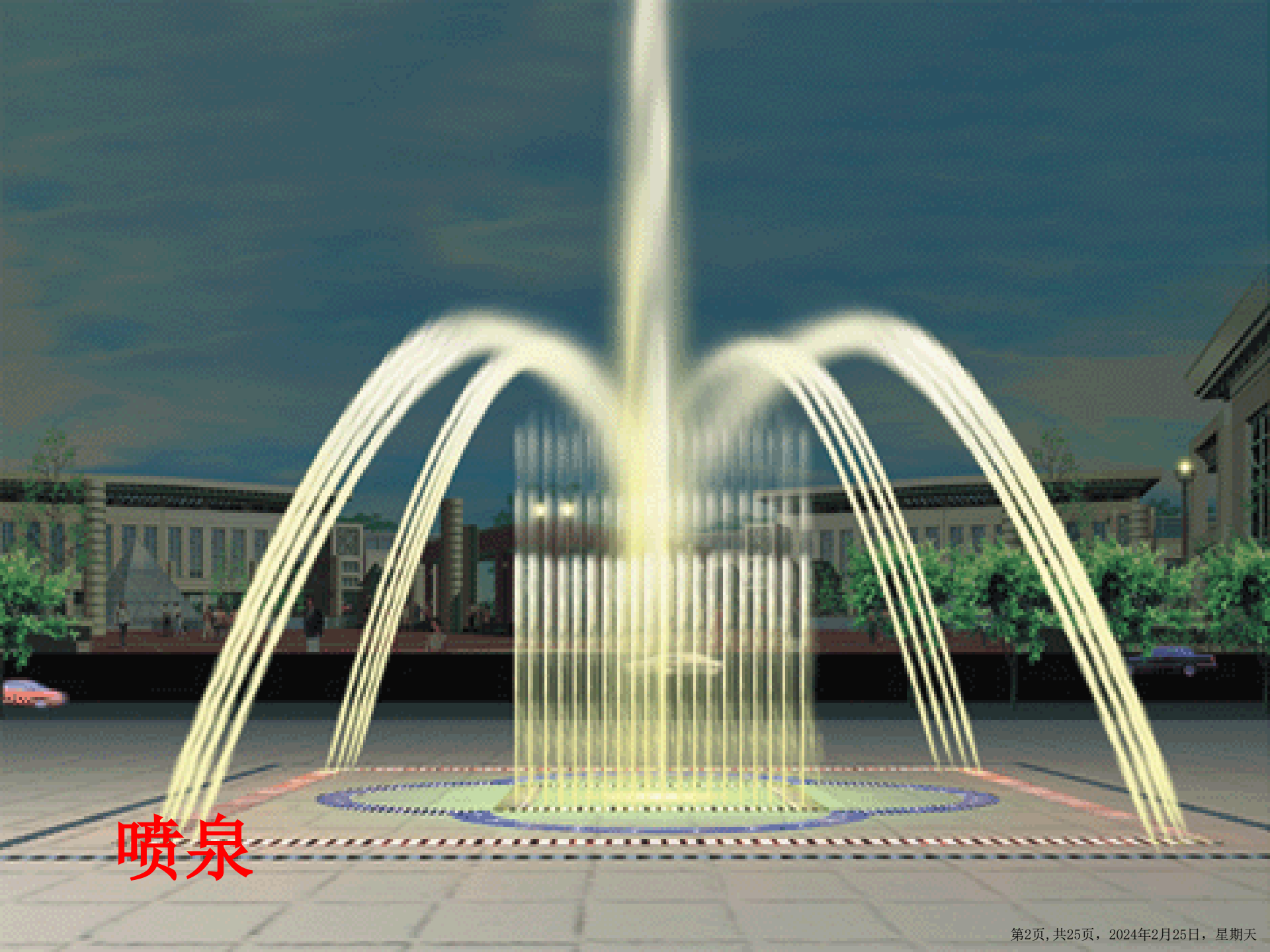


关于抛物线及其标 准方程



喷泉





球在空中运动的
轨迹是抛物线规律，
那么抛物线它有怎样
的几何特征呢？

二 次 函 数

$$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$$

又叫做二次函数的
标准式



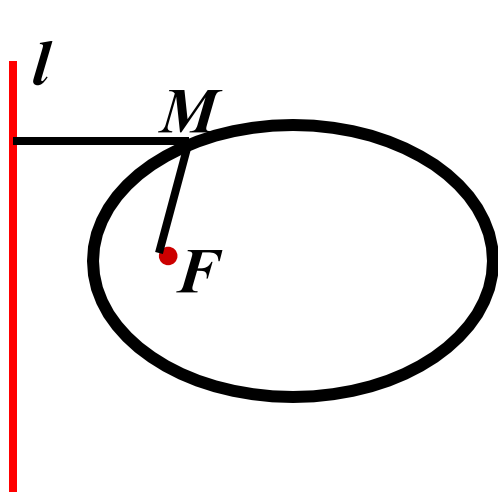
复习回顾：

我们知道,椭圆、双曲线的有共同的几何特征：

