2024-2025学年湖南省岳阳市云溪区高二上学期11月期中考试数学检测试题

一、单选题（共8小题，每小题5分，总分40分）

1. 过点$P(\sqrt{3},-2\sqrt{3})$且倾斜角为135°的直线方程为（　　）

A. $3x-y-4\sqrt{3}=0$　　B. $x-y-\sqrt{3}=0$

C. $x+y-\sqrt{3}=0$　　D. $x+y+\sqrt{3}=0$

2. “$m=0$”是“直线$l_1:mx+4y+2=0$与直线$l_2:x+my+1=0$垂直”的（　　）

A. 充要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知点*A*，*B*，*C*为椭圆*D*的三个顶点，若$\vee ABC$是正三角形，则*D*的离心率是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知$AB=BC=2$，$AA_1=4$，E为A_1D_1的中点，则直线CE与BD所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{21}}{42}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$　　C. $\frac{\sqrt{42}}{42}$　　D. $\frac{\sqrt{42}}{21}$

5. 瑞士数学家欧拉在《三角形的几何学》一书中提出：三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上.这条直线被称为“欧拉线”.已知$\vee ABC$的顶点$A\left(-3,0\right)$，$B\left(3,0\right)$，$C\left(3,3\right)$，则$\vee ABC$的欧拉线方程为（　　）

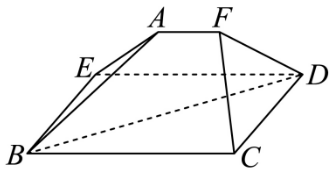
A. $2x-y-1=0$　　B. $2x+y-\frac{3}{2}=0$

C. $x+2y-3=0$　　D. $x-2y+1=0$

6. 已知圆$C_1:\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=1$与圆$C_2:\left(x+3\right)^2+\left(y-2\right)^2=1$，过动点$M\left(m,n\right)$分别作圆$C_1$、圆$C_2$的切线$MA$，$MB$（A，$B$分别为切点），若$\left|MA\right|=\left|MB\right|$，则$m^2+n^2$的最小值是（　　）

A. $\frac{81}{68}$　　B. $\frac{121}{68}$　　C. $\frac{169}{68}$　　D. $\frac{49}{68}$

7. 刍甍是中国古代算数中的一种几何体，是底面为矩形的屋脊状的楔体.现有一个刍甍如图所示，底面 $BCDE$ 为矩形，$AF//$ 平面 $BCDE$，$\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 是全等的正三角形，$BC=3$，$BE=2$，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，则异面直线 AE 与 BD 所成角的余弦值为（　　）



A. $\frac{\sqrt{13}}{26}$　　B. $\frac{\sqrt{13}}{13}$　　C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{3\sqrt{13}}{52}$

8. 已知 F_1，F_2 分别为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，P 为第一象限内一点，且满足 $|PF_1|=2c$，$|F_2P|=a$，线段 F_2P 与双曲线 C 交于点 Q，若 $\overrightarrow{F_2P}=5\overrightarrow{F_2Q}$，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

二、多选题（共 4 小题，每小题 5 分，总分 20 分）

9. 满足下列条件的直线 l_1 与 l_2，其中 $l_1 \perp l_2$ 的是（　　）

A. l_1 的倾斜角为 45°，l_2 的斜率为 1

B. l_1 的斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$，l_2 经过点 $A(2,0)$，$B(3,\sqrt{3})$

C. l_1 经过点 $P(2,1)$，$Q(-4,-5)$，l_2 经过点 $M(-1,2)$，$N(1,0)$

D. l_1 的方向向量为 $(1,m)$，l_2 的方向向量为 $\left(1,-\frac{1}{m}\right)$

10. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 点 $\left(\frac{\pi}{12},0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

B. $f\left(x\right)$的单调递增区间为$\left[-\frac{\pi}{24}+k\pi,\frac{5\pi}{24}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$

C. $f\left(x\right)$在$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$上的值域为$\left[-2,\sqrt{3}\right]$

D. 将$f\left(x\right)$的图象先向右平移$\frac{\pi}{24}$个单位长度，再将所有点的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数$g\left(x\right)$的图象，则$g\left(x\right)=\cos 8x$

