所以，复数 $\frac{\overline{z}}{z-2\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点的坐标为 $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$，在第一象限.

故选：A

3. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，且 $\vec{b}=(3,-4)$，则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为（　　）

A. $(\frac{6}{5},-\frac{8}{5})$　　B. $(-\frac{6}{5},\frac{8}{5})$　　C. $\left(-\frac{6}{25},\frac{8}{25}\right)$　　D. $\left(\frac{6}{25},-\frac{8}{25}\right)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据投影向量的概念直接求解即可.

【详解】解：因为 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，且 $\vec{b}=(3,-4)$，

所以 $|\vec{b}|=5$，向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{2}{25}\vec{b}=\left(\frac{6}{25},-\frac{8}{25}\right)$

故选：D

4. 沙漏是我国古代的一种计时工具，是用两个完全相同的圆锥顶对顶叠放在一起组成的（如图）．在一个圆锥中装满沙子，放在上方，沙子就从顶点处漏到另一个圆锥中，假定沙子漏下来的速度是恒定的．已知一个沙漏中沙子全部从一个圆锥中漏到另一个圆锥中需用时 80 分钟．设经过 t 分钟沙漏上方圆锥中的沙子的高度与下方圆锥中的沙子的高度恰好相等（假定沙堆的底面是水平的），则 t 的值为（　　）

A. 10　　B. 20　　C. 60　　D. 70

【答案】D

【解析】

【分析】上方圆锥的空白部分就是下方圆锥中的沙子部分，且上方沙漏中沙子的高度为一个沙漏的高的一半，进而计算下方沙漏沙子的体积，计算即可.

【详解】解：因为沙漏上方圆锥中的沙子的高度与下方圆锥中的沙子的高度恰好相等

所以上方圆锥的空白部分就是下方圆锥中的沙子部分，且上方沙漏中沙子的高度为一个沙漏的高的一半，

所以可以单独研究上方圆锥，其高度为一个圆锥的一半，沙子形成的圆面的半径为圆锥底面圆半径的一半，

设圆锥的高为h，底面半径为r，

则上方沙子的体积为$V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{1}{2}r\right)^2\cdot\frac{1}{2}h=\frac{1}{8}\times\frac{1}{3}\pi r^2h$，

所以，上方此时剩的沙子占总沙子的$\frac{1}{8}$，下方圆锥中的沙子占总沙子的$\frac{7}{8}$

因为一个沙漏中沙子全部从一个圆锥中漏到另一个圆锥中需用时 80 分钟，

所以，当$\frac{7}{8}$的沙子从一个沙漏中漏到另一个沙漏中，需要$\frac{7}{8}\times 80=70$分钟，

所以，经过70分钟沙漏上方圆锥中的沙子的高度与下方圆锥中的沙子的高度恰好相等

故选：D

5. 在平面直角坐标系中，已知点$P(3,4)$为角α终边上的点，则$\cos 2\alpha+\cos\alpha=$（　　）

A. $\frac{8}{25}$　　B. $\frac{13}{25}$　　C. $\frac{22}{25}$　　D. $\frac{27}{25}$

【答案】A

【解析】

【分析】由三角函数定义得$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，再根据二倍角公式计算即可.

【详解】解：因为点$P(3,4)$为角α终边上的点，

所以，由三角函数的定义知$\cos\alpha=\frac{3}{5},\sin\alpha=\frac{4}{5}$，

所以$\cos 2\alpha+\cos\alpha=2\cos^2\alpha-1+\cos\alpha=2\times\frac{9}{25}-1+\frac{3}{5}=\frac{8}{25}$

故选：A

6. 在平面直角坐标系中，已知直线$4x+3y-9=0$与圆C：$x^2-2x+y^2+a=0$相交的弦长

为 $4\sqrt{2}$，则 $a=$（　　）

A. -8　　B. -2　　C. 2　　D. 8

【答案】A

【解析】

【分析】将圆的方程化为标准方程，的圆心坐标及半径，由弦长，圆心到直线的距离，半径的关系建立方程，解出 a.

【详解】圆 C: $x^2-2x+y^2+a=0$，即 $(x-1)^2+y^2=1-a$，圆心为 $(1,0)$，半径 $r=\sqrt{1-a}$，

圆心到直线 $4x+3y-9=0$ 的距离为 $d=\dfrac{|4-9|}{\sqrt{4^2+3^2}}=1$，

直线与圆相交的弦长为 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{1-a-1}=4\sqrt{2}$，得 $a=-8$.

