b=a-4$，

$\therefore |a|+|b|=|a-0|+|a-4|$，

表示的是$a$到0和4的距离的和，

所以当$a$在0和4之间时，有最小值4．

故选：B．

【点睛】本题考查了绝对值的几何意义，数形结合是本题的关键．

3. 《九章算术》卷八方程第十题原文为：“今有甲、乙二人持钱不知其数．甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而亦钱五十．问：甲、乙持钱各几何？”题目大意是：甲、乙两人各带了若干钱，如果甲得到乙所有钱的一半，那么甲共有钱 50；如果乙得到甲所有钱的$\frac{2}{3}$，那么乙也共有钱 50，问：甲、乙两人各带了多少钱？设甲、乙两人持钱的数量分别为$x,y$，则可列方程组为（　　）

A. $\begin{cases}x+\frac{1}{2}y=50\\y+\frac{2}{3}x=50\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x-\frac{1}{2}y=50\\y+\frac{2}{3}x=50\end{cases}$　　C. $\begin{cases}2x-y=50\\x+\frac{2}{3}y=50\end{cases}$　　D. $\begin{cases}2x-y=50\\x-\frac{2}{3}y=50\end{cases}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意可得，甲的钱＋乙所有钱的一半＝50，乙的钱＋甲所有钱的$\frac{2}{3}=50$，据此列方程组可得．

【详解】解：根据题意得：$\begin{cases}x+\frac{1}{2}y=50\\y+\frac{2}{3}x=50\end{cases}$．

故选：A．

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列出方程组．

4. 若数 a 使关于 x 的不等式组$\begin{cases}3-x\ge a-2\left(x-1\right)\\2-x\ge\frac{1-x}{2}\end{cases}$有解且所有解都是 2x+6＞0 的解，且使关于 y 的分式方程$\frac{y-5}{1-y}$+3=$\frac{a}{y-1}$有整数解，则满足条件的所有整数 a 的个数是（　　）

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】由不等式组有解且满足已知不等式，以及分式方程有整数解，确定出满足题意整数 a 的值即可．

【详解】不等式组整理得：$\begin{cases}x\ge a-1\\x\le 3\end{cases}$，

由不等式组有解且都是 2x+6＞0，即 x＞-3 的解，得到-3＜a-1≤3，

即-2＜a≤4，即 a=-1，0，1，2，3，4，

分式方程去分母得：5-y+3y-3=a，即 y=$\frac{a-2}{2}$，

由分式方程有整数解，得到 a=0，2，共 2 个，

故选 D.

【点睛】本题考查了分式方程的解，解一元一次不等式，以及解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

5. 已知 $P_1\left(x_1,y_1\right)$，$P_2\left(x_2,y_2\right)$ 为抛物线 $y=-ax^2+4ax+c\left(a\neq0\right)$ 图象上的两点，且 $x_1<x_2$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若 $x_1+x_2<4$，则 $y_1<y_2$　　B. 若 $x_1+x_2>4$，则 $y_1<y_2$

C. 若 $a\left(x_1+x_2-4\right)<0$，则 $y_1>y_2$　　D. 若 $a\left(x_1+x_2-4\right)>0$，则 $y_1>y_2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数解析式求出抛物线的对称轴直线，分类讨论 $a>0$ 及 $a<0$ 时各自的选项即可求解.

【详解】∵ $y=-ax^2+4ax+c\left(a\neq0\right)$，

∴ $y=-a\left(x-2\right)^2+4a+c\left(a\neq0\right)$，

∴抛物线的对称轴直线为 $x=2$，

①当 $-a>0$ 时，抛物线的开口向上，

∵ $x_1<x_2$，

∴当 $x_1+x_2<4$ 时，点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 与点 $P_2\left(x_2,y_2\right)$ 在对称轴的左侧，或点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 在左侧，点 $P_2\left(x_2,y_2\right)$ 右侧，且点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 离对称轴的距离比点 $P_2\left(x_2,y_2\right)$ 离对称轴的距离大，

∴ $y_1>y_2$，故选项 A 错误；

②当 $-a<0$ 时，抛物线的开口向下，

∵ $x_1<x_2$，

∴当 $x_1+x_2>4$ 时，点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 与点 $P_2\left(x_2,y_2\right)$ 在对称轴的右侧，或点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 在左侧，点 $P_2\left(x_2,y_2\right)$ 右侧，且点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 离对称轴的距离比点 $P_2\left(x_2,y_2\right)$ 离对称轴的距离小，