11.　曲线C是平面内与两个定点$F_1\left(0,3\right)$，$F_2\left(0,-3\right)$的距离的积等于12的点P的轨迹，则下列结论正确的是（　　）

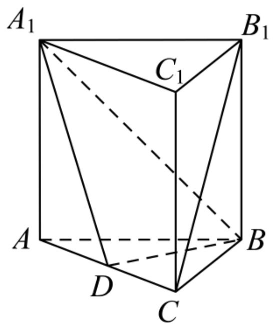
A. 点P到y轴距离的最大值为3

B. 点P到原点距离的最大值为$\sqrt{21}$

C. $\triangle F_1PF_2$周长的最大值为$4\sqrt{3}+6$

D. $\angle F_1PF_2$最大值为$\frac{2\pi}{3}$

12. 在直三棱柱中，$AA_1=AB=BC=3$，$AC=2$，D是AC的中点，下列判断正确的是（　　）



A. $B_1C\parallel$平面A_1BD

B. 面$A_1BD\perp$面AA_1C_1C

C. 直线B_1C到平面A_1BD的距离是$\frac{\sqrt{10}}{10}$

D. 点A_1到直线BC的距离是$\frac{\sqrt{113}}{3}$

三、填空题（共4小题，每小题5分，总分20分）

13. 已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=4$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$______，$|\vec{a}-\vec{b}|=$______

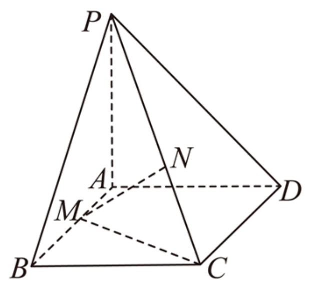
14. 在正三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$中，若$AB=\sqrt{2}BB_1$，则 AB_1与 C_1B 所成的角的大小为__________.

15. 已知P为抛物线$y^2=8x$上的任意一点，F为其焦点，Q为圆$(x-6)^2+y^2=4$上的一点，则$2|PQ|+|QF|$的最小值为_________、

16. 已知F_1，F_2分别是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，过点$F_2$且斜率为 2 的直线与$C$的一条渐近线在第四象限相交于点$M$，四边形$MF_1NF_2$为平行四边形.若直线$NF_2$的斜率$k\in\left[-\frac{6}{7},-\frac{2}{3}\right]$，则$C$的离心率的取值范围为_____.

四、解答题（共 4 小题，总分 70 分）

17. 如图，已知$PA\perp$平面$ABCD$，$ABCD$为矩形，$PA=AD$，M,N分别为AB,PC的中点，求证：



（1）$MN//$平面PAD；

（2）平面$PMC\perp$平面PDC.

18. 某公司的入职面试中有 4 道难度相当的题目，王阳答对每道题的概率都是 0.7，若每位面试者共有 4 次机会，一旦某次答对抽到的题目、则面试通过，否则就一直抽题到第 4 次为止，假设对抽到的不同题目能否答对是独立的.

（1）求王阳第三次答题通过面试的概率；

（2）求王阳最终通过面试的概率.

19. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的实轴长为 $4\sqrt{2}$，且过点 $(4,1)$.

（1）求双曲线 C 的方程.

（2）过双曲线 C 的右焦点 F 作斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l，l 与双曲线 C 交于 A，B 两点，求 $|AB|$.

（3）若 M，N 是双曲线 C 上不同的两点.且直线 MN 的斜率为 $\frac{1}{4}$，线段 MN 的中点为 P，证明：点 P 在直线 $x-2y=0$ 上.

