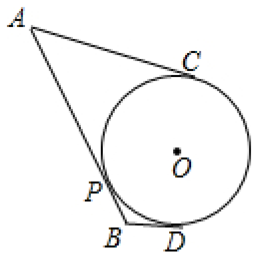
第 2 章 直线与圆的位置关系

2.2 切线长定理

分层练习

基础练

1．（2021 上·河南漯河·九年级漯河市实验中学校考期中）如图，AB、AC、BD是$\odot O$的切线，切点分别为P、C、D，若$AB=5$，$AC=3$，则BD的长是（　　）



A．1.5　　B．2　　C．2.5　　D．3

【答案】B

【分析】根据切线长定理。可得到$AP=AC$，$BP=BD$，即可求解．

【详解】解：$\because AB$、AC、BD是$\odot O$的切线，

$\therefore AP=AC$，$BP=BD$，

$\because AB=5$，$AC=3$，

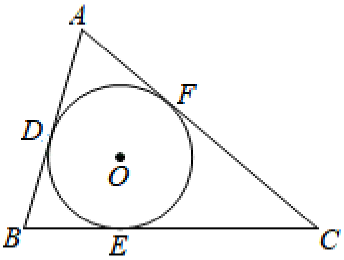
$\therefore AP=3$，

$\therefore BD=BP=AB-AP=2$．

故选：B

【点睛】本题主要考查了切线长定理，熟练掌握从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角是解题的关键．

2．（2022·北京·统考一模）如图，ΔABC的内切圆$\odot O$与AB，BC，CA分别相切于点D，E，F，且$AD=2$，ΔABC的周长为 14，则BC的长为（　）



A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

【答案】C

【分析】根据切线长定理得到 $AF=AD=2$，$BD=BE$，$CE=CF$，由△ABC 的周长为 14，可求 BC 的长．

【详解】解：∵⊙O 与 AB，BC，CA 分别相切于点 D，E，F

$\therefore AF=AD=2$，$BD=BE$，$CE=CF$，

∵ΔABC 的周长为 14，

$\therefore AD+AF+BE+BD+CE+CF=14$

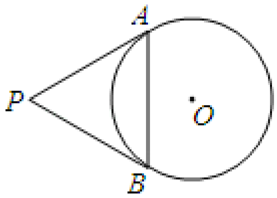
$\therefore 2(BE+CE)=10$

$\therefore BC=5$

故选：C．

【点睛】本题考查了三角形的内切圆与内心，切线长定理，熟练掌握切线长定理是解题的关键．

3．（2022 上·福建福州·九年级福建省福州延安中学校考期末）如图，从⊙O 外一点 P 引圆的两条切线 PA，PB，切点分别是 A，B，若∠APB＝60°，PA＝5，则弦 AB 的长是（　　）



A．$\frac{5}{2}$　　　　B．$\frac{5}{2}\sqrt{3}$　　　　C．5　　　　D．$5\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】先利用切线长定理得到 $PA=PB$，再利用∠APB=60°可判断△APB 为等边三角形，然后根据等边三角形的性质求解．

【详解】解：∵PA，PB 为⊙O 的切线，

∴$PA=PB$，

∵∠APB=60°，

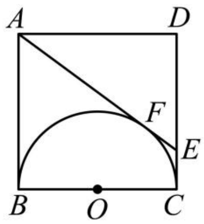
∴△APB 为等边三角形，

$\therefore AB=PA=5$．

故选：C．

【点睛】本题考查了切线长定理以及等边三角形的判定与性质．此题比较简单，注意掌握数形结合思想的应用．

4．（2023上·江苏徐州·九年级统考期中）如图，正方形$ABCD$边长为4cm，以正方形一边BC为直径在正方形$ABCD$内作半圆O，过点A作半圆切线，与半圆相切于点F，与DC相交于点E，则$\triangle ADE$的面积为（　）



A．12cm^2　　B．24cm^2　　C．8cm^2　　D．6cm^2

【答案】D

【分析】根据切线长定理可得$AF=AB=4\text{cm},EF=EC$，设$EF=EC=x\text{cm}$，则$DE=(4-x)\text{cm},AE=(4+x)\text{cm}$，然后在$\text{Rt}\triangle ADE$中，由勾股定理可以列出关于$x$的方程，解方程即可求出，然后就可以求出$\triangle ADE$的面积．