∴ $y_1>y_2$，故选项 B 错误；

③若 $a\left(x_1+x_2-4\right)<0$，

当 $x_1+x_2<4$ 时，$a>0$ ，则 $-a<0$ 时，抛物线的开口向下，

$\because x_1 < x_2$，

$\therefore$当$x_1 + x_2 < 4$时，点$P_1\left(x_1, y_1\right)$与点$P_2\left(x_2, y_2\right)$在对称轴的左侧，或点$P_1\left(x_1, y_1\right)$在左侧，点$P_2\left(x_2, y_2\right)$右侧，且点$P_1\left(x_1, y_1\right)$离对称轴的距离比点$P_2\left(x_2, y_2\right)$离对称轴的距离大，

$\therefore y_1 < y_2$；

当$x_1 + x_2 > 4$时，$a < 0$，则$-a > 0$时，抛物线的开口向上，

$\because x_1 < x_2$，

$\therefore$当$x_1 + x_2 > 4$时，点$P_1\left(x_1, y_1\right)$与点$P_2\left(x_2, y_2\right)$在对称轴的右侧，或点$P_1\left(x_1, y_1\right)$在左侧，点$P_2\left(x_2, y_2\right)$右侧，且点$P_1\left(x_1, y_1\right)$离对称轴的距离比点$P_2\left(x_2, y_2\right)$离对称轴的距离小，

$\therefore y_1 < y_2$；

故选项C错误；

④若$a\left(x_1 + x_2 - 4\right) > 0$，

当$x_1 + x_2 < 4$时，$a < 0$，则$-a > 0$时，抛物线的开口向上，

$\because x_1 < x_2$，

$\therefore x_1 + x_2 < 4$时，点$P_1\left(x_1, y_1\right)$与点$P_2\left(x_2, y_2\right)$在对称轴的左侧，或点$P_1\left(x_1, y_1\right)$在左侧，点$P_2\left(x_2, y_2\right)$右侧，且点$P_1\left(x_1, y_1\right)$离对称轴的距离比点$P_2\left(x_2, y_2\right)$离对称轴的距离大，

$\therefore y_1 > y_2$；

当$x_1 + x_2 > 4$时，$a > 0$，则$-a < 0$时，抛物线的开口向下，

$\because x_1 < x_2$，

$\therefore x_1 + x_2 > 4$时，点$P_1\left(x_1, y_1\right)$与点$P_2\left(x_2, y_2\right)$在对称轴的右侧，或点$P_1\left(x_1, y_1\right)$在左侧，点$P_2\left(x_2, y_2\right)$右侧，且点$P_1\left(x_1, y_1\right)$离对称轴的距离比点$P_2\left(x_2, y_2\right)$离对称轴的距离小，

$\therefore y_1 > y_2$；

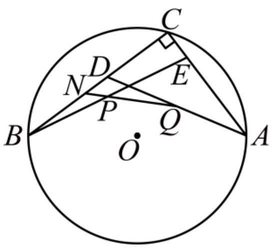
故选项D正确，

故选：D

【点睛】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是熟练掌握二次函数的性质，二次函数与方程及不等式的关系．

6. 如图，已知$\odot O$上的两条弦$AC$和$BC$互相垂直于点C，点D在弦$BC$上，点E在弦$AC$上，且$BD = AE$

，连接 $AD$ 和 $BE$，点 $P$ 为 $BE$ 中点，点 $Q$ 为 $AD$ 中点，射线 $QP$ 与线段 $BC$ 交于点 $N$，若 $\angle A=30^\circ$，$NQ=3$，则 $DQ$ 的长为（　　）



