高三年级考试

数学试题

2024.11

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $U=\{x|1<x<10,x\in\mathbf{N}\}$，$\complement_U A=\{3,5,8\}$，则（　　）

A. $4\in A$　　B. $6\notin A$　　C. $8\in A$　　D. $9\notin A$

2. 命题 $p:\exists x>3,x^2\ge 2^x$ 的否定为（　　）

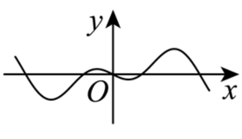
A. $\exists x>3,x^2<2^x$　　B. $\forall x>3,x^2<2^x$

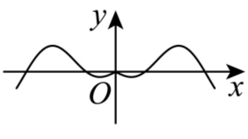
C. $\exists x\le 3,x^2\ge 2^x$　　D. $\forall x\le 3,x^2<2^x$

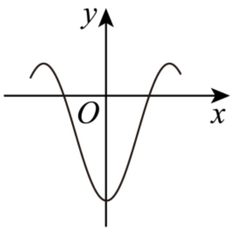
3. 已知 $a^x=2$，$\log_a 6=y$，$a>0$，且 $a\ne 1$，则 $a^{x+y}=$（　　）

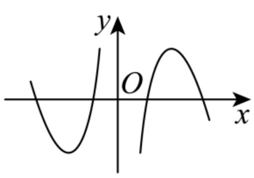
A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 12

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}\cos 2x$ 的部分图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3+a_8=8$，$a_5=3$，则 $S_{20}=$（　　）

A. 220　　B. 240　　C. 260　　D. 280

6. 已知 $\sqrt{2}\sin\alpha=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$，则 $\cos 2\alpha+\cos^2\alpha=$（　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{2}$

7. “函数 $y=\tan\left(\frac{x}{2}-\varphi\right)$ 的图象关于 $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ 对称”是“$\varphi=\frac{\pi}{8}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 即不充分也不必要条件

8. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)\left(ax^2+bx+c\right)\geq 0(a\neq 0)$ 对任意 $x\in[0,8]$ 恒成立，则 $cx^2+ax+b>0$ 的解集为（　）

A. $\left(-1,\frac{8}{7}\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{8}{7}\right)\cup(1,+\infty)$

C. $\left(-\frac{8}{7},1\right)$　　D. $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{8}{7},+\infty\right)$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知 a，b，$x\in\mathbf{R}$，则下列命题正确的是（　）

A. 若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则 $a>b$　　B. 若 $a>b$，则 $ae^x>be^x$

C. 若 $a>b>0$，则 $\frac{b+1}{a+1}>\frac{b}{a}$　　D. 若 $\ln\frac{a}{b}>0$，则 $a>b$

10. 已知函数 $f(x)=\sin x+\cos x+x+\frac{\pi}{4}$，则下列选项正确的是（　）

A. $f(x)+f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0$

B. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到的函数图象关于原点对称

C. $x=\frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点

D. 当 $x\in[0,2\pi]$ 时，函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[1+\frac{\pi}{4},1+\frac{9\pi}{4}\right]$

11. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=(n+1)a_{n+1}^2-4$，$n\in\mathbf{N}^*$，$a_1=2$，则下列选项正确的

是（　）

A. $a_2=3$

B. 数列$\{a_n\}$是递减数列

C. $a_n>1$

D. $\forall n\ge 2$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\dfrac{a_2^2}{2^2}+\dfrac{a_3^2}{3^2}+\cdots+\dfrac{a_n^2}{n^2}<2$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

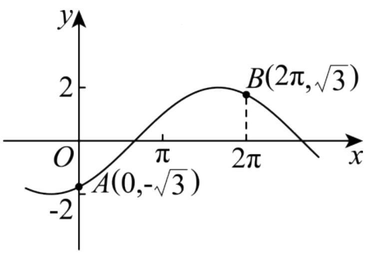
12. 函数$f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$的定义域为__________.

13. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1,a_n<4\\ \dfrac{a_n}{4},a_n\ge 4\end{cases}$，设$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$a_1=1$，则$S_{50}=$__________.