故选：A.

7. 已知 $a=\dfrac{2}{\ln 2}$，$b=\dfrac{3}{\ln 3}$，$c=\dfrac{e^2}{2}$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$

C. $b<a<c$　　D. $a<c<b$

【答案】C

【解析】

【分析】先比较 a,b 的大小关系，然后构造函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}(x>1)$，利用导数判断 $f(x)$ 的单调性，由此求得 a,c 的大小关系，进而求得正确答案.

【详解】$a=\dfrac{2}{\ln 2}=\dfrac{1}{\frac{1}{2}\ln 2}=\dfrac{1}{\ln 2^{\frac{1}{2}}},b=\dfrac{3}{\ln 3}=\dfrac{1}{\frac{1}{3}\ln 3}=\dfrac{1}{\ln 3^{\frac{1}{3}}}$，

$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^6=2^3=8$，$\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^6=3^2=9$，所以 $2^{\frac{1}{2}}<3^{\frac{1}{3}},0<\ln 2^{\frac{1}{2}}<\ln 3^{\frac{1}{3}}$，

所以 $a>b$.

构造函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}(x>1)$，$f'(x)=\dfrac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$，

所以在区间$\left(1,2\right)$，$f'\left(x\right)<0,f\left(x\right)$递减，

所以$f\left(\sqrt{e}\right)>f\left(2\right)$，即$\dfrac{\sqrt{e}}{\ln\sqrt{e}}>\dfrac{2}{\ln 2}$，

$$\frac{\sqrt{e}}{\ln\sqrt{e}}=\frac{\sqrt{e}}{\frac{1}{2}}=2\sqrt{e}=\frac{4\sqrt{e}}{2}=\frac{\sqrt{16}\times\sqrt{e}}{2},$$

$$c=\frac{e^2}{2}=\frac{\sqrt{e^3}\times\sqrt{e}}{2}>\frac{\sqrt{16}\times\sqrt{e}}{2}=\frac{\sqrt{e}}{\ln\sqrt{e}}>\frac{2}{\ln 2}=a,$$

即$b<a<c$.

故选：C

8. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过$F_1$的直线与曲线$C$的左右两支分别交于点$M$、$N$，且$|F_1M|:|F_2N|:|MN|=1:2:3$，则曲线$C$的离心率为（　　）

A. 2　　B. $\dfrac{\sqrt{33}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{22}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{11}}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】设$\left|F_1M\right|=x$，进而结合双曲线的定义得$x=a$，$\left|F_1M\right|=a$，$\left|F_2N\right|=2a,\left|MN\right|=3a$，$\left|F_2M\right|=3a$，进而在$\triangle MNF_2$，$\triangle NF_1F_2$结合余弦定理求得$\cos\angle F_1NF_2,\cos\angle MNF_2$，进而得$\sqrt{11}a=\sqrt{3}c$，再求离心率即可.

【详解】解：如图，设$\left|F_1M\right|=x$，因为$|F_1M|:|F_2N|:|MN|=1:2:3$，

所以$\left|F_2N\right|=2x,\left|MN\right|=3x$，

由双曲线的定义得：$\left|F_1N\right|-\left|F_2N\right|=\left|MN\right|+\left|MF_1\right|-\left|F_2N\right|=4x-2x=2a$，

$\left|F_2M\right|-\left|F_1M\right|=2a$

所以，$x=a$，$\left|F_1M\right|=a$，$\left|F_2N\right|=2a,\left|MN\right|=3a$，$\left|F_2M\right|=3a$，

所以，在$\triangle MNF_2$中，$\cos\angle MNF_2=\dfrac{|NM|^2+|NF_2|^2-|MF_2|^2}{2|NF_2||NM|}=\dfrac{9a^2+4a^2-9a^2}{2\cdot 3a\cdot 2a}=\dfrac{1}{3}$，