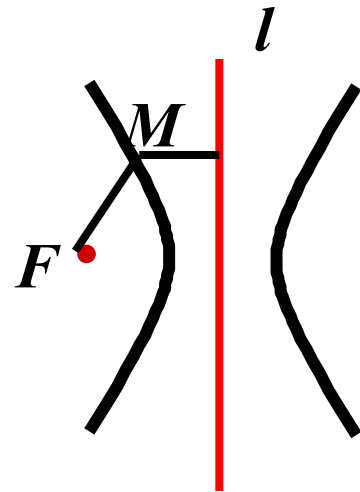
都可以看作是,在平面内与一个**定点**的距离和一条**定直线**的距离的比是**常数 e** 的点的轨迹.

(其中定点不在定直线上)

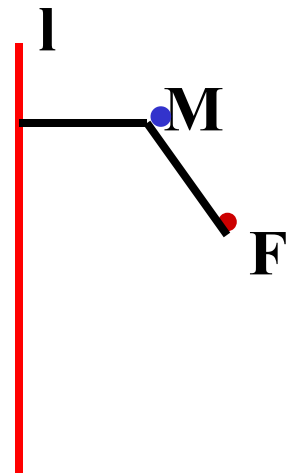
(1)当 $0 < e < 1$ 时,是椭圆; (2)当 $e > 1$ 时,是双曲线;



$0 < e < 1$



$e > 1$

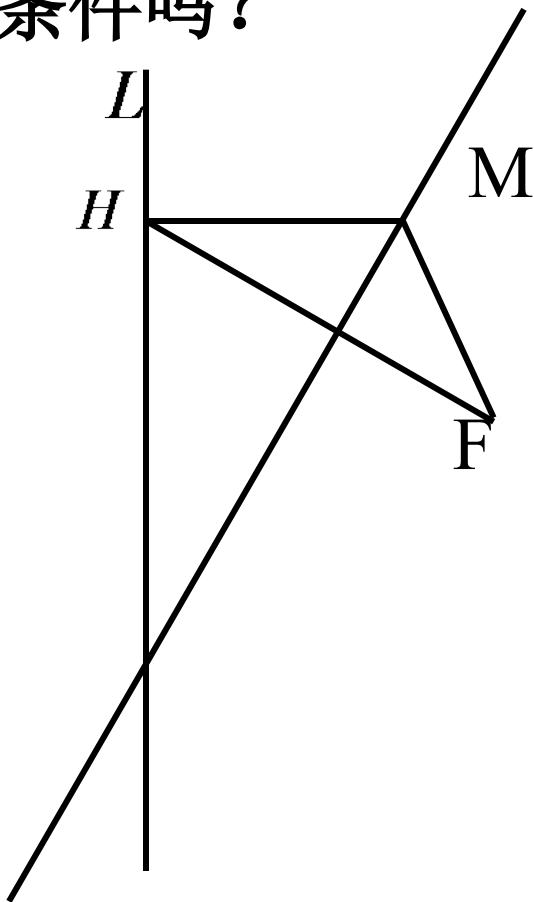


$e = 1$

那么,当 $e=1$ 时,它又是什么曲线?