【详解】解：$\because AE$与圆O切于点F，

$\therefore AF=AB=4\text{cm},EF=EC$，

设$EF=EC=x\text{cm}$，则$DE=(4-x)\text{cm},AE=(4+x)\text{cm}$，

在$\text{Rt}\triangle ADE$中，$AD^2+DE^2=AE^2$，

$\therefore (4-x)^2+4^2=(4+x)^2$，

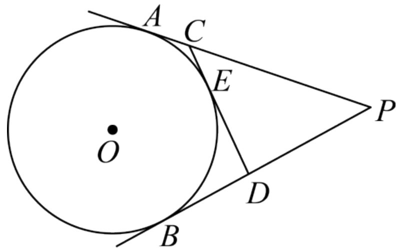
解得：$x=1$，

$\therefore DE=4-1=3\text{cm}$，

$\therefore S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD\cdot DE=\frac{1}{2}\times3\times4=6\text{cm}^2$．

故选D．

5．（2022上·天津红桥·九年级统考期末）如图，PA、PB切$\odot O$于点A、B，$PA=10$，CD切$\odot O$于点E，交PA、PB于C、D两点，则$\triangle PCD$的周长是（　　）



A．10　　B．18　　C．20　　D．22

【答案】C

【分析】根据切线长定理得出$PA=PB=10$，$CA=CE$，$DE=DB$，求出$\triangle PCD$的周长是$PC+CD+PD=PA+PB$，代入求出即可．

【详解】解：$\because PA$、PB切$\odot O$于点A、B，CD切$\odot O$于点E，

$\therefore PA=PB=10$，$CA=CE$，$DE=DB$，

$\therefore \triangle PCD$的周长是$PC+CD+PD$

$=PC+AC+DB+PD$

$=PA+PB$

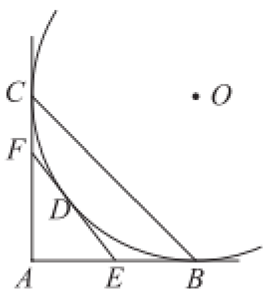
$=10+10$

$=20$．

故选：C．

【点睛】本题考查了切线长定理的应用，解题的关键是求出$\triangle PCD$的周长$=PA+PB$．

6．（2023上·北京·九年级北京八中校考期中）如图，过点A作$\odot O$的切线AB，AC，切点分别是B，C，连接BC．过$\overset{\frown}{BC}$上一点D作$\odot O$的切线，交AB，AC于点E，F．若$\angle A=90°$，$\triangle AEF$的周长为4，则BC的长为（　）



A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

【答案】B

【分析】本题考查切线长定理．利用切线长定理得出$AB=AC$，$DF=FC$，$DE=EB$，再根据三角形周长

等于4，可求得$AB=AC=2$，从而利用勾股定理可求解．

【详解】解：$\because AB$，AC是$\odot O$的切线，切点分别是B，C，

$\therefore AB=AC$，

$\because DF$、DE是$\odot O$的切线，切点是D，交AB，AC于点E，F，

$\therefore DF=FC$，$DE=EB$，

$\because \triangle AEF$的周长为4，即$AF+EF+AE=AF+DF+DE+AE=AC+AB=4$，

$\therefore AB=AC=2$，

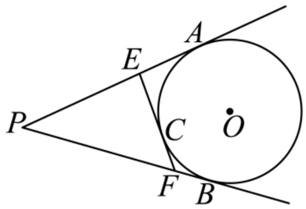
$\because \angle A=90°$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

故选：B．

【点睛】本题考查切线长定理，勾股定理，熟练掌握切线长定理是解题的关键．

7．（2023上·河南濮阳·九年级校考期中）如图，切线PA、PB分别与$\odot O$相切于点A、B，切线EF与$\odot O$相切于点C，且分别交PA、PB于点E、F，若$\triangle PEF$的周长为6，则线段PA的长为____．