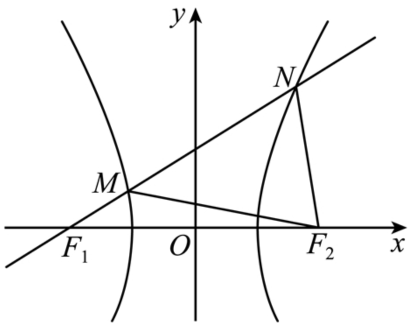
在$\triangle NF_1F_2$中，$\cos\angle F_1NF_2=\dfrac{|NF_1|^2+|NF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|NF_2||NF_1|}=\dfrac{16a^2+4a^2-4c^2}{2\cdot 4a\cdot 2a}=\dfrac{5a^2-c^2}{4a^2}$

因为$\cos\angle F_1NF_2=\cos\angle MNF_2$，

所以$\dfrac{5a^2-c^2}{4a^2}=\dfrac{1}{3}$，即$11a^2=3c^2$，$\sqrt{11}a=\sqrt{3}c$

所以$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{33}}{3}$

故选：B



二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．已知抛物线$C:y^2=4x$，O为坐标原点，点P为直线$x=-2$上一点，过点P作抛物线C的两条切线，切点分别为A，B，则（　　）

A．抛物线的焦点坐标为（0，1）

B．抛物线的准线方程为$x=-1$

C．直线AB一定过抛物线的焦点

D．$OP\perp AB$

【答案】BD

【解析】

【分析】根据抛物线的焦点坐标和准线方程，结合一元二次方程根的判别式进行判断即可．

【详解】由抛物线$C:y^2=4x$可知，焦点坐标为$(1,0)$，准线方程为$x=-1$，故选项 A 不正确，选项 B 正确；

设$P(-2,m)$，显然直线PA存在斜率且不为零，设为k_1，方程为$y-m=k_1(x+2)$，

与抛物线方程联立，得$\begin{cases} y^2=4x \\ y-m=k_1(x+2) \end{cases} \Rightarrow k_1y^2-4y+8k_1+4m=0$，

因为PA是该抛物线的切线，

所以$\Delta=(-4)^2-4k_1(8k_1+4m)=0 \Rightarrow 2k_1^2+k_1m-1=0$，

且A的纵坐标为：$-\dfrac{-4}{2k_1}=\dfrac{2}{k_1}$，代入抛物线方程中可得A的横坐标为：$\dfrac{1}{k_1^2}$，

设直线PA存在斜率且不为零，设为k_2，

同理可得：$2k_2^2+k_2m-1=0$，且B的纵坐标为：$-\dfrac{-4}{2k_2}=\dfrac{2}{k_2}$，横坐标为$\dfrac{1}{k_2^2}$，

显然k_1、k_2是方程$2k^2+km-1=0$的两个不等实根，所以$k_1+k_2=-\dfrac{m}{2},k_1k_2=-\dfrac{1}{2}$

因为$k_{AB}\cdot k_{OP}=\dfrac{\dfrac{2}{k_2}-\dfrac{2}{k_1}}{\dfrac{1}{k_1^2}-\dfrac{1}{k_1^2}}\cdot\dfrac{m}{-2}=\dfrac{2k_1k_2}{k_1+k_2}\cdot\dfrac{m}{-2}=\dfrac{-\dfrac{1}{2}\times 2}{-\dfrac{m}{2}}\cdot\dfrac{m}{-2}=-1$，

所以$OP\perp AB$，因此选项D正确；

由上可知：AB的斜率为$\dfrac{2}{m}$，

直线AB的方程为：$y-\dfrac{2}{k_1}=\dfrac{2}{m}(x-\dfrac{1}{k_1^2}) \Rightarrow mk_1^2y-2mk_1=2k_1^2x-2$，

$2k_1^2+k_1m-1=0 \Rightarrow k_1m=1-2k_1^2$，

所以有$(k_1-2k_1^3)y-2\left(1-2k_1^2\right)=2k_1^2x-2 \Rightarrow (1-2k_1^2)y=2k_1(x-2)$，

所以直线AB一定过$(2,0)$，显然该点不是抛物线的焦点，因此选项C不正确，

故选：BD

【点睛】关键点睛：根据一元二次方程的根与系数关系、判别式是解题的关键.

10. 已知定义在R上的函数$f(x)$满足$f(x+\dfrac{7}{2})+f(x)=0$，且$y=f(x-\dfrac{7}{4})$为奇函数，则下列说法一定正确的是（　　）

A. 函数$f(x)$的周期为$\dfrac{7}{2}$

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $(-\frac{7}{4},0)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 为偶函数

D. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{7}{4}$ 对称

【答案】BC

【解析】

【分析】由 $f(x+\frac{7}{2})+f(x)=0$ 得函数 $f(x)$ 的一个周期，由 $y=f(x-\frac{7}{4})$ 是奇函数得函数的对称中心，两条件结合得函数 $f(x)$ 的奇偶性.