提出问题：

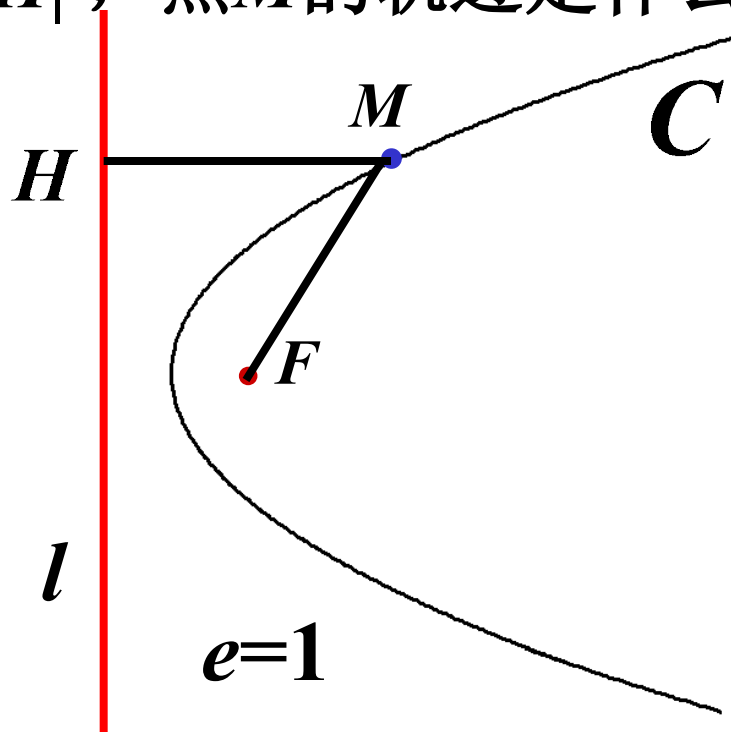
如图，点 F 是定点， L 是不经过点 F 的定直线。 H 是 L 上任意一点，过点 H 作 $MH \perp L$ ，线段 FH 的垂直平分线 m 交 MH 于点 M ，拖动点 H ，观察点 M 的轨迹，你能发现点 M 满足的几何条件吗？



几何画板观察

问题探究：

当 $e=1$ 时，即 $|MF|=|MH|$ ，点 M 的轨迹是什么？



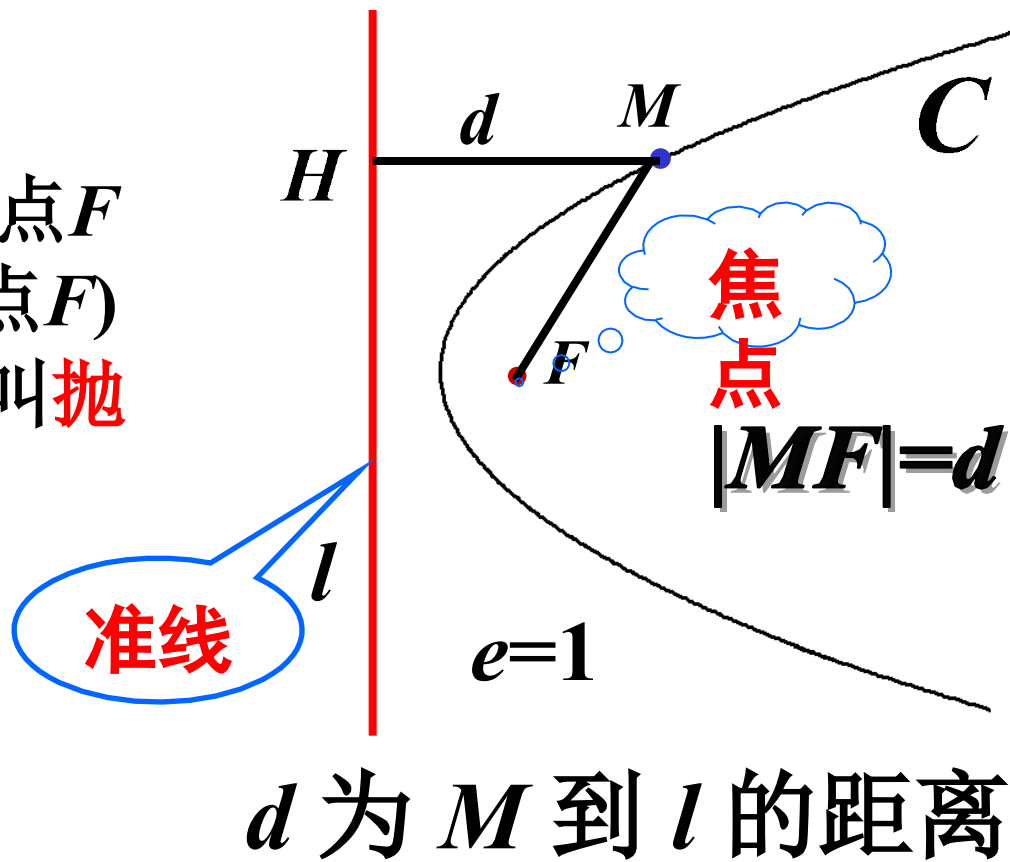
可以发现，点 M 随着 H 运动的过程中，始终有 $|MF|=|MH|$ ，即点 M 与点 F 和定直线 l 的距离相等. 点 M 生成的轨迹是曲线 C 的形状.(如图)