【答案】3

【分析】本题考查的是切线长定理，通过切线长定理将相等的线段进行转换，得出三角形PEF的周长等于$PA+PB=6$是解题的关键．

【详解】解：$\because EA$，EC都是$\odot O$的切线，

$\therefore EC=EA$，

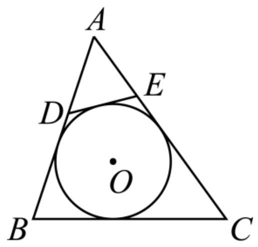
同理$FC=FB$，$PA=PB$，

$\therefore \triangle PEF$的周长$=PF+PE+EF=PF+PE+EA+FB=PA+PB=2PA=6$，

$\therefore PA=3$；

故答案为：3．

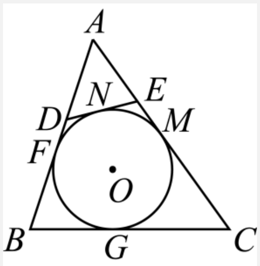
8．（2023上·山西吕梁·九年级校联考阶段练习）如图，$\odot O$是$\triangle ABC$的内切圆，D，E分别为边AB，AC上的点，且DE为$\odot O$的切线．若$\triangle ABC$的周长为32，$\vee ADE$的周长为12，则BC的长为________．



【答案】10

【分析】本题考查了切线长定理，根据切线长定理得 $BF=BG$， $CG=CM$， $DN=DF$， $EN=EM$，再根据三角形周长公式即可求解，熟练掌握切线长定理是解题的关键.

【详解】解：如图：



由切线长定理得： $BF=BG$， $CG=CM$， $DN=DF$， $EN=EM$，

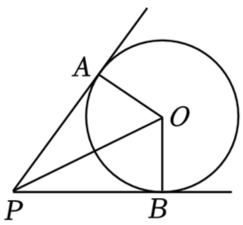
$\therefore AD+AE+DN+EN=AD+DF+AE+EM=12$，

$\therefore BF+BG+CM+CG=2BG+2CG=32-12=20$，

$\therefore BC=\frac{1}{2}(2BG+CG)=10$，

故答案为：10.

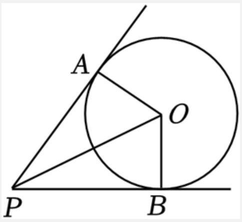
9．（2023上·辽宁大连·九年级统考期中）如图，PA、PB是$\odot O$的切线，切点分别为A，B，$\angle APB=60°$，$OA=2$，则$PA+PB$的值是________.



【答案】$4\sqrt{3}$

【分析】此题考查切线的性质定理及切线长定理，勾股定理，由切线长定理可知：$\angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=30°$，$PA=PB$，利用勾股定理求出$PA$，即可得到答案，熟练掌握各定理是解题的关键.

【详解】解：$\because PA$、PB是$\odot O$的切线，



根据切线长定理可知：$\angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=30°$，$PA=PB$，

$\because PA$是$\odot O$的切线，

$\therefore OA\perp PA$，

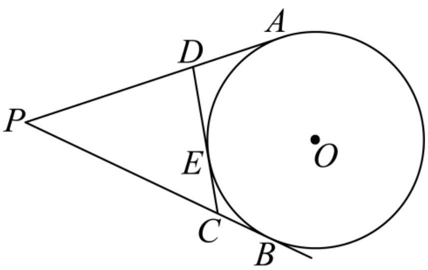
$\therefore OP=2OA=4$，

$\therefore PA=\sqrt{OP^2-OA^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore PA+PB=2PA=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$．

故答案为：$4\sqrt{3}$．

10．（2023·全国·九年级专题练习）如图，PA、PB分别切圆O于A、B，并与圆O的切线，分别相交于C、D，已知$PA=7\text{cm}$，则$\triangle PCD$的周长等于 __cm．



【答案】14

【分析】此题主要考查了切线长定理的应用，由于DA、DC、BC都是$\odot O$的切线，可根据切线长定理，将$\triangle PCD$的周长转换为PA、PB的长，然后再进行求解．

【详解】解：设DC与$\odot O$的切点为E；

$\because PA$、PB分别是$\odot O$的切线，且切点为A、B；

$\therefore PA=PB=7\text{cm}$；

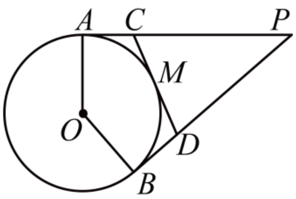
同理，可得：$DE=DA$，$CE=CB$；

则$\triangle PCD$的周长$=PD+DE+CE+PC=PD+DA+PC+CB=PA+PB=14\text{cm}$；

故答案为：14．

11．（2023·全国·九年级专题练习）如图，$\odot O$外一点P向$\odot O$引两条切线PA，PB与$\odot O$相切于点A、B，

且 $PA=PB=10\text{cm}$，线段 CD 与 $\odot O$ 相切于点 M．则 $\triangle PCD$ 的周长是__cm．



【答案】20

【分析】本题主要考查了切线长定理，正确理解 $\triangle PCD$ 的周长等于 $PA+PB$ 是解决本题的关键．根据切线长定理可以得到 $\triangle PCD$ 的周长等于 $PA+PB$，据此即可求解．