14. 已知函数$f(x)=(2-a)x\ln x-2ax^2-(a^2-4a)x$，若存在$x\in(0,+\infty)$，使得$f(x)\ge 1$，则实数$a$的取值范围是__________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，其中$\omega>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$.



（1）若$\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，$f(x)$的最小正周期为π，求$f(x)$的单调递增区间；

（2）若函数$f(x)$的部分图象如图所示，其中$A(0,-\sqrt{3})$，$B(2\pi,\sqrt{3})$，求$f(x)$的解析式.

16. 已知函数$f(x)=x^2e^{2x}$.

（1）求函数$f(x)$的单调区间；

（2）讨论方程$f(x)=m$（$m\in\mathbf{R}$）解的个数.

17. 在ΔABC中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，A 为锐角，ΔABC的面积为 S，且$(b^2+c^2)\tan A=4S+\dfrac{a^2}{2\sin 2A}$.

（1）求 A；

（2）若$a=1$，求 S 的最大值.

18. 已知函数 $f\left(x\right)=\ln\left(\mathrm{e}^{x}+a\right)-\frac{1}{2}x^{2}-\frac{1}{2}x$.

（1）若 $g\left(x\right)$，$t\left(x\right)$ 是定义在R上的函数，$g\left(4+x\right)+g\left(-x\right)=0$，$g\left(x\right)=\begin{cases} t\left(x\right), x<-2 \\ f\left(x\right), -2\le x\le 2 \\ t\left(-x\right), x>2 \end{cases}$.证明：

当 $a=1$ 时，$g\left(x\right)$ 为周期函数.

（2）若曲线 $y=f\left(x\right)$ 在 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程为 $x+2y-1=0$，设 $h\left(x\right)=f\left(x\right)+\left(mx+1\right)\ln x$

（$m\in\mathbf{R}$），$h'\left(x\right)$ 为 $h\left(x\right)$ 的导函数，且 $h'\left(x\right)$ 有两个极值点 x_1，x_2（$x_1<x_2$）.证明：.

$$\frac{h'\left(x_1\right)+2x_1-h'\left(x_2\right)-2x_2}{x_1-x_2}<m$$

19. 数学归纳法是一种数学证明方法，通常被用于证明某个给定的命题在整个（或者局部）自然数范围内成立，证明分为下面两个步骤：1.证明当 $n=n_0$（$n_0\in\mathbf{N}$）时命题成立；2.假设 $n=k$（$k\in\mathbf{N}$，且 $k\ge n_0$）时命题成立，推导出在 $n=k+1$ 时命题也成立.只要完成这两个步骤，就可以断定命题对从 n_0 开始的所有自然数 n 都成立.已知有穷递增数列 $\left\{a_n\right\}$，$a_1=-1$，$a_2>0$，$n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\ge 3$.定义：集合 $A=\left\{\left(x,y\right)\middle|x=a_i,y=a_j,1\le i,j\le n,i,j\in\mathbf{N}^*\right\}$，若对 $\forall\left(x_1,y_1\right)\in A$，$\exists\left(x_2,y_2\right)\in A$，使得 $x_1x_2+y_1y_2=0$，则称 $\left\{a_n\right\}$ 具有性质 T.

（1）若数列 -1，1，2，m（$m>2$）具有性质 T，求实数 m 的值；

（2）若 $\left\{a_n\right\}$ 具有性质 T，且 $a_2=1$，$a_3=2$，

（i）猜想当 $n\ge 2$ 时 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式，并用数学归纳法证明你的猜想；

（ii）求 $\frac{3}{2a_2}+\frac{2}{3a_3}+\frac{5}{12a_4}+\cdots+\frac{n+1}{n\left(n-1\right)a_n}$（$n\ge 2$）.

高三年级考试

数学试题

2024.11

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $U=\{x|1<x<10,x\in \mathbf{N}\}$，$\complement_U A=\{3,5,8\}$，则（   ）

A. $4\in A$　　　　B. $6\notin A$　　　　C. $8\in A$　　　　D. $9\notin A$

【答案】A

【解析】

【分析】根据集合的补集的定义即可求得.