我们把这样的一条曲线叫做**抛物线**.

一、抛物线的定义:

在平面内,与一个定点 F 和一条定直线 l (l 不经过点 F)的距离相等的点的轨迹叫**抛物线**.


点 F 叫抛物线的**焦点**,
直线 l 叫抛物线的**准线**



即:若 $\frac{|MF|}{d} = 1$ M 的轨迹是抛物线

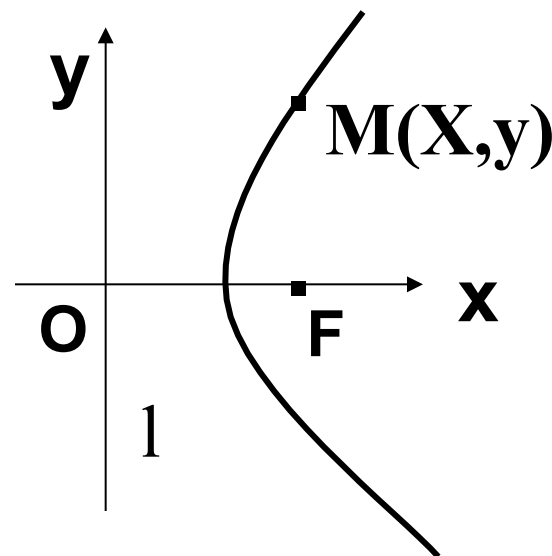
那么如何建立坐标系,使抛物线的方程更简单,其标准方程形式怎样?

二、标准方程的推导

解法一：以 L 为 y 轴，过点 F 垂直于 L 的直线为 x 轴建立直角坐标系（如下图所示），则定点 $F(p, 0)$ 设动点 $M(x, y)$ ，由抛物线定义得： 