【详解】解：$\because CM$，CA 是圆的切线，

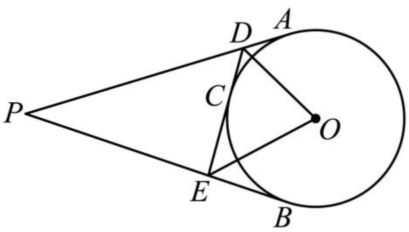
$\therefore CA=CM$，

同理，$DM=DB$，

$\therefore \triangle PCD$ 的周长 $=PC+PD+CD=PC+CM+DM+PD=PC+CA+PD+BD=PA+PB=20\text{cm}$．

故答案为：20．

12．（2023 上·江苏徐州·九年级校考阶段练习）如图，P 是 $\odot O$ 外的一点，PA、PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A、B,C 是劣弧 AB 上的任意一点，过点 C 的切线分别交 PA、PB 于点 D、E．若 $PA=4$，则 $\vee PED$ 的周长为_____．



【答案】8

【分析】由 PA、PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A、B，根据切线长定理得到 $PA=PB=4$，同理得 $DC=DA,EC=EB$，再根据三角形周长的定义得到 $\vee PED$ 的周长 $=PD+DE+PE$，然后利用等相等代换得到 $\triangle PDE$ 的周长 $=PD+DA+EB+PE=PA+PB$．

【详解】解：$\because PA$、PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A、B，

$\therefore PA=PB=4,$

$\because$过点 C 的切线分别交 PA、PB 于点 D、E，

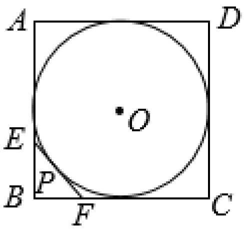
$\therefore DC=DA,EC=EB,$

$\therefore \vee PED$ 的周长 $=PD+DE+PE=PD+DC+CE+PE=PD+DA+EB+PE=PA+PB=4+4=8.$

故答案为：8．

【点睛】本题考查了切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线，平分两条切线的夹角．

13．(2022上·山东济宁·九年级校考阶段练习）如图，圆 O 是边长为6的正方形 $ABCD$ 的内切圆，EF 切圆 O 于 P 点，交 AB、BC 于点 E，F，求△BEF 的周长．



【答案】6

【分析】过 O 分别作 $OM\perp AB$ 于 M，$ON\perp BC$ 于 N，证 $OMBN$ 是正方形，求出正方形边长，根据切线长定理对线段进行转换即可．