【详解】因为 $U=\{x|1<x<10,x\in \mathbf{N}\}$，则 $U=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$，因为 $\complement_U A=\{3,5,8\}$，则

$A=\{2,4,6,7,9\}$，$4\in A$.

故选：A

2. 命题 $p:\exists x>3,x^2\ge 2^x$ 的否定为（   ）

A. $\exists x>3,x^2<2^x$　　　　B. $\forall x>3,x^2<2^x$

C. $\exists x\le 3,x^2\ge 2^x$　　　　D. $\forall x\le 3,x^2<2^x$

【答案】B

【解析】

【分析】根据命题的否定的定义即可求解.

【详解】命题 $p:\exists x>3,x^2\ge 2^x$ 的否定为 $\forall x>3,x^2<2^x$.

故选：B.

3. 已知 $a^x=2$，$\log_a 6=y$，$a>0$，且 $a\neq 1$，则 $a^{x+y}=$（　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 12

【答案】D

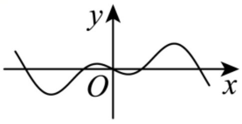
【解析】

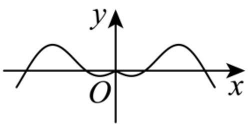
【分析】将对数式转化为指数式，结合指数运算，求解即可.

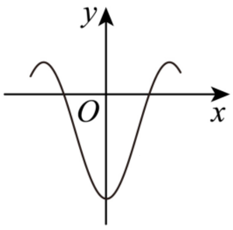
【详解】$\log_a 6=y$，故可得 $a^y=6$，又 $a^x=2$，则 $a^x\cdot a^y=a^{x+y}=12$.

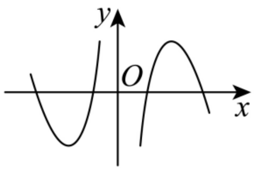
故选：D.

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1-e^x}{1+e^x}\cos 2x$ 的部分图象大致为（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的奇偶性判断即可.

【详解】设 $g(x)=\dfrac{1-e^x}{1+e^x}$，则 $g(-x)=\dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}=\dfrac{e^x-1}{1+e^x}=-g(x)$，

所以 $g(x)$ 为奇函数，

设 $h(x)=\cos 2x$，可知 $h(x)$ 为偶函数，

所以 $f(x)=\dfrac{1-e^x}{1+e^x}\cos 2x$ 为奇函数，则 B，C 错误，

易知 $f(0)=0$，所以 A 正确，D 错误.

故选：A.

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3+a_8=8$，$a_5=3$，则 $S_{20}=$（　）

A. 220　　B. 240　　C. 260　　D. 280

【答案】D

【解析】

【分析】根据等差数列的定义求得首项和公差，代入求和公式即可求得.

【详解】由数列$\{a_n\}$为等差数列，且$a_3+a_8=8$，$a_5=3$，则

$\begin{cases}2a_1+9d=8\\a_1+4d=3\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=-5\\d=2\end{cases}$，$S_{20}=\dfrac{20(a_1+a_{20})}{2}=280$.

故选：D

6. 已知$\sqrt{2}\sin\alpha=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$，则$\cos2\alpha+\cos^2\alpha=$（　）

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $-\dfrac{1}{4}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知条件即可求得$\cos^2\alpha=\dfrac{1}{2}$，代入即可求得.

【详解】由$\sqrt{2}\sin\alpha=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$，则

$\sqrt{2}\sin\alpha=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha-\cos\alpha)$，化简得$\cos\alpha=-\sin\alpha$，所以

$\cos^2\alpha=\dfrac{1}{2}$，由$\cos2\alpha+\cos^2\alpha=2\cos^2\alpha-1+\cos^2\alpha=\dfrac{1}{2}$.

故选：B

7. “函数$y=\tan\left(\dfrac{x}{2}-\varphi\right)$的图象关于$\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$对称”是“$\varphi=\dfrac{\pi}{8}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 即不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】利用充分条件和必要条件的定义判断.