【详解】由 $f(x+\frac{7}{2})+f(x)=0$，得 $f(x+\frac{7}{2})=-f\left(x\right)$，

将 $x+\frac{7}{2}$ 代入，$f(x+\frac{7}{2}+\frac{7}{2})=-f\left(x+\frac{7}{2}\right)=-\left[-f\left(x\right)\right]$，即 $f(x+7)=f\left(x\right)$，

所以函数 $f(x)$ 的一个周期为 7，A 项错误；

由 $y=f(x-\frac{7}{4})$ 是奇函数得 $f(-x-\frac{7}{4})=-f(x-\frac{7}{4})$，

因为 $f(x+\frac{7}{2})=-f\left(x\right)$ 和 $f(-x-\frac{7}{4})=-f(x-\frac{7}{4})$，

所以 $f(x-\frac{7}{4}+\frac{7}{2})=-f(x-\frac{7}{4})=f(-x-\frac{7}{4})=-f(-x-\frac{7}{4}+\frac{7}{2})$，

即 $f(x+\frac{7}{4})=-f(-x+\frac{7}{4})$，所以 $f(x)$ 的图象关于 $\left(-\frac{7}{4},0\right)$ 中心对称，B 项正确，D 项错误；

因为 $f(-x-\frac{7}{4})=-f(x-\frac{7}{4})$，$f(x+\frac{7}{2})=-f\left(x\right)$，

所以 $f(-x-\frac{7}{4})=-f(x-\frac{7}{4})=f(x-\frac{7}{4}+\frac{7}{2})=f(x+\frac{7}{4})$，将 $x-\frac{7}{4}$ 代入，

得 $f(-x)=f(x)$，即函数 $f(x)$ 为偶函数，C 项正确.

故选：BC.

11. 下列说法正确的是（　　）

A. 数据 6，5，3，4，2，7，8，9 的上四分位数为 7

B. 若 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，且函数 $f(x)=P(x\le\xi\le x+2)$ 为偶函数，则 $\mu=1$

C. 若随机事件 A，B 满足：$P\left(A|B\right)+P\left(\overline{A}\right)=1$，则 A，B 相互独立

D. 已知采用分层抽样得到的样本数据由两部分组成，第一部分样本数据 $x_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ 的平均数为 $\overline{x}$，方差为 s_x^2；第二部分样本数据 $y_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ 的平均数为 $\overline{y}$，方差为 s_y^2，若总的样本方差为 $s^2=\dfrac{s_x^2+s_y^2}{2}$，则 $\overline{x}=\overline{y}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据偶函数的定义及正态曲线的对称性即可判断 B,根据百分位数的概念即可判断 A，根据对立事件的概率公式，条件概率公式，独立事件的积事件的乘法公式即可求解 C；根据平均数和方差的计算公式即可化简求解 D.

【详解】对 A，∵数据 6，5，3，4，2，7，8，9 按从小到大排列为：

2，3，4，5，6，7，8，9 一共 8 个数，又 $8\times\dfrac{3}{4}=6$，

∴该数据的上四分位数为 $\dfrac{8+7}{2}=7.5$，故 A 错误；

对于 B,∵函数 $f(x)=P(x\le\xi\le x+2)$ 为偶函数，∴ $f(-x)=f(x)$，

∴ $P(-x\le\xi\le -x+2)=P(x\le\xi\le x+2)$，又 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，

∴区间 $\left[-x,-x+2\right]$ 与区间 $\left[x,x+2\right]$ 关于 $x=\mu$ 对称，

$\therefore\mu=\dfrac{-x+x+2}{2}=\dfrac{x+2-x}{2}=1$，故 B 正确；

对 C，∵ $0<P(A)<1$，$0<P(B)<1$，且 $P(A|B)+P(\overline{A})=1$，

$\therefore P(A|B)=1-P(\overline{A})=P(A)$，

$\therefore\dfrac{P(AB)}{P(B)}=P(A)$，$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$，