【详解】解：过 O 分别作 $OM\perp AB$ 于 M，$ON\perp BC$ 于 N，

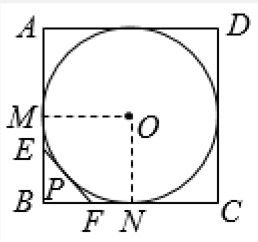
$\angle B=\angle OMB=\angle ONB=90°$，

$OM=ON$，

$\therefore OMBN$ 是正方形，

由题意可知：$BM=BN=OM=\frac{1}{2}AB=3$，

圆 O 是的正方形 $ABCD$ 的内切圆，EF 切圆 O 于 P 点，



$\therefore EM=EP,FP=FN$，

$C_{\triangle BEF}=BE+BF+EF=BE+BF+EP+FP$

$=BE+BF+EM+FN$

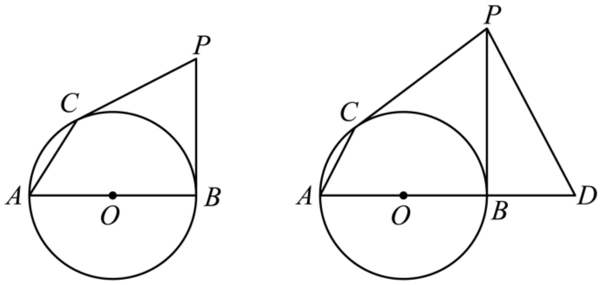
$=(BE+EM)+(FN+BF)$

$=BM+BN$

$=6$

【点睛】本题考查了正方形的内切圆即切线长定理；熟练运用切线长定理将线段进行转化是解题的关键．

14．（2022·天津河东·统考二模）已知AB是⊙O直径，PC，PB分别切⊙O于点C，B．



图①　　图②

(1)如图①，若$\angle A=58°$，求$\angle P$的度数；

(2)如图②，延长OB到点D，使$BD=OB$，连接PD，若$\angle DPC=81°$，求$\angle D$的度数．

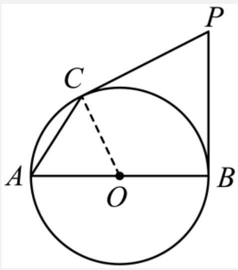
【答案】(1)64°

(2)63°

【分析】（1）连接OC，根据切线的性质得到∠PCO=∠PBO=90°，根据等腰三角形的性质得到∠A=∠ACO=58°，根据三角形外角的性质和四边形的内角和定理即可得到结论；

（2）连接OP，根据切线的性质得到∠CPO=∠BPO，∠PBO=90°，证明PB是OD的垂直平分线，可得∠OPB=∠DPB=∠CPO，进而可以解决问题．

【详解】（1）解:如图，连接OC，



∵PC，PB分别切OO于点C，B，AB是直径，

∴∠PCO=∠PBO=90°，

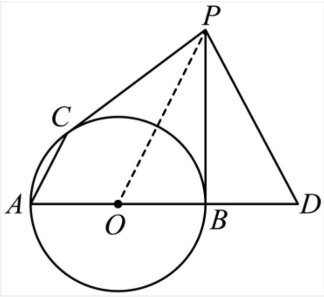
∵OC=OA，

∴∠A=∠ACO=58°，

∴∠BOC=∠A+∠ACO=116°，

∴∠P=360°-90°-90°-116°=64°；

（2）解：如图，连接OP，



∵PC，PB 分别切 OO 于点 C，B，AB 是直径，

∴$\angle CPO=\angle BPO$，$\angle PBO=90°$，

∵$BD=OB$，

∴PB 是 OD 的垂直平分线，

∴$PO=PD$，

∴$\angle OPB=\angle DPB$，

∴$\angle OPB=\angle DPB=\angle CPO$，

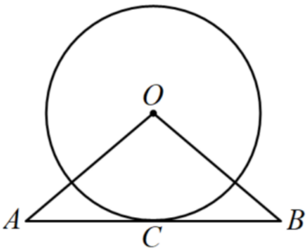
∵$\angle DPC=81°$，

∴$\angle OPB=\angle DPB=\angle CPO=27°$，

∴$\angle D=90°-27°=63°$.

【点睛】本题考查了切线的性质，等腰三角形的性质，正确地作出辅助线是解题的关键.

15.（2023 上·江苏南通·九年级统考期末）如图，直线 AB 经过 $\odot O$ 上的点 C，并且 $OA=OB, CA=CB$.



(1)求证：直线 AB 是 $\odot O$ 的切线；

(2)过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BD，点 D 为切点（与点 C 不重合）. 若 $\angle AOB=120°$，$\odot O$ 的半径为 5，求 BD 的长.

【答案】(1)见解析

(2) $5\sqrt{3}$

【分析】（1）连接 OC，如图，由于 $OA=OB$，$CA=CB$，根据等腰三角形的性质得到 $OC\perp AB$，然后根据切线的判定定理得到结论.

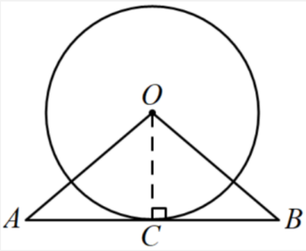
（2）根据切线长定理得到 $BC=BD$，再根据直角三角形的性质求出 BC 的长即可．

【详解】（1）解：证明：连接 OC，如图，

$\because OA=OB$，$CA=CB$，

$\therefore OC\perp AB$，

$\therefore$ 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线．



（2）如图，$\because C$，D 为切点，

$\therefore BC=BD$，

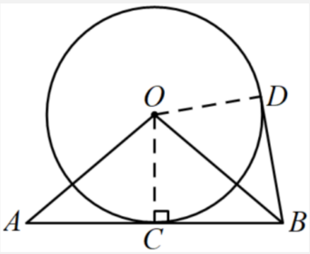
$\because \angle AOB=120^\circ$，

$\therefore \angle A=\angle OBC=30^\circ$，

$\therefore OB=2OC=10$，

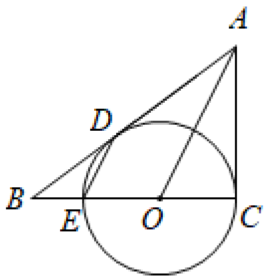
$\therefore BC=\sqrt{OB^2-OC^2}=5\sqrt{3}$，