【详解】解：当$\varphi=\dfrac{\pi}{8}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$时，$y=\tan\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{8}-k\pi\right)=\tan\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{8}\right)$，

令$\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{k\pi}{2},k\in Z$，解得$x=k\pi+\dfrac{\pi}{4},k\in Z$，则函数的对称中心为$\left(k\pi+\dfrac{\pi}{4},0\right)k\in Z$，故必要；

当 $y=\tan\left(\frac{x}{2}-\varphi\right)$ 的图象关于 $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ 对称时，令 $\frac{\frac{\pi}{4}}{2}-\varphi=\frac{k\pi}{2},k\in Z$，解得 $\varphi=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8},k\in Z$，故不充分，

故选：B

8. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)\left(ax^2+bx+c\right)\geq 0(a\neq 0)$ 对任意 $x\in[0,8]$ 恒成立，则 $cx^2+ax+b>0$ 的解集为（　）

A. $\left(-1,\frac{8}{7}\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{8}{7}\right)\cup(1,+\infty)$

C. $\left(-\frac{8}{7},1\right)$　　D. $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{8}{7},+\infty\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】分析条件可知 $ax^2+bx+c\geq 0(a\neq 0)$ 的解集为 $[1,7]$，得到 $a<0$ 和 a,b,c 的关系，不等式等价转化后可得不等式的解集.

【详解】由 $x\in[0,8]$ 得，$\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$.

当 $x\in[0,1]$ 得，$\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},0\right]$，$\sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 0$，

当 $x\in[1,7]$ 得，$\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\in[0,\pi]$，$\sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)\geqslant 0$，

当 $x\in[7,8]$ 得，$\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\in\left[\pi,\frac{7\pi}{6}\right]$，$\sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 0$.

$\because \sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)\left(ax^2+bx+c\right)\geq 0(a\neq 0)$ 对任意 $x\in[0,8]$ 恒成立，

$\therefore$ 由 $ax^2+bx+c\geq 0$ 得，$x\in[1,7]$，

$\therefore$ 1 和 7 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根，且 $a<0$，

$\therefore\begin{cases}1+7=-\frac{b}{a}\\ 1\times 7=\frac{c}{a}\end{cases}$，故 $b=-8a,c=7a$.

由$cx^2+ax+b>0$得，$7ax^2+ax-8a>0$，即$7x^2+x-8<0$，

解得$-\frac{8}{7}<x<1$，故不等式的解集为$\left(-\frac{8}{7},1\right)$.

故选：C.

【点睛】思路点睛：本题考查一元二次不等式综合问题，具体思路如下：

（1）分析$\sin\left(\frac{\pi}{6}x-\frac{\pi}{6}\right)$在不同定义域上的取值范围，可得到$ax^2+bx+c\geq 0(a\neq 0)$的解集为$[1,7]$.

（2）根据不等式的解集结合韦达定理可得$a<0$，$b=-8a,c=7a$.

（3）$cx^2+ax+b>0$可转化为$7x^2+x-8<0$，解不等式可得结果.

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知a，b，$x\in\mathbf{R}$，则下列命题正确的是（　）

A. 若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则$a>b$

B. 若$a>b$，则$ae^x>be^x$

C. 若$a>b>0$，则$\frac{b+1}{a+1}>\frac{b}{a}$

D. 若$\ln\frac{a}{b}>0$，则$a>b$

【答案】BC

【解析】

【分析】由不等式的基本性质即可判定各个选项.

【详解】A 选项：当$a=-1$，$b=2$时，$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，但$a<b$，故 A 错误；

B 选项：$\because e^x>0$，$\therefore$当$a>b$时，$ae^x>be^x$，故 B 正确；

C 选项：$\because a>b>0$，$\therefore a+ab>b+ab$，$a(1+b)>b(1+a)$，由$\because a+1>0,a>0$，

$\therefore\frac{1+b}{1+a}=\frac{a(1+b)}{a(1+a)}>\frac{b(1+a)}{a(1+a)}=\frac{b}{a}$，故 C 正确；

D 选项：$\ln\frac{a}{b}>0$，则$\frac{a}{b}>1$，当$b<0$时，$a<b$，故 D 错误.