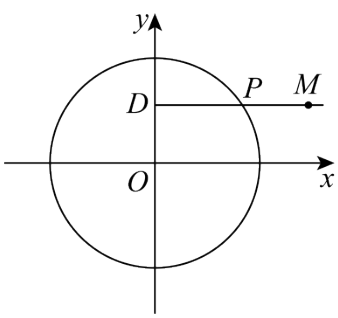
20. 已知 O 为坐标原点，椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的两个顶点坐标为 $A\left(-2,0\right)$，$B\left(2,0\right)$，短轴长为 2，直线 PQ 交椭圆 C 于 P，Q 两点，直线 PQ 与 x 轴不平行，记直线 AP 的斜率为 k_1，直线 BQ 的斜率为 k_2，已知 $k_1=2k_2$.

（1）求椭圆 C 的方程

（2）求证：直线 PQ 恒过定点；

（3）斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线交椭圆 C 于 M，N 两点，记以 OM，ON 为直径的圆的面积分别为 S_1，S_2，$\triangle OMN$ 的面积为 S，求 $S\left(S_1+S_2\right)$ 的最大值.

21. 如图，$DP\perp y$ 轴垂足为 D 点，点 M 在 DP 的延长线上，且 $\frac{|DM|}{|DP|}=\lambda$.当点 P 在圆 $x^2+y^2=8$ 上运动时，点 M 的轨迹方程为 C.



（1）求点 M 的轨迹 C 的方程；

（2）当 $\lambda=\sqrt{2}$ 时，点 M 的轨迹方程记为 C_1.

（i）若动点 N 为轨迹 C_1 外一点，且点 N 到轨迹 C_1 的两条切线互相垂直，记点 N 的轨迹方程记为 C_2，试判断 C_2 与圆 $x^2+y^2=8$ 是否存在交点？若存在，求出交点的坐标；若不存在，请说明理由；

（ii）轨迹 C_1 的左右顶点分别记为 A,B，圆 $x^2+y^2=16$ 上有一动点 E，E 在 x 轴上方，$F\left(2,0\right)$，直线 EA 交轨迹 C_1 于点 G，连接 EB，GF，设直线 EB，GF 的斜率存在且分别为 k_1，k_2，若 $k_1=tk_2$，求 t 的取值范围.

2024-2025 学年湖南省岳阳市云溪区高二上学期 11 月期中考试数学检测试题

一、单选题（共 8 小题，每小题 5 分，总分 40 分）

1. 过点 $P(\sqrt{3},-2\sqrt{3})$ 且倾斜角为 135° 的直线方程为（　　）

A. $3x-y-4\sqrt{3}=0$　　B. $x-y-\sqrt{3}=0$

C. $x+y-\sqrt{3}=0$　　D. $x+y+\sqrt{3}=0$

【正确答案】D

【分析】由倾斜角为 135° 求出直线的斜率，再利用点斜式可求出直线方程

【详解】解：因为直线的倾斜角为 135°，所以直线的斜率为 $k=\tan 135^{\circ}=-1$，

所以直线方程为 $y+2\sqrt{3}=-(x-\sqrt{3})$，即 $x+y+\sqrt{3}=0$，

故选：D

2. “$m=0$”是“直线 $l_1: mx+4y+2=0$ 与直线 $l_2: x+my+1=0$ 垂直”的（　　）

A. 充要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【正确答案】A

【分析】根据直线垂直可得 $m=0$，结合充分、必要条件分析判断.

【详解】因为直线 $l_1: mx+4y+2=0$ 与直线 $l_2: x+my+1=0$ 垂直，

等价于 $m\times 1+4\times m=0$，即 $m=0$，

所以“$m=0$”是“直线 $l_1:mx+4y+2=0$ 与直线 $l_2:x+my+1=0$ 垂直”的充要条件.

故选：A.

3. 已知点 A，B，C 为椭圆 D 的三个顶点，若 $\vee ABC$ 是正三角形，则 D 的离心率是（ ）

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【正确答案】C

【分析】首先由题得到 $2b=\sqrt{a^2+b^2}$，结合 $a^2=b^2+c^2$，即可求得 e.

【详解】无论椭圆焦点位于 x 轴或 y 轴，根据点 A，B，C 为椭圆 D 的三个顶点，

若 $\vee ABC$ 是正三角形,则 $2b=\sqrt{a^2+b^2}$，即 $a^2=3b^2$，即 $a^2=3\left(a^2-c^2\right)$，

即有 $2a^2=3c^2$，则 $e^2=\frac{2}{3}$，解得 $e=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

故选：C.

4. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB=BC=2$，$AA_1=4$，E 为 A_1D_1 的中点，则直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为（ ）

A. $\frac{\sqrt{21}}{42}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$ C. $\frac{\sqrt{42}}{42}$ D. $\frac{\sqrt{42}}{21}$

【正确答案】C

【分析】建立空间直角坐标系，利用线线角公式即可求解.

【详解】在长方体中, 以 D 点为原点, DA,DC,DD_1 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，

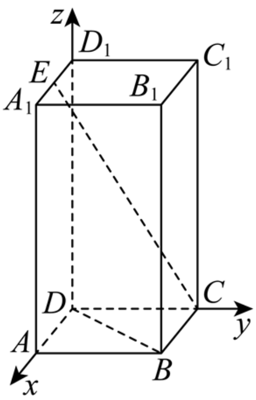
因为 $AB=BC=2$，$AA_1=4$，则 $B\left(2,2,0\right)$，$C\left(0,2,0\right)$，$E\left(1,0,4\right)$，$D\left(0,0,0\right)$，

可得 $\overrightarrow{DB}=(2,2,0),\overrightarrow{CE}=(1,-2,4)$，

则 $\cos\left\langle \overrightarrow{DB},\overrightarrow{CE}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{CE}}{\left|\overrightarrow{DB}\right|\left|\overrightarrow{CE}\right|}=\dfrac{-2}{\sqrt{2^2+2^2+0^2}\times\sqrt{1^2+2^2+4^2}}=-\dfrac{\sqrt{42}}{42}$，

则直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{42}}{42}$.

故选：C.



5. 瑞士数学家欧拉在《三角形的几何学》一书中提出：三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上.这条直线被称为“欧拉线”.已知$\vee ABC$ 的顶点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，$C(3,3)$，则 $\vee ABC$ 的欧拉线方程为（　　）

A. $2x-y-1=0$

B. $2x+y-\dfrac{3}{2}=0$

C. $x+2y-3=0$

D. $x-2y+1=0$

【正确答案】C

【分析】根据题意求$\vee ABC$ 的重心和外心，结合直线的两点式方程可得欧拉线方程.

【详解】因为$\vee ABC$ 的顶点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，$C(3,3)$，

可知$\vee ABC$ 的重心为点$\left(\dfrac{-3+3+3}{3},\dfrac{0+0+3}{3}\right)$，即点$(1,1)$，

由题意，可知 $BC\perp AB$，

所以$\vee ABC$ 的外心为斜边的中点$\left(\dfrac{-3+3}{2},\dfrac{0+3}{2}\right)$，即点$\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$，

所以$\triangle ABC$的欧拉线方程为$\dfrac{y-1}{x-1}=\dfrac{1-\frac{3}{2}}{1-0}$，即$x+2y-3=0$.

故选：C.

6. 已知圆$C_1:(x-1)^2+(y-1)^2=1$与圆$C_2:(x+3)^2+(y-2)^2=1$，过动点$M(m,n)$分别作圆C_1、圆C_2的切线MA，MB（A，B分别为切点），若$|MA|=|MB|$，则m^2+n^2的最小值是（　　）

A. $\dfrac{81}{68}$　　B. $\dfrac{121}{68}$　　C. $\dfrac{169}{68}$　　D. $\dfrac{49}{68}$

【正确答案】B

【分析】求出M 点的轨迹为直线$8x-2y+11=0$，再根据点到直线的距离公式即可得到最值.