$\therefore BD=BC=5\sqrt{3}$．



【点睛】本题考查了切线的判定和性质，切线长定理，等腰三角形的性质，含 30 度的直角三角形，勾股定理，解题的关键是综合运用所学知识，根据切线长定理得到 $BC=BD$．

16．（2022 上·北京西城·九年级校考阶段练习）如图，AC 与 $\odot O$ 相切于点 C，AB 经过 $\odot O$ 上的点 D，BC 交 $\odot O$ 于点 E，$DE\,//\,OA$，CE 是 $\odot O$ 的直径．



(1)求证：AB 是⊙O 的切线；

(2)当 $AC=6$， $BD=4$ 时，求⊙O 的半径长．

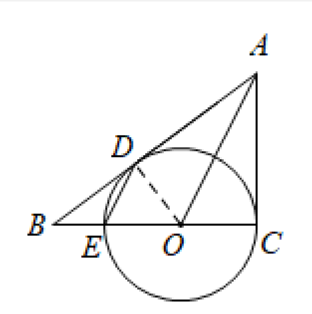
【答案】(1)见解析

(2)3

【分析】（1）连接 OD，根据等腰三角形的性质得出 $\angle OED=\angle ODE$，根据平行线的性质得出 $\angle OED=\angle AOC,\angle ODE=\angle AOD$，即可得出 $\angle AOC=\angle AOD$，进而证得 $\triangle AOD\cong\triangle AOC$，得到 $\angle ADO=\angle ACB=90^{\circ}$，即可证得结论；

（2）根据切线长定理可得 $AD=AC=6$， $\angle ACO=\angle ADO=\angle BDO=90^{\circ}$，然后利用勾股定理求出 BC，再根据 $\triangle BOD\backsim\triangle BAC$，即可求出答案．

【详解】（1）证明：连接 OD，如图：



$\because OE=OD$，

$\therefore \angle OED=\angle ODE$，

$\because DE\parallel OA$，

$\therefore \angle OED=\angle AOC,\angle ODE=\angle AOD$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOD$．

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle AOC$ 中，

$\begin{cases} AO = AO \\ \angle AOD = \angle AOC \\ OD = OC \end{cases}$，

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle AOC$，

$\therefore \angle ADO = \angle ACO$，

$\because AC$ 与 $\odot O$ 相切，

$\therefore \angle ADO = \angle ACO = 90°$，

又$\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）解：$\because AB$ 是 $\odot O$ 的切线，AC 与 $\odot O$ 相切，$AC = 6$，

$\therefore AD = AC = 6$，$\angle ACO = \angle ADO = \angle BDO = 90°$，

$\because BD = 4$，

$\therefore AB = AD + BD = 10$，

$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 8$，

$\because \angle B = \angle B$，

$\therefore \triangle BOD \backsim \triangle BAC$，

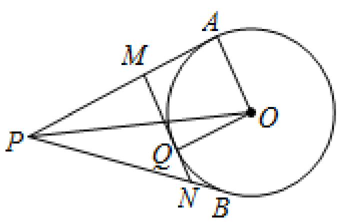
$\therefore \dfrac{OD}{AC} = \dfrac{BD}{BC}$，即 $\dfrac{OD}{6} = \dfrac{4}{8}$，

解得：$OD = 3$，

即 $\odot O$ 的半径长为 3．

【点睛】本题考查了切线的判定和性质，平行线的性质，三角形全等的判定和性质，勾股定理，相似三角形的判定和性质，熟练掌握性质定理是解题的关键．

17．（2022·福建·福建省福州外国语学校校考模拟预测）如图，PA 与 $\odot O$ 相切于点 A，点 B 在 $\odot O$ 上，且 $PA=PB$．