$$\sqrt{(x-p)^2 + y^2} = |x|$$

化简得： $y^2 = 2px - p^2 (p > 0)$



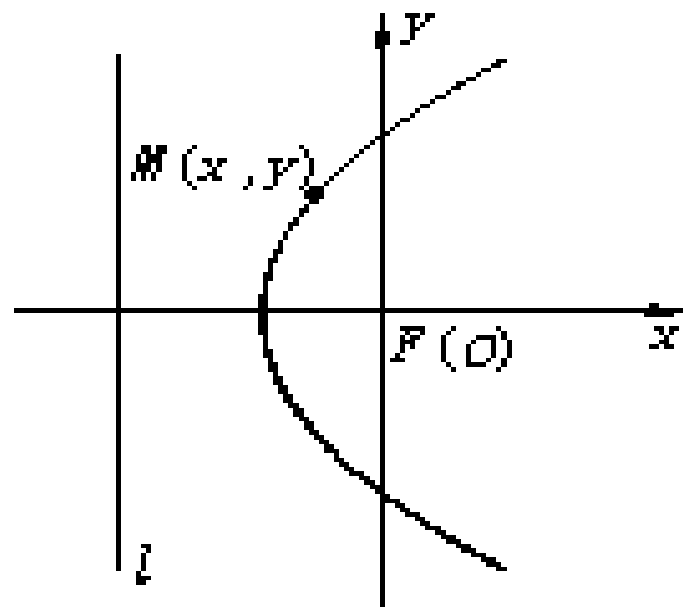
二、标准方程的推导

解法二：以定点 F 为原点，过点 F 垂直于 L 的直线为 x 轴建立直角坐标系（如下图所示），则定点 $F(0,0)$ ， L 的方程为 $x = -p$

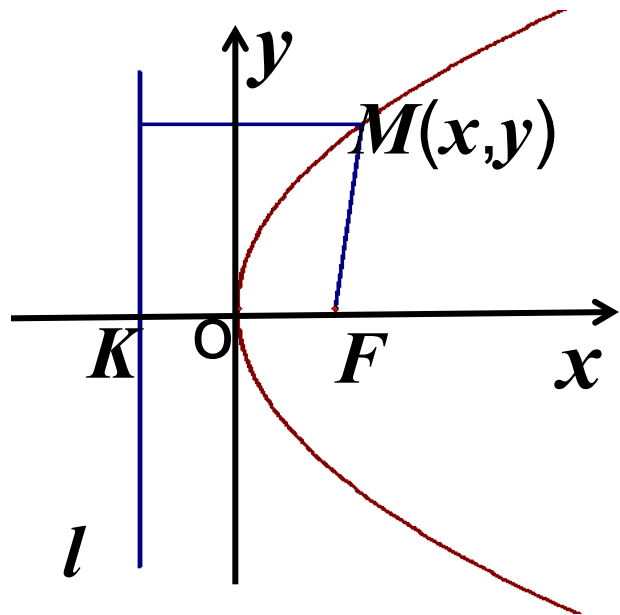
设动点 $M(x, y)$ ，由抛物线定义得

$$\sqrt{x^2 + y^2} = |x + p|$$

化简得： $y^2 = 2px + p^2$ ($p > 0$)



二、标准方程的推导



解法三：以过 F 且垂直于 l 的直线为 x 轴，垂足为 K . 以 F, K 的中点 O 为坐标原点建立直角坐标系 xOy .

设 $M(x, y)$ $|FK| = p$

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right) \quad l: x = -\frac{p}{2}$$

依题意得 $\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|$

两边平方，整理得

$$y^2 = 2px \quad (p > 0)$$

这就是所求的轨迹方程.

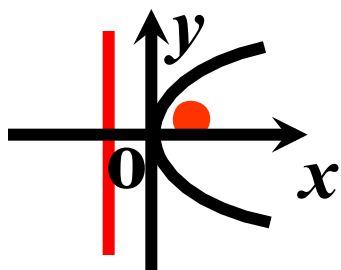
三、标准方程

把方程 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 叫做抛物线的**标准方程**. 其中 p 为正常数, 表示焦点在 x 轴正半轴上.

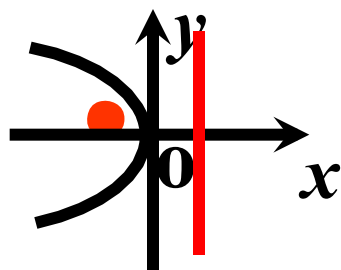
且 p 的几何意义是: **焦点到准线的距离**

焦点坐标是 $(\frac{p}{2}, 0)$, 准线方程为 $x = -\frac{p}{2}$

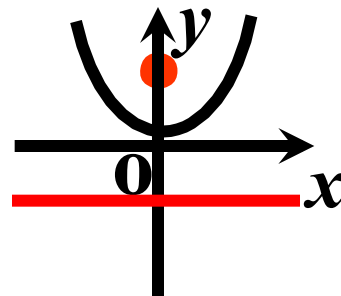
想一想: 坐标系的建立还有没有其它方案也会使抛物线方程的形式简单?



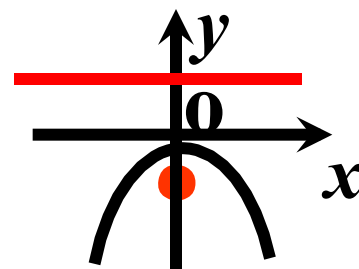
方案
(1)



方案
(2)



方案
(3)



方案
(4)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/906042015024010122>