【详解】由题意得$C_1(1,1)$，$C_2(-3,2)$，

因为$|MA|=\sqrt{MC_1^2-1},|MB|=\sqrt{|MC_2|^2-1}$，

又$|MA|=|MB|$，即$MC_1^2-1=MC_2^2-1$，

即$(m-1)^2+(n-1)^2-1=(m+3)^2+(n-2)^2-1$，

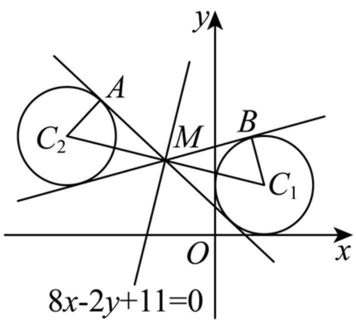
化简得M点的轨迹为$8m-2n+11=0$，即在直线$8x-2y+11=0$上，

m^2+n^2表示的几何意义为M点到原点距离的平方，

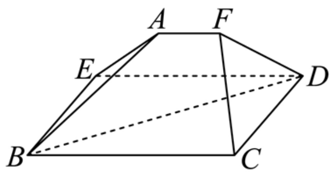
故只需计算原点到直线$8m-2n+11=0$的距离再平方就可得最小值，

即最小值为$\left(\dfrac{11}{\sqrt{8^2+2^2}}\right)^2=\dfrac{121}{68}$.

故选：B.



7.　刍甍是中国古代算数中的一种几何体，是底面为矩形的屋脊状的楔体.现有一个刍甍如图所示，底面 $BCDE$ 为矩形，$AF//$ 平面 $BCDE$，$\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 是全等的正三角形，$BC=3$，$BE=2$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，则异面直线 AE 与 BD 所成角的余弦值为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{13}}{26}$　　B. $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{13}}{52}$

【正确答案】A

【分析】用基向量表示 $\overrightarrow{AE}$ 和 $\overrightarrow{BD}$，再利用异面直线所成角的向量公式即可求解.

【详解】依题意得 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BE}$，

所以 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=\left(\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BE}\right)$

$=\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BE}^2-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BE}$

$=4-2\times3\cos\dfrac{\pi}{3}-2\times2\cos\dfrac{\pi}{3}=-1$，

又 $\left|\overrightarrow{AE}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{BD}\right|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$，

所以设异面直线 AE 与 BD 所成的角为 θ，

则 $\cos\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}\right|}{\left|\overrightarrow{AE}\right|\left|\overrightarrow{BD}\right|}=\dfrac{1}{2\times\sqrt{13}}=\dfrac{\sqrt{13}}{26}$.

故选：A.

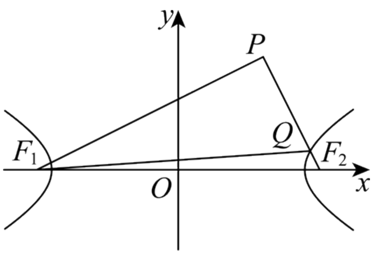
8. 已知F_1，F_2分别为双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，$P$为第一象限内一点，且满足$|PF_1|=2c$，$|F_2P|=a$，线段$F_2P$与双曲线$C$交于点$Q$，若$\overrightarrow{F_2P}=5\overrightarrow{F_2Q}$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

【正确答案】C

【分析】根据题意可得$|F_2Q|=\frac{a}{5}$，$|F_1Q|=\frac{11a}{5}$，$|F_1F_2|=2c$，利用余弦定理列式求解即可.

【详解】由题意可知：$|F_2Q|=\frac{1}{5}|F_2P|=\frac{a}{5}$，$|F_1Q|=2a+|F_2Q|=\frac{11a}{5}$，且$|F_1F_2|=2c$，



在$\triangle F_1QF_2$中，由余弦定理可得

$$\cos\angle F_1F_2Q=\frac{|F_1F_2|^2+|QF_2|^2-|QF_1|^2}{2|F_1F_2|\cdot|QF_2|}=\frac{4c^2+\frac{a^2}{25}-\frac{121a^2}{25}}{2\times 2c\times\frac{a}{5}}=\frac{5c^2-6a^2}{ac},$$

在$\triangle F_1PF_2$中，由余弦定理可得

$$\cos\angle F_1F_2P=\frac{|F_1F_2|^2+|PF_2|^2-|PF_1|^2}{2|F_1F_2|\cdot|PF_2|}=\frac{4c^2+a^2-4c^2}{2\times 2c\times a}=\frac{a}{4c},$$

即$\frac{5c^2-6a^2}{ac}=\frac{a}{4c}$，可得$\frac{c^2}{a^2}=\frac{5}{4}$，

所以双曲线C的离心率为$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：C.