(1)求证：PB 与 $\odot O$ 相切；

(2)点 Q 在劣弧 AB 上运动，过点 Q 作 $\odot O$ 的切线分别交 PA，PB 于点 M，N．若 PA=6，则△PMN 的周长为

______.

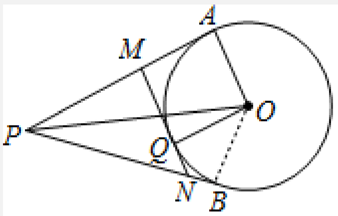
【答案】(1)见解析；

(2)12

【分析】（1）连接 OB，证明△APO≌△BPO（SSS），由全等三角形的判定与性质得出∠PAO=∠PBO=90°，得出 OB⊥PB，则可得出结论；

（2）由切线长定理可得出答案．

【详解】（1）证明：连接 OB，



∵PA 与⊙O 相切于点 A，

∴∠PAO=90°，

在△APO 和△BPO 中，

$$\begin{cases} PA = PB \\ PO = PO \\ OA = OB \end{cases},$$

∴△APO≌△BPO（SSS），

∴∠PAO=∠PBO=90°，

∴OB⊥PB，

∴PB 与⊙O 相切；

（2）解：∵PA，PB 是⊙O 的切线，过点 Q 作⊙O 的切线，PA=6，

∴MA=MQ，NQ=NB，PA=PB=6，

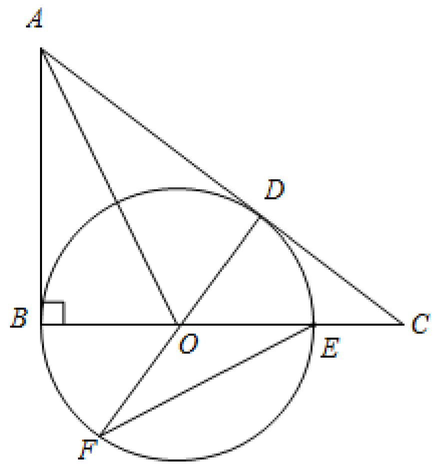
∴△PMN 的周长=PM+MQ+NQ+PN=PA+PB=12；

故答案为：12．

【点睛】本题考查了切线的判定与性质，切线长定理，全等三角形的判定与性质，熟练掌握切线的性质是解题的关键．

18．(2022 下·北京·九年级首都师范大学附属中学校考阶段练习）如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 90°$，O 为 BC

上一点，以O为圆心，OB长为半径的圆恰好与AC相切于点D，交BC于点E，连接DO，并延长交于$\odot O$点F．



(1)求证：$\angle BAO=\angle F$；

(2)若$AD=3$，$CD=2$，求$\odot O$的半径及EF的长．

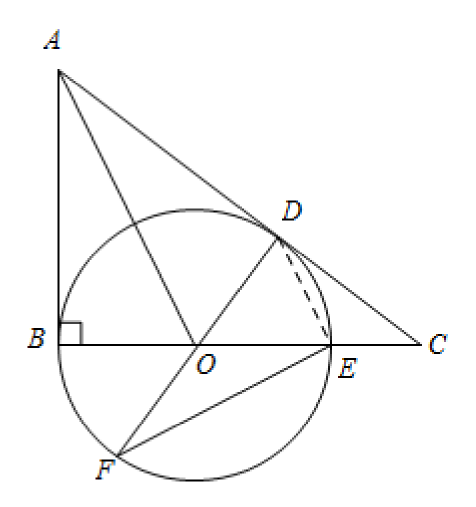
【答案】(1)见解析

(2)$\odot O$的半径为1.5，$EF=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

【分析】（1）连接DE，根据切线长定理可得$\angle BAO=\angle DAO$，$\angle PDC=90°$，从而得到$\angle BAO=\frac{1}{2}\angle BAD$，从而得到$\angle BAO=\frac{1}{2}\left(90°-\angle C\right)=\frac{1}{2}\angle COD=\angle F$，即可求证；

（2）根据切线长定理可得$AB=AD=3$，再由勾股定理可得$BC=4$，设$\odot O$的半径为x，则$OD=x$，$OC=4-x$，在$Rt\triangle COD$中，由勾股定理可得$\odot O$的半径为1.5，由（1）可得$\tan F=\tan\angle BAO=\frac{1}{2}$，在$Rt\triangle DEF$中，由勾股定理，即可求解．

【详解】（1）证明：如图，连接DE，



$\because \angle ABC = 90°$，

∴AB 与⊙O 相切，

∵AD 与⊙O 相切，

∴$\angle BAO = \angle DAO$，$\angle PDC = 90°$，

∴$\angle BAO = \frac{1}{2}\angle BAD$，

∵$\angle BAD = 90° - \angle C$，$\angle C = 90° - \angle COD$，

∴$\angle BAO = \frac{1}{2}\left(90° - \angle C\right) = \frac{1}{2}\angle COD = \angle F$；