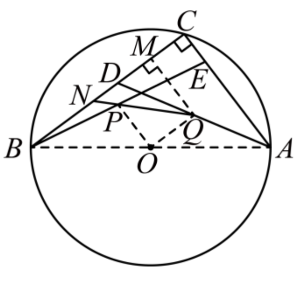

A. $\dfrac{5}{2}$　　　　B. $\sqrt{5}$　　　　C. $\sqrt{6}$　　　　D. $\dfrac{7}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】连接 $OP$、$OQ$、$AB$，利用 $AC\perp BC$ 可得 $AB$ 为圆的直径，再利用点 $P$ 为 $BE$ 中点，点 $Q$ 为 $AD$ 中点，可得 $OP$，$OQ$ 分别为三角形的中位线，则得 $OP\parallel AC$，$OP=\dfrac{1}{2}AE$，$OQ\parallel BC$，$OQ=\dfrac{1}{2}BD$，从而 $OP\perp OQ$，$OP=OQ$，则得 $\angle OPQ=\angle OQP=45^\circ$；利用 $\angle CAD=30^\circ$，可得 $\angle CDA=60^\circ$，$\angle BDA=120^\circ$，$\angle OQA=120^\circ$，则得 $\angle NQD=180^\circ-120^\circ-45^\circ=15^\circ$，所以 $\angle DNQ=\angle CDA-\angle NQD=45^\circ$；过点 $Q$ 作 $QM\perp CD$ 于点 $M$，则 $\triangle QMN$ 为等腰直角三角形，$MQ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}NQ$；在 $\mathrm{Rt}\triangle QDM$ 中，利用直角三角形的边角关系即可解答.

【详解】解：连接 $OP$、$OQ$、$AB$，如图，




$\because AC\perp BC$，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$.

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore OA=OB$.

$\because$ 点 $P$ 为 $BE$ 中点，点 $Q$ 为 $AD$ 中点，

$\therefore$ $OP$ 是 $\triangle BEA$ 的中位线，$OQ$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线.

$\therefore OP\parallel AC$，$OP=\dfrac{1}{2}AE$，$OQ\parallel BC$，$OQ=\dfrac{1}{2}BD$.

$\because AC \perp BC$，

$\therefore OP \perp OQ$ .

$\because BD = AE$，

$\therefore OP = OQ$ .

$\therefore \triangle OPQ$ 为等腰直角三角形.

$\therefore \angle OPQ = \angle OQP = 45^\circ$ .

$\because \angle CAD = 30^\circ$， $\angle ACB = 90^\circ$，

$\therefore \angle CDA = 60^\circ$ .

$\therefore \angle BDA = 120^\circ$ .

$\because OQ \parallel BC$，

$\therefore \angle OQA = \angle BDA = 120^\circ$ .

$\therefore \angle NQD = 180^\circ - \angle OQA - \angle OQP = 180^\circ - 120^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ .

$\because \angle ADC = \angle DNQ + \angle DQN$，

$\therefore \angle DNQ = \angle CDA - \angle NQD = 45^\circ$ .

过点 $Q$ 作 $QM \perp CD$ 于点 $M$ ，则 $\triangle QMN$ 为等腰直角三角形，

$\therefore MQ = \frac{\sqrt{2}}{2} NQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

在 $\mathrm{Rt}\triangle QDM$ 中，

$\because \sin \angle MDQ = \frac{MQ}{DQ}$，

$\therefore DQ = \frac{MQ}{\sin 60^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$ .

故选：C.

【点睛】本题主要考查了圆周角定理及推论、等腰直角三角形的判定与性质、三角形的中位线定理、特殊角的三角函数值、解直角三角形、平行线的判定与性质、三角形的内角和定理及推论等知识点．灵活利用解直角三角形的知识是解题的关键.

**二、填空题（共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）**

7. 分解因式： $3a^3 - 27a =$ ______.

【答案】$3a\left(a+3\right)\left(a-3\right)$

【解析】

【分析】先提取公因式$3a$，然后再运用平方差公式分解即可.

【详解】解：$3a^3-27a=3a\left(a^2-9\right)=3a\left(a+3\right)\left(a-3\right)$.

故答案为：$3a\left(a+3\right)\left(a-3\right)$.

【点睛】本题主要考查了因式分解，掌握综合运用提取公因式和公式法因式分解是解答本题.

8. 当$a$＝1时，分式$\dfrac{a+1}{a}$的值是______.

【答案】2

【解析】

【分析】直接把$a$的值代入计算即可.

【详解】解：当$a$=1时，

$\dfrac{a+1}{a}=\dfrac{1+1}{1}=2$.

故答案为：2.

【点睛】本题主要考查了分式求值问题，在解题时要根据题意代入计算即可.

9. 不等式组$\begin{cases}2x-6\ge 0\\4-x<-1\end{cases}$的解是________.

【答案】$x>5$

【解析】

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【详解】解：$\begin{cases}2x-6\ge 0①\\4-x<-1②\end{cases}$，

由①得：$2x-6\ldots 0$，

解得：$x\ldots 3$，

由②得：$-x<-5$，

解得：$x>5$，

∴不等式组的解集为$x>5$.

故答案为：$x>5$.

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

10. “如果$|a|=|b|$，那么$a=b$”的逆命题是__________.