二、多选题（共 4 小题，每小题 5 分，总分 20 分）

9. 满足下列条件的直线l_1与l_2，其中$l_1 \perp l_2$的是（　　）

A. l_1的倾斜角为45°，l_2的斜率为1

B. l_1的斜率为$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，l_2经过点$A\left(2,0\right)$，$B\left(3,\sqrt{3}\right)$

C. l_1经过点$P\left(2,1\right)$，$Q\left(-4,-5\right)$，l_2经过点$M\left(-1,2\right)$，$N\left(1,0\right)$

D. l_1的方向向量为$\left(1,m\right)$，l_2的方向向量为$\left(1,-\dfrac{1}{m}\right)$

【正确答案】BCD

【分析】根据直线斜率之积为-1判断 ABC，再由方向向量垂直的数量积表示判断 D.

【详解】对 A，$k_{l_1}=\tan 45^\circ=1$，$k_{l_2}=1$，$k_{l_1}\cdot k_{l_2}\neq -1$，所以 A 不正确；

对 B，$k_{l_2}=\dfrac{\sqrt{3}-0}{3-2}=\sqrt{3}$，$k_{l_1}\cdot k_{l_2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=-1$，故 B 正确；

对 C，$k_{l_1}=\dfrac{-5-1}{-4-2}=1$，$k_{l_2}=\dfrac{2-0}{-1-1}=-1$，$k_{l_1}\cdot k_{l_2}=-1$，故 C 正确；

对 D，因为$\left(1,m\right)\cdot\left(1,-\dfrac{1}{m}\right)=1-1=0$，所以两直线的方向向量互相垂直，故$l_1 \perp l_2$，故 D 正确.

故选：BCD

10. 已知函数$f\left(x\right)=2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 点$\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$是$f\left(x\right)$图象的一个对称中心

B. $f\left(x\right)$的单调递增区间为$\left[-\dfrac{\pi}{24}+k\pi,\dfrac{5\pi}{24}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$

C. $f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$上的值域为$\left[-2,\sqrt{3}\right]$

D. 将 $f\left(x\right)$ 的图象先向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度，再将所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，则 $g\left(x\right)=\cos 8x$

【正确答案】AC

【分析】已知函数$f(x)=Asin(\omega x+\varphi)$的解析式，根据函数图像及其形式即可得到 ABC 选项的判断，D 选项由函数的变换诱导公式即可判断.

【详解】因为 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(4\times\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{3}\right)=0$，所以点 $\left(\frac{\pi}{12},0\right)$ 是 $f\left(x\right)$ 图象的一个对称中心，A 正确；

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 4x-\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$ （$k\in\mathbf{Z}$），则 $-\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}\le x\le\frac{5\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}$ （$k\in\mathbf{Z}$），

故 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{2},\frac{5\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$），B 错误；

因为 $x\in\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$，所以 $4x-\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$，故 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$ 上的值域为 $\left[-2,\sqrt{3}\right]$，C 正确；

将 $f\left(x\right)$ 的图象先向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度，可得函数

$y=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos 4x$ 的图象，

再将所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变），可得 $g\left(x\right)=-\cos 8x$ 的图象，D 错误.

故选：AC

11. 曲线 C 是平面内与两个定点 $F_1\left(0,3\right)$，$F_2\left(0,-3\right)$ 的距离的积等于 12 的点 P 的轨迹，则下列结论正确的是（　　）

A. 点 P 到 y 轴距离的最大值为 3

B. 点 P 到原点距离的最大值为 $\sqrt{21}$

C. $\triangle F_1PF_2$ 周长的最大值为 $4\sqrt{3}+6$

D. $\angle F_1PF_2$ 最大值为 $\frac{2\pi}{3}$

【正确答案】BD

【分析】对于 A：根据题意结合面积关系可得 $|x| = 2\sin\angle F_1PF_2$，即可得结果；

对于 B：根据向量可得 $|PO|^2 = 12\cos\angle F_1PF_2 + 9$，即可得结果；

对于 C：利用基本不等式分析判断；

对于 D：利用余弦定理结合基本不等式分析判断.