故选：BC.

10. 已知函数$f(x)=\sin x+\cos x+x+\frac{\pi}{4}$，则下列选项正确的是（　）

A. $f\left(x\right)+f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=0$

B. 将函数 $f\left(x\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到的函数图象关于原点对称

C. $x=\dfrac{\pi}{2}$ 是函数 $f\left(x\right)$ 的极大值点

D. 当 $x\in\left[0,2\pi\right]$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 的值域为 $\left[1+\dfrac{\pi}{4},1+\dfrac{9\pi}{4}\right]$

【答案】BCD

【解析】

【分析】计算 $f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$ 可得选项 A 错误；计算平移之后的函数表达式，得到奇函数，选项 B 正确；分析函数在 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上为增函数，在 $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ 上为减函数，可得选项 C 正确；分析函数在 $\left[0,2\pi\right]$ 的单调性，计算最值，可得选项 D 正确.

【详解】A.由 $f\left(x\right)=\sin x+\cos x+x+\dfrac{\pi}{4}$ 得，

$f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\dfrac{\pi}{2}-x+\dfrac{\pi}{4}=\cos x+\sin x+\dfrac{3\pi}{4}-x$，

$\therefore f\left(x\right)+f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=2\sin x+2\cos x+\pi$，选项 A 错误.

B.由题意得，$f\left(x\right)=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+x+\dfrac{\pi}{4}$，

函数 $f\left(x\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度得，

$g\left(x\right)=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}\right)+x-\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}=\sqrt{2}\sin x+x$，

$g\left(-x\right)=-g\left(x\right)$ 得 $g\left(x\right)$ 为奇函数，函数图象关于原点对称，选项 B 正确.

C.由 $f\left(x\right)=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+x+\dfrac{\pi}{4}$ 得，$f'\left(x\right)=\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+1$，

当 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$x+\dfrac{\pi}{4}\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right)$，$\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$f'\left(x\right)>0$，

当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 时，$x+\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$，$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$f'(x)<0$，

$\therefore f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上为增函数，在 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上为减函数，$x=\frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点，选项 C 正确.

D. 由 $f'(x)=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$ 可知，

当 $x\in(\pi,2\pi)$ 时，$x+\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{5\pi}{4},\frac{9\pi}{4}\right)$，$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，$f'(x)>0$，

结合选项 C 可得，$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上为增函数，在 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上为减函数，在 $(\pi,2\pi)$ 上为增函数.

$\because f(0)=\sin 0+\cos 0+0+\frac{\pi}{4}=1+\frac{\pi}{4}$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=1+\frac{3\pi}{4}$，

$f(\pi)=\sin\pi+\cos\pi+\pi+\frac{\pi}{4}=-1+\frac{5\pi}{4}$，$f(2\pi)=\sin 2\pi+\cos 2\pi+2\pi+\frac{\pi}{4}=1+\frac{9\pi}{4}$，

$\therefore f(x)_{\min}=1+\frac{\pi}{4}$，$f(x)_{\max}=1+\frac{9\pi}{4}$，

故函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[1+\frac{\pi}{4},1+\frac{9\pi}{4}\right]$，选项 D 正确.

故选：BCD.

11. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=(n+1)a_{n+1}^2-4$，$n\in\mathbf{N}^*$，$a_1=2$，则下列选项正确的是（　）

A. $a_2=3$

B. 数列 $\{a_n\}$ 是递减数列

C. $a_n>1$

D. $\forall n\geq 2$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\frac{a_2^2}{2^2}+\frac{a_3^2}{3^2}+\cdots+\frac{a_n^2}{n^2}<2$

【答案】BCD

【解析】

【分析】先令 $n=1$，得到 $a_2=\sqrt{3}$，判断选项 A；然后当 $n\geq 2$ 时，得 $S_{n-1}=na_n^2-4$，消除前 n 项和，得到相邻两项的关系，借此来判断选项 BC；最后，利用前面得到的 a_n 的范围建立不等式，放缩求解，判断选项 D.

【详解】令 $n=1$，得 $S_1=2a_2^2-4$，因为 $S_1=a_1=2$，