（2）解：∵AB 与⊙O 相切，AD 与⊙O 相切，

∴$AB = AD = 3$，

∵$CD = 2$，

∴$AC = 5$，

∴$BC = 4$，

设⊙O 的半径为 x，则 $OD = x$，$OC = 4 - x$，

在 $Rt\triangle COD$ 中，由勾股定理得：$OD^2 + CD^2 = OC^2$，

$\therefore x^2 + 2^2 = \left(4 - x\right)^2$，解得：$x = 1.5$，

∴⊙O 的半径为 1.5，即 $OB = 1.5$，

∵DF 为直径，$DF = 3$，

∴$\angle DEF = 90°$，

$\because \angle BAO = \angle F$，

$\therefore \tan F = \tan\angle BAO = \frac{OB}{AB} = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2}$，

∴$EF=2DE$，

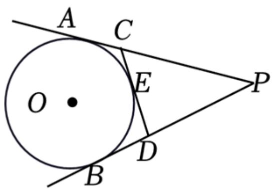
在 $Rt\triangle DEF$ 中，由勾股定理得：$DF^2 = DE^2 + EF^2$，

$\therefore 3^2 = \left(\frac{1}{2}EF\right)^2 + EF^2$，解得：$EF = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ 或 $EF = -\frac{6\sqrt{5}}{5}$（舍去）.

【点睛】本题主要考查了切线长定理，圆周角定理，勾股定理，熟练掌握切线长定理，圆周角定理是解题的关键.

提升练

1.（2023·全国·九年级专题练习）如图，PA，PB 切 $\odot O$ 于点 A，B，$PA = 20$，CD 切 $\odot O$ 于点 E，交 PA，PB 于 C，D 两点，则 $\triangle PCD$ 的周长是（　）



A．20　　B．36　　C．40　　D．44

【答案】C

【分析】本题考查了切线长定理，根据切线长定理可得 $CA = CE$，$DB = DE$，再求周长即可得结论.

【详解】解：$\because PA$、PB 切 $\odot O$ 于点 A、B，

$\therefore PB = PA = 20$，

$\because CD$ 切 $\odot O$ 于点 E，交 PA、PB 于 C、D 两点，

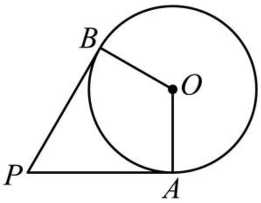
$\therefore CA = CE$，$DB = DE$，

$\therefore PC + CD + PD = PC + CE + DE + PD = PC + CA + DB + PD = PA + PB = 20 + 20 = 40$.

则 $\triangle PCD$ 的周长是 40.

故选：C.

2.（2022 下·广东广州·九年级校考阶段练习）如图，PA、PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A、B，若 $AP = 2\sqrt{3}$，$\angle P = 60°$，则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为(　)

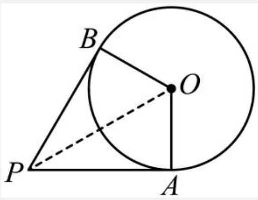


A．$\frac{2}{3}\pi$　　B．π　　C．$\frac{4}{3}\pi$　　D．$\frac{5}{3}\pi$

【答案】C

【分析】先根据切线长定理求得$\angle APO=30°$，利用正切函数求得$OA=2$，再求出$\angle AOB$的度数，再根据弧长公式解答即可.

【详解】解：连接OP，



$\because PA$、PB是$\odot O$的切线，切点分别为A、B，

$\therefore \angle A=\angle B=90°$，

$\because \angle APB=60°$，

$\therefore \angle AOB=120°$，　$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB=30°$，

$\because AP=2\sqrt{3}$，

$\therefore OA=AP\cdot \tan 30°=2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=2$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}$的长$=\frac{120\pi\times 2}{180}=\frac{4}{3}\pi$.

故选：C.

【点睛】本题考查了切线长定理、正切函数、四边形的内角和定理和弧长公式，属于基本题型，熟练掌握上述基本知识是解题关键.

3．（2022上·天津西青·九年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$BC=12$，若$\odot O$与的$\triangle ABC$三边分别相切于点D，E，F，且$\triangle ABC$的周长为32，则DF的长为（　　）