故 A,B 相互独立，所以 C 正确；

对 D，第一部分样本数据 $x_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ 的平均数为 $\overline{x}$，方差为 s_x^2；则 $s_x^2=\dfrac{1}{n}\left(\sum\limits_{i=1}^{n}{x_i}^2-n\overline{x}^2\right)$ 第二部分样本数据 $y_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ 的平均数为 $\overline{y}$，方差为 s_y^2，则 $s_y^2=\dfrac{1}{n}\left(\sum\limits_{i=1}^{n}{y_i}^2-n\overline{y}^2\right)$，若总的样本方差为

$s^2=\frac{1}{2n}\left[\sum_{i=1}^{n}y_i^2+\sum_{i=1}^{n}x_i^2-2n\left(\frac{\overline{x}+\overline{y}}{2}\right)^2\right]=\frac{1}{2n}\left[\sum_{i=1}^{n}y_i^2+\sum_{i=1}^{n}x_i^2-2n\left(\frac{\overline{x}+\overline{y}}{2}\right)^2\right]$， 若

$s^2=\frac{S_x^2+S_y^2}{2}$，即 $\frac{1}{2n}\left[\sum_{i=1}^{n}y_i^2+\sum_{i=1}^{n}x_i^2-2n\left(\frac{\overline{x}+\overline{y}}{2}\right)^2\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2\right)+\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2\right)\right]$

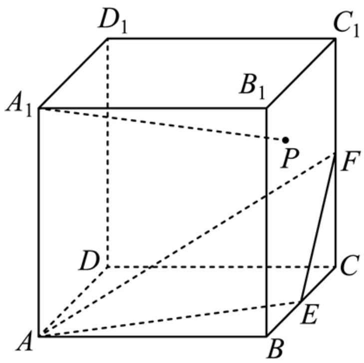
，、

$\sum_{i=1}^{n}y_i^2+\sum_{i=1}^{n}x_i^2-2n\left(\frac{\overline{x}+\overline{y}}{2}\right)^2=\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2\right)+\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2\right)\Rightarrow\left(\overline{x}-\overline{y}\right)^2=0\Rightarrow\overline{x}=\overline{y}$

故 D 正确，

故选：BCD

12. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E,F 分别是棱 BC,CC_1 的中点，P 是侧面 BCC_1B_1 内（含边界）的动点，则下列说法正确的是（　　）



A. 若直线 A_1P 与平面 AEF 平行，则三棱锥 $P-AEF$ 的体积为 $\frac{2}{3}$

B. 若直线 A_1P 与平面 AEF 平行，则直线 A_1B_1 上存在唯一的点 Q，使得 DQ 与 A_1P 始终垂直

C. 若 $A_1P=\sqrt{5}$，则 EP 的最小值为 $\sqrt{5}-1$

D. 若 $A_1P=\sqrt{5}$，则 $\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{B_1C}$ 的最大值为 $4\sqrt{2}$

【答案】ABC

【解析】

【分析】取棱 BB_1,B_1C_1 的中点 N,M，连接 A_1M,A_1N，进而证明平面 $A_1MN//$ 平面 AEF 得 P 的轨迹即为线段 MN，再讨论 AB 选项即可得判断；当 $A_1P=\sqrt{5}$ 时，点 P 的轨

迹为以 B_1 为圆心，1 为半径的圆在平面 BCC_1B_1 内的圆弧，再分别讨论 CD 选项即可.

【详解】解：取棱 BB_1, B_1C_1 的中点 N, M，连接 A_1M, A_1N, ME, BC_1，

因为棱 BB_1, B_1C_1 的中点 N, M，E, F 分别是棱 BC, CC_1 的中点，

所以 $MN // BC_1 // EF$，$ME // BB_1, ME = BB_1$，

因为 $AA_1 // BB_1, AA_1 = BB_1$，所以 $ME // AA_1, ME = AA_1$，

所以，四边形 A_1MEA 为平行四边形，

所以 $A_1M // AE$，

因为 $A_1M, MN \not\subset$ 平面 AEF，$AE, EF \subset$ 平面 AEF，

所以 $A_1M //$ 平面 AEF，$NM //$ 平面 AEF，

因为 $A_1M \cap MN = M, A_1M, MN \subset$ 平面 A_1MN，

所以平面 $A_1MN //$ 平面 AEF，

所以，直线 A_1P 与平面 AEF 平行，P 的轨迹即为线段 MN，

故对于 A 选项，$S_{\triangle PEF} = \frac{1}{2}\left(4 - 4\times\frac{1}{2}\times1\times1\right) = 1$，三棱锥 $P-AEF$ 的体积为