【答案】如果$a=b$，那么$|a|=|b|$

【解析】

【分析】把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题，从而得出答案.

【详解】解：“如果$|a|=|b|$，那么$a=b$”的逆命题是：

“如果$a=b$，那么$|a|=|b|$”，

故答案为：如果$a=b$，那么$|a|=|b|$.

【点睛】本题考查命题与定理，解题的关键是理解题意，掌握逆命题的定义.

11. 看了《田忌赛马》故事后，小杨用数学模型来分析齐王与田忌的上中下三个等级的三匹马记分如表，每匹马只赛一场，大数为胜，三场两胜则赢．已知齐王的三匹马出场顺序为10，8，6则田忌能赢得比赛的概率为______________.

| 马匹<br>姓名 | 下等马 | 中等马 | 上等马 |
|---|---|---|---|
| 齐王 | 6 | 8 | 10 |
| 田忌 | 5 | 7 | 9 |

【答案】$\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】利用列举法求概率，列举出所有情况，看所求的情况占总情况的多少即可.

【详解】解：齐王的三匹马出场顺序为10，8，6；

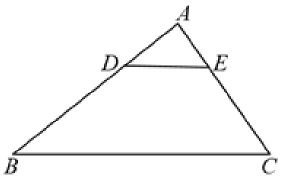
而田忌的三匹马出场顺序为5，7，9；5，9，7；7，5，9；7，9，5；9，5，7；9，7，5；共6种，田忌能赢得比赛的有5，9，7；一种

∴田忌能赢得比赛的概率为$\frac{1}{6}$

故答案为：$\frac{1}{6}$

【点睛】本题考查概率的求法，解题的关键是要注意列举法需要做到不重不漏．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

12. 如图，已知在$\triangle ABC$中，$D$，$E$分别是$AB$，$AC$上的点，$DE \parallel BC$，$\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$．若$\overrightarrow{DE}=\vec{a}$，则$\overrightarrow{CB}=$______.




【答案】$-3\vec{a}$

【解析】

【分析】本题考查了相似三角形的判定与性质，向量，先证明$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，根据相似三角形的性质求出$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{3}$，然后把$DE=\vec{a}$代入求解即可．

【详解】解：∵ $DE\parallel BC$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}$，

又$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{1}{3}$，

∴ $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{3}$，

又$DE=\vec{a}$，

∴ $\overrightarrow{CB}=-3\vec{a}$，

故答案为： $-3\vec{a}$．

13. 图1是一种矩形时钟，图2是时钟示意图，时钟数字2的刻度在矩形$ABCD$的对角线$BD$上，时钟中心在矩形$ABCD$对角线的交点$O$上．若$AB=30\text{cm}$，则$BC$长为_______cm（结果保留根号）．

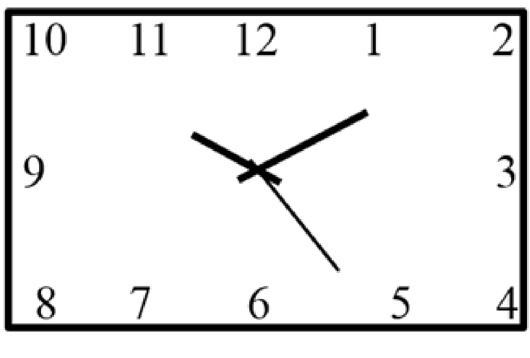



图1

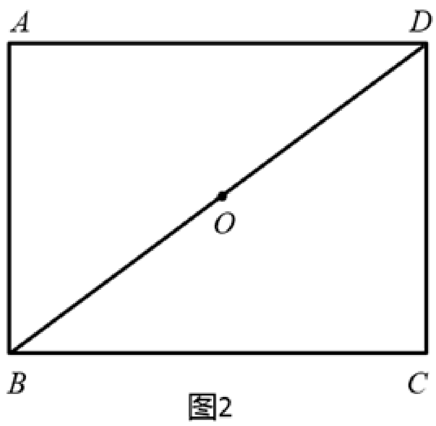



图2

【答案】$30\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据题意即可求得$\angle MOD=2\angle NOD$，即可求得$\angle NOD=30°$，从而得出$\angle ADB=30°$，再解直角三角形$ABD$即可．

【详解】解：∵时钟数字2的刻度在矩形$ABCD$的对角线$BD$上，时钟中心在矩形$ABCD$对角线的交点$O$，

∴ $\angle MOD=2\angle NOD$，