【详解】由题意可知：$|PF_1|\cdot|PF_2| = 12$，$|F_1F_2| = 6$，设 $P(x,y)$，

对于选项 A： 因为 $S_{\triangle PF_1F_2} = \frac{1}{2}|PF_1|\cdot|PF_2|\sin\angle F_1PF_2 = \frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot|x|$，

即 $\frac{1}{2}\times 12\sin\angle F_1PF_2 = \frac{1}{2}\times 6|x|$，解得 $|x| = 2\sin\angle F_1PF_2 \le 2$，

当且仅当 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$ 时，等号成立，

所以点 P 到 y 轴距离的最大值为 2，故 A 错误；

对于选项 B：因为 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2} = |\overrightarrow{PF_1}||\overrightarrow{PF_2}|\cos\angle F_1PF_2 = 12\cos\angle F_1PF_2$，

且 $\overrightarrow{PF_1} = (-x, 3-y), \overrightarrow{PF_2} = (-x, -3-y)$，

则 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2} = x^2 + y^2 - 9$ 且 $|PO|^2 = x^2 + y^2$，

可得 $12\cos\angle F_1PF_2 = |PO|^2 - 9$，则 $|PO|^2 = 12\cos\angle F_1PF_2 + 9 \le 21$，即 $|PO| \le \sqrt{21}$，

当且仅当 $\overrightarrow{PF_1}, \overrightarrow{PF_2}$ 同向时，等号成立，

所以点 P 到原点距离的最大值为 $\sqrt{21}$，故 B 正确，

对于选项 C：因为 $|PF_1| + |PF_2| \ge 2\sqrt{|PF_1|\cdot|PF_2|} = 4\sqrt{3}$，

当且仅当 $|PF_1| = |PF_2| = 2\sqrt{3}$ 时，等号成立，

所以 $\triangle F_1PF_2$ 周长的最小值为 $4\sqrt{3} + 6$，故 C 错误；

对于选项 D：因为

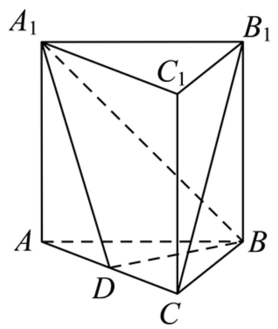
$$\cos\angle F_1PF_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_1|\cdot|PF_2|} \ge \frac{2|PF_1|\cdot|PF_2| - |F_1F_2|^2}{2|PF_1|\cdot|PF_2|} = \frac{24-36}{24} = -\frac{1}{2},$$

当且仅当$\left|PF_1\right|=\left|PF_2\right|=2\sqrt{3}$时，等号成立，

可得$\angle F_1PF_2\le\frac{2\pi}{3}$，所以$\angle F_1PF_2$最大值为$\frac{2\pi}{3}$，故 D 正确；

故选：BD.

12. 在直三棱柱中，$AA_1=AB=BC=3$，$AC=2$，D是AC的中点，下列判断正确的是（ ）



A. $B_1C\parallel$平面A_1BD

B. 面$A_1BD\perp$面AA_1C_1C

C. 直线B_1C到平面A_1BD的距离是$\frac{\sqrt{10}}{10}$

D. 点A_1到直线BC的距离是$\frac{\sqrt{113}}{3}$

【正确答案】ABD

【分析】A.连接AB_1交A_1B于点E，连接DE，易得$DE//B_1C$，再利用线面平行的判定定理判断； B.易证$BD\perp AC$，再根据平面$A_1ACC_1\perp$平面ABC，得到$BD\perp$平面AA_1C_1C，再利用面面垂直的判定定理判断；C.以D点为原点，建立空间直角坐标系，利用向量法求解判断；D.作$AF\perp BC$，连接A_1F，易证$A_1F\perp BC$，利用勾股定理求解判断。

【详解】A.如图所示：