$V_{P-AEF} = V_{A-PEF} = \frac{1}{3}S_{\triangle PEF}\cdot AB = \frac{2}{3}$，故 A 正确；

对于 B 选项，要使得 DQ 与 A_1P 始终垂直，则 $DQ \perp$ 面 A_1MN，故如图建立空间直角坐标系，则 $D(0,0,0), Q(2,a,2)(a\in\mathrm{R}), A_1(2,0,2), M(1,2,2), N(2,2,1)$，

所以 $\overrightarrow{DQ} = (2,a,2)$，$\overrightarrow{A_1M} = (-1,2,0), \overrightarrow{A_1N} = (0,2,-1)$，

所以 $\overrightarrow{DQ}\cdot\overrightarrow{A_1M} = -2+2a = 0$ 且 $\overrightarrow{DQ}\cdot\overrightarrow{A_1N} = 2a-2 = 0$，解得 $a=1$，即 $Q(2,1,2)$，

所以，直线 A_1B_1 上存在唯一的点 Q（A_1B_1 中点），使得 DQ 与 A_1P 始终垂直，故 B 正确；

当 $A_1P = \sqrt{5}$ 时，所以 $A_1P = \sqrt{A_1B_1^{\,2} + PB_1^{\,2}} = \sqrt{5}$，解得 $PB_1 = 1$，

所以点 P 的轨迹为以 B_1 为圆心，1 为半径的圆在平面 BCC_1B_1 内的圆弧，

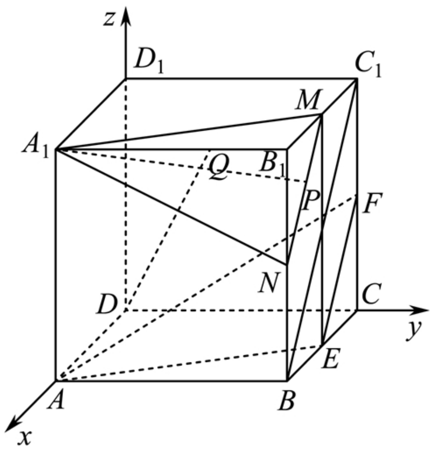
对于 C 选项，由于 $B_1E = \sqrt{5}$，故 EP 的最小值为 $B_1E - 1 = \sqrt{5} - 1$，故 C 正确；

对于 D 选项，$\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{B_1C}=\left(\overrightarrow{B_1P}-\overrightarrow{B_1A_1}\right)\cdot\overrightarrow{B_1C}=\overrightarrow{B_1P}\cdot\overrightarrow{B_1C}-\overrightarrow{B_1A_1}\cdot\overrightarrow{B_1C}=\overrightarrow{B_1P}\cdot\overrightarrow{B_1C}$

$=\left|\overrightarrow{B_1P}\right|\cdot\left|\overrightarrow{B_1C}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{B_1P},\overrightarrow{B_1C}\right\rangle=2\sqrt{2}\cos\left\langle\overrightarrow{B_1P},\overrightarrow{B_1C}\right\rangle\le2\sqrt{2}$，当且仅当$\cos\left\langle\overrightarrow{B_1P},\overrightarrow{B_1C}\right\rangle=1$时等号成立，

所以，$\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{B_1C}$的最大值为$2\sqrt{2}$，故 D 错误.

故选：ABC



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数$f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-a\ln x-a$，若曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线与直线$2x+y-1=0$垂直，则切线的方程为____________.

【答案】$x-2y=0$

【解析】

【分析】根据切线的斜率求得a，从而求得切点坐标，进而求得切线方程.

【详解】直线$2x+y-1=0$的斜率为-2，所以切线的斜率为$\frac{1}{2}$.

$f'(x)=\mathrm{e}^{x-1}-\frac{a}{x},f'(1)=1-a=\frac{1}{2},a=\frac{1}{2}$，

所以$f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-\frac{1}{2}\ln x-\frac{1}{2},f(1)=1-0-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，

所以切线方程为$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x-1)$，即$x-2y=0$.

故答案为：$x-